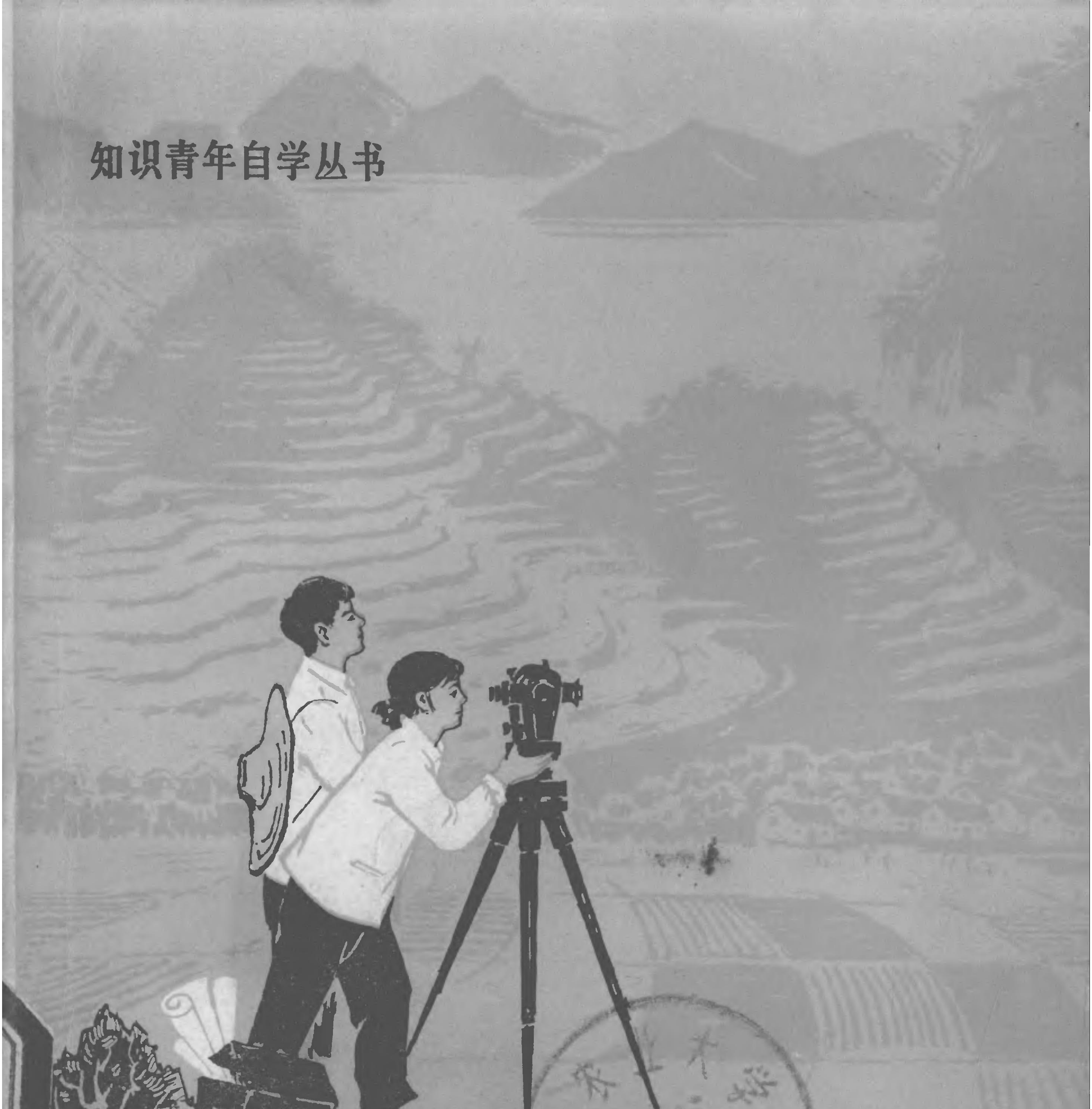
知识青年自学丛书



农用数学基础知识

农用数学基础知识

陕西师范大学《农用数学基础知识》编写组

陕西人民出版社

说　　明

为了适应农业学大寨的需要，我们编写了《农用数学基础知识》。内容有：方程及其应用；长度、面积、体积的计算；小型渠道的测设和土地平整；画图、看图的基本知识；优选法；线性规划；正交试验法；常用计算工具等八部分。可供中等文化程度的知识青年自学。

由于我们的思想和业务水平有限，实践经验不足，缺点、错误在所难免，热忱地希望读者批评指正。

农用数学基础知识

陕西师范大学《农用数学基础知识》编写组

陕西人民出版社出版

陕西省新华书店发行　西安新华印刷厂印刷

开本　787×1092　1/32　印张15·25　字数325,000

1978年7月第1版　1978年7月第1次印刷

统一书号：16094·75　　定价：1.05元

目　　录

一、方程及其应用

二、长度、面积、体积计算

三、小型渠道测设及土地平整

四、画图、看图基本知识

五、线性规划

六、优 选 法

七、正交试验法

八、常用计算工具

一、方程及其应用

第一章　一次方程

第一节　一元一次方程

（一）基本概念

我们先看一个实际问题。

某生产队的知识青年给棉花喷洒农药，两天共喷洒33亩。由于他们在劳动中虚心向贫下中农学习，提高了劳动效率，第二天喷洒的面积是第一天的 2 倍。问第一天喷洒了多少亩？

在这个问题中，两天共喷洒 33 亩与第二天是第一天的 2 倍，这些都是已知数。第一天喷洒的亩数是要求出的数，即未知数。用 x 表示这个未知数，单位是亩。那么，第二天喷洒的就是 $2x$ 亩。两天共喷洒 33 亩，根据它们之间的等量关系可以写成下面的等式：

$$x+2x=33 \qquad (1)$$

（1）是个含有未知数的等式，我们把象这样含有未知数的等式叫做方程。

方程（1）给我们提出的问题是 x 取什么值时，$x+2x=33$成立。

很明显，合并同类项后（1）可以变为

$$3x = 33 \qquad (2)$$

（2）也是一个方程。它说明：未知数 x 的 3 倍必须等于33。因此

$$x = 11$$

这就求出了 x 的值，即第一天喷洒的亩数。

这个数对不对呢？我们来检验一下：

第一天喷洒的是 x 亩，即11亩；

第二天喷洒的是 $2x$ 亩，即 22 亩；

两天共喷洒了 $11 + 22 = 33$ 亩。

可见，所求的值 $x = 11$ 是对的。

方程中的未知数也叫做元。含有几个不同的未知数的方程就叫做几元方程。

方程中含有未知数的项的最高次数，就叫做这个方程的次数。

例如方程（1）只含有一个未知数 x，且 x 的次数是1，象这样只含一个未知数，且含未知数的项的最高次数是 1 的方程叫做一元一次方程。

能使方程两边相等的未知数的值，叫做方程的解（一元方程的解，也叫做方程的根）。

求方程解的过程叫做解方程。

根据实际问题中已知量和未知量之间的数量关系组成方程，叫做列方程。

（二）解　法

“一切矛盾着的东西，互相联系着，不但在一定条件之下共处于一个统一体中，而且在一定条件之下互相转化，……。”解方程也就是在一定条件之下将“未知数”转化成

"已知数"的过程。转化的主要方法就是将方程变形，直至最后变成 $x=c$ 的形式（x 等于一个已知数 c），这个已知数就是方程的解。

要将方程变形，我们首先要研究方程的性质。我们知道方程是含有未知数的等式，既然是一个等式，那么，一个方程就好比一个平衡着的天平，一个数就好比一个法码，从天平的两边同时拿走或加上相同重量的法码，或者同时把天平两边的法码扩大或缩小同样倍数，天平还是平衡的。根据这个道理，我们可以得到方程的两个性质。

性质 1　方程两边加上（或减去）同一个数或同一个整式，方程的解不变。

例 1　解方程　$x-5=2$.

解　方程两边都加上 5，

$$x-5+5=2+5,$$

$$x=7.$$

根据性质 1　我们可以将方程中的任何一项，改变符号后，从方程的一边移到另一边。这叫做移项。

在例 1 中，"方程两边都加上 5"可看成将方程左边的一项"-5"改变符号后，变成"$+5$"移到方程的右边。可见经过移项，可以把未知数和已知数分别集中在方程左边或右边。

性质 2　方程两边乘以（或除以）同一个不等于零的数，方程的解不变。

例 2　解方程　$\dfrac{2x+8}{3}=\dfrac{3x-6}{2}-1$.

解　两边同乘以 6，

$$2(2x+8)=3(3x-6)-6,$$

去括号，

$$4x+16=9x-18-6,$$

移项，

$$4x-9x=-18-6-16,$$

合并同类项，

$$-5x=-40,$$

两边同除以（-5），

$$x=8.$$

运用性质2，通过用未知数的系数除（或用未知数的系数的倒数乘）方程的两边，可以化未知数的系数为1。以达到最后变形成$x=c$的形式（c是已知数）。

以上所讲方程的两个性质是我们解方程的依据。

通过以上各例，我们可以总结出解一元一次方程的一般步骤如下：

1.去分母，用最简公分母乘方程两边所有各项，使方程的各项系数化成整数。

2.去括号，展开式子。

3.移项，将所有含未知数的项移到等号一边，常数项移到另一边。

4.合并同类项。

5.用未知数的系数除方程的两边，化未知数的系数为1，变方程为：

$x=c$　　（c为已知数）的形式。

例3　解方程　$\frac{2}{3}(x-2)-\frac{3}{5}(2x-1)=\frac{7}{15}(1-x)$

$$-\frac{1}{3}(x+2).$$

解 去分母，

$$10(x-2)-9(2x-1)=7(1-x)-5(x+2),$$

去括号，

$$10x-20-18x+9=7-7x-5x-10,$$

移项，

$$10x-18x+7x+5x=7-10+20-9,$$

合并同类项，

$$4x=8,$$

两边同除以 4，

$$x=2.$$

（三）应用举例

我们已经学习了一元一次方程的解法。但是，怎样根据实际问题中的数量关系列出方程呢？我们应抓住“已知”和“未知”这一对矛盾，根据它们之间的相互关系，找出等量关系，列出方程。其一般步骤是：

1.分析题意，找出未知数，用一个字母表示其中的一个未知数，用这个字母的代数式表示其它的未知量。

2.利用等量关系列出方程。

3.解方程。

4.检验求出的结果是否正确、合理，作出结论。

例 4 朝阳大队的知识青年为防治蔬菜病虫害，要给蔬菜喷洒浓度为 0.03% 的敌敌畏药水。现有浓度 50% 的敌敌畏 0.5 斤，问需加多少水方能使用？

分析：加水前后都有三种重量：药水重量，药水中所含

纯敌敌畏重量，水的重量。其中纯敌敌畏的重量在加水前后是不变的。

解 设需加水 x 斤。我们将未知数和已知数的关系列表如下：

基本关系 \ 加水前后	加水前	加水后
药水重 = 纯敌敌畏 + 水	0.5	$0.5+x$
浓度 $=\dfrac{\text{纯敌敌畏重}}{\text{药水重}}$	50%	0.03%
纯敌敌畏 = 药水量 × 浓度	$0.5\times50\%$	$(0.5+x)\times0.03\%$

因为加水前后所含纯敌敌畏的重量不变，所以

$$0.5\times50\%=(0.5+x)\times0.03\%.$$

去分母，

$$0.5\times50=(0.5+x)\times0.03,$$

去括号，

$$25=0.015+0.03x,$$

移项、合并同类项，

$$0.03x=24.985,$$

两边同除以 0.03，

$$x\approx833(\text{斤}).$$

答 需加水约 833 斤.

例 5 东方红公社要建一座公路桥，计划将水、水泥、黄沙、碎石按重量比0.65∶1∶2.21∶4.48配制混凝土29190吨，

问需要水、水泥、黄沙、碎石各多少吨？

分析：这里就是将29190吨分成 $0.65+1+2.21+4.48=8.34$份。其中水、水泥、黄沙、碎石分别占0.65，1，2.21，4.48份。这四种物质在混凝土中所占的份数不同，则所需重量也不同。而每种物质的重量等于在混凝土中所占份数乘以每份混凝土的重量。混合后的总量不变。即

各物质分量之和 = 总量

解 设每等份混凝土重 x 吨，那么水重是 $0.65x$ 吨，水泥是 x 吨，黄沙是 $2.21x$ 吨，碎石是 $4.48x$ 吨，根据等量关系列方程（全部混凝土为8.34等份）

$$0.65x+x+2.21x+4.48x=29190$$

解方程，

$$x=3500(\text{吨})$$

所以 水：$0.65x=0.65\times3500=2275(\text{吨})$

水泥：$x=3500(\text{吨})$

黄沙：$2.21x=2.21\times3500=7735(\text{吨})$

碎石：$4.48x=4.48\times3500=15680(\text{吨})$

答 需要水2275吨，水泥3500吨，黄沙7735吨，碎石15680吨。

通过上面的例子，可以看出，从一个实际问题中的数量关系列出方程求解，需要分析清楚问题中的两种量和两种关系：

1.明确哪些是已知量，哪些是未知量。

2.问题所涉及的数量之间的基本关系和等量关系是什么。

如例4中，浓度问题的基本关系是：

纯敌敌畏重＝药水重×浓度，

药水重＝纯敌敌畏重＋水重.

等量关系是：

加水前纯敌敌畏重量＝加水后纯敌敌畏重量.

又如例5中，配制问题中的基本关系是：

每种物质重量＝在混凝土中所占份数×每份的重量.

等量关系是：

各物质分量之和＝总量.

习　　题

1. 某医疗队到农村为贫下中农治病，他们要把浓度为95％的酒精600毫升稀释成杀菌力最强的浓度为75％的消毒酒精，问需要加多少毫升的蒸馏水？
2. 东风生产队为了确保晚稻丰收，防治螟虫，用85％的“敌百虫”药液1斤，配成含药0.05％的药水，问需加水多少斤？
3. 向阳公社在兴修水利中需要黑色火药，他们遵照毛主席“**自力更生**”的伟大教导，自制一种由硫磺、木炭、硝酸钾三种原料的粉末，按2：3：15的比例混合成的黑色火药。今准备制造黑色火药10,000斤，问三种原料各需多少斤？
4. 某农场的知识青年，遵照毛主席关于“**大力发展养猪事业**”的教导，学习先进经验，制作“中曲”发酵饲料。配制“中曲”种所用的原料是：麦麸3份，糖7份，“中曲”0.3份，清水9.5份，现在要配制29.7斤“中曲”种，四种原料各需多少斤？

5. 生产队抽水站有12马力的柴油机一台，它的皮带轮直径是45厘米，转速为750转/分，要用它来带动一台水泵，水泵的转速为900转/分，问水泵皮带轮直径应为多少厘米？

第二节　可化为一元一次方程的分式方程

（一）分式方程的意义

前边我们应用一元一次方程解决了一些实际问题。但在三大革命实践中，还经常遇到分母中含有未知数的方程。如：

某工厂师傅在技术革新中，把一种旧机床改制成一种自动化的新机床，大大提高了工作效率。已知用一台旧机床和一台新机床同时加工一批零件需 4.5 小时完成，用一台旧机床单独加工这批零件需 18 小时完成。问用一台新机床单独加工这批零件需几小时？

设用一台新机床单独加工这批零件需 x 小时，则每小时完成任务的$\frac{1}{x}$.

已知一台旧机床单独加工这批零件需18小时，则每小时完成任务的$\frac{1}{18}$.

又两台机床同时加工这批零件需 4.5 小时，则每小时完成任务的$\frac{1}{4.5}=\frac{2}{9}$.

根据题意列出方程，

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{18}=\frac{2}{9}.$$

象这种分母中含有未知数的方程，叫做分式方程。如 $\frac{10}{x}=2+\frac{7}{x^2}$，$\frac{3}{x}=\frac{5}{x}+5$，$\frac{1}{1-x^2}=\frac{5}{1+x}-\frac{4}{1-x}$ 等都是分式方程。

（二）可化为一元一次方程的分式方程的解法

我们知道，求一元一次方程的解，是抓住已知和未知这对矛盾，根据方程的两个性质进行变形，从而转化未知为已知。现在要解分式方程，由于方程中出现了分式，因此主要矛盾就成了整式与分式的矛盾，通过给分式方程两边同乘以最小公分母，就把分式方程转化成整式方程，所以把分式方程的求解转化成整式方程的求解是个关键。

例 1 现在来解本节开始所列的方程

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{18}=\frac{2}{9}.$$

解 给方程两边同乘以最小公分母 $18x$，得

$$18+x=4x.$$

解此整式方程，

$$x=6.$$

将 $x=6$ 代入原分式方程进行检验，

$$左边=\frac{1}{6}+\frac{1}{18}=\frac{2}{9}=右边.$$

$\therefore\ x=6$ 是原方程的解.

答 用一台新机床单独加工这批零件需要 6 小时。

例 2 解方程 $\frac{2}{1+x}+\frac{5}{1-x}=\frac{1}{1-x^2}$.

解 给方程两边同乘以最小公分母（$1-x^2$），使它转化成整式方程

$$2(1-x)+5(1+x)=1$$

解此整式方程，

$$x=-2.$$

将 $x=-2$ 代入原方程进行检验，

$$左边=\frac{2}{1-2}+\frac{5}{1+2}=-\frac{1}{3},$$

$$右边=\frac{1}{1-(-2)^2}=-\frac{1}{3},$$

$$左边=右边.$$

$\therefore\quad x=-2$ 是原分式方程的解。

由上两个例子就可以看出解分式方程的一般步骤是：

1.给方程两边同乘以最小公分母，使它成为整式方程。

2.解整式方程。

3.把所得的根代入原方程进行检验。

例3 解方程 $\dfrac{3}{x}+\dfrac{1}{x-2}=\dfrac{4-x}{x(x-2)}$.

解 给方程两边同乘以 $x(x-2)$，

$$3(x-2)+x=4-x.$$

解此方程得 $x=2$。

将 $x=2$ 代入原方程检验时发现，其分母

$$x-2=0,\ x(x-2)=0.$$

因为分母不能为零，所以 $x=2$ 不适合原方程，即原方程无解。

这个例子告诉我们，解分式方程时必须验根。

例 4 解方程 $\dfrac{x}{x+c}-\dfrac{x}{x-c}=\dfrac{cx+d}{x^2-c^2}$ $(x\neq \pm c)$.

解 给方程两边同乘以(x^2-c^2)，

$$x(x-c)-x(x+c)=cx+d,$$

整理，

$$3cx=-d.$$

现在我们来讨论解的情况：

1.若$c\neq 0$，$x=-\dfrac{d}{3c}$.

2.若$c=0$时：

（1）$d=0$，则x可为任意数，原方程有除0以外的无数多个解。

（2）$d\neq 0$，原方程无解。

习 题

1. $\dfrac{3}{x}=\dfrac{5}{x}+5$.

2. $\dfrac{5}{x(x-4)}=\dfrac{3}{x-4}-\dfrac{1}{x}$.

3. $\dfrac{7}{x+1}-\dfrac{10}{x-1}=\dfrac{1}{x^2-1}$.

4. $\dfrac{x}{a+x}+\dfrac{x}{a-x}=\dfrac{b}{x^2-a^2}$.

5. 一个车工加工1,500个螺丝以后，由于改进了操作方法

和工具，工作效率提高到原来的$2\frac{1}{2}$倍，因此再车1,500个螺丝时，较前提早18小时完成。问前后两种方法，每小时各加工多少个螺丝？

第三节　二元一次方程组

前面学习了一元一次方程及其应用，在实际问题中，往往要求的未知数不只一个，如果我们局限在一元一次方程，就不能很好地解决某些实际问题。因此，有必要学习含有两个未知数的一次方程组。

（一）基本概念

我们先举一个例子。

东风公社的下乡知识青年在毛泽东思想的指引下，与贫下中农相结合，大搞科学实验。他们在果树开花之前，用农药“DDT”粉剂治果树的害虫。现有50%及5%的“DDT”粉剂，要配制25%的粉剂90斤，两种粉剂各需多少斤？

分析这个问题可用一元一次方程来解决，但列方程较复杂。如果设需要50%的“DDT” x斤，5%的“DDT” y斤，由于两种粉剂的重量和应等于制成后粉剂的重量，故有

$$x+y=90. \tag{1}$$

象(1)式这种含有两个未知数，且含有未知数的项的次数都是1的整式方程叫做二元一次方程。

在方程(1)中，若$x=1$，则$y=89$；若$x=20$，则$y=70$；……。

我们把适合二元一次方程的一对数值叫做二元一次方程的解。如 $\begin{cases} x=1, \\ y=89; \end{cases}$ $\begin{cases} x=20, \\ y=70; \end{cases}$ ……都是方程(1)的解。

很显然它有无数多组解。

又由题意知，混合前两种粉剂所含纯药量之和等于混合后粉剂纯药量，因此有

$$50\%x+5\%y=90\times25\%. \qquad (2)$$

因为所需要的50%及5%的"DDT"的重量x斤、y斤应是两个确定的数，它们既要适合方程(1)，还应适合方程(2)，也就是方程(1)、(2)的公共解。因此我们把方程(1)、(2)联合在一起写成

$$\begin{cases}x+y=90,\\50\%x+5\%y=90\times25\%.\end{cases}$$

叫做二元一次方程组。

由含有相同的两个未知数的两个二元一次方程，组成的方程组，叫做二元一次方程组。

方程组中所有方程的公共解，叫做方程组的解。

求方程组的解的过程，叫做解方程组。

(二) 解　法

在二元一次方程组中，由于出现了"二元"和"组"，则解方程的主要矛盾就转化为如何"消元"的问题了。

1. 代入消元法

例1　解本节开始所列出的方程组

$$\begin{cases}x+y=90, & (1)\\50\%x+5\%y=90\times25\%. & (2)\end{cases}$$

解　由(1)

$$y=90-x, \qquad (3)$$

把(3)代入(2)，

$$50\%x+5\%(90-x)=90\times25\%.$$

解此一元一次方程，

$$x = 40.$$

把 $x = 40$ 代入（3），

$$y = 90 - 40 = 50.$$

$$\therefore \quad \begin{cases} x = 40, \\ y = 50. \end{cases}$$

答 需50%的“DDT”粉剂40斤，需5%的“DDT”粉剂50斤。

象这样从方程组的一个方程里，把一个未知数用另一个未知数的代数式来表示，然后代入另一个方程里，消去一个未知数的解法叫代入消元法，简称代入法。

例2 解方程组

$$\begin{cases} 5x + 2y = 15, & (1) \\ 8x + 3y = -1. & (2) \end{cases}$$

解 由（1）

$$y = \frac{15 - 5x}{2}, \qquad (3)$$

把（3）代入（2），

$$8x + \frac{3(15 - 5x)}{2} = -1,$$

解此一元一次方程，

$$x = -47.$$

把 $x = -47$ 代入（3），

$$y = \frac{15 - 5(-47)}{2} = 125.$$

$$\therefore \begin{cases} x=-47, \\ y=125. \end{cases}$$

2. 加减消元法

例 3 大寨大队解放前共有耕地 800 亩，四户地、富霸占的耕地是五十一户贫下中农耕地的 $3\frac{1}{3}$ 倍，中农有地 176 亩，问解放前大寨大队的地富霸占了多少耕地？贫下中农仅有多少耕地？

解 设地富霸占了 x 亩耕地，贫下中农仅有 y 亩耕地。由题意得

$$\begin{cases} x+y=800-176, \\ x=3\frac{1}{3}y. \end{cases}$$

即
$$\begin{cases} x+y=624, & (1) \\ x-3\frac{1}{3}y=0. & (2) \end{cases}$$

在方程(1)和(2)中，x 的系数绝对值相等，符号相同，如果将方程(1)和(2)左、右两边分别相减，就可消去未知数 x。

(1)-(2)，

$$4\frac{1}{3}y=624,$$

$$y=144 \text{亩}.$$

把 $y=144$ 代入（2），

$$x=480 \text{（亩）}.$$

$$\therefore \begin{cases} x=480, \\ y=144. \end{cases}$$

答 解放前大寨大队的地、富霸占了 480 亩耕地，贫下中农仅有 144 亩耕地。

由上例可以看出，如果在方程组的两个方程里，有一个

未知数的系数的绝对值相等，则可用加减法把这个未知数消去。这种解方程组的方法，叫做加减消元法，简称加减法。

当方程组不是上述情况时，可用适当的数分别去乘方程组中的两个方程，使其具备上述条件，即可用加减消元法了。

例 4 解方程组

$$\begin{cases} 5x+2y=10, & (1) \\ 2x-3y=4. & (2) \end{cases}$$

解法 1 消去未知数 x

(1)×2－(2)×5，

$$19y=0,$$

$$y=0.$$

把 $y=0$ 代入(1)，

$$x=2.$$

$$\therefore \begin{cases} x=2, \\ y=0. \end{cases}$$

解法 2 消去未知数 y

(1)×3＋(2)×2，

$$19x=38,$$

$$x=2.$$

把 $x=2$ 代入(2)，

$$y=0.$$

$$\therefore \begin{cases} x=2, \\ y=0. \end{cases}$$

3.公式法——行列式法

对于一般的二元一次方程组

$$\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1, & (1) \\ a_2x+b_2y=c_2. & (2) \end{cases}$$

用加减消元法从方程组中消去 y

(1) $\times b_2$,

$$a_1b_2x+b_1b_2y=c_1b_2. \quad (3)$$

(2) $\times(-b_1)$,

$$-a_2b_1x-b_2b_1y=-c_2b_1. \quad (4)$$

(3) + (4)，整理，

$$(a_1b_2-a_2b_1)x=c_1b_2-c_2b_1.$$

如果 $a_1b_2-a_2b_1\neq 0$，则

$$x=\frac{c_1b_2-c_2b_1}{a_1b_2-a_2b_1}. \quad (5)$$

同样，在方程中消去 x，

$$(a_1b_2-a_2b_1)y=c_2a_1-a_2c_1.$$

如果 $a_1b_2-a_2b_1\neq 0$，则

$$y=\frac{c_2a_1-a_2c_1}{a_1b_2-a_2b_1}. \quad (6)$$

可以看出，x、y 的分母都是代数式 $a_1b_2-a_2b_1$，我们把它用另一种形式表示成：

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}=a_1b_2-a_2b_1. \quad (A)$$

等式左边的 $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$ 叫二阶行列式，右边叫行列式的值或行列式的展开式。$a_i, b_i (i=1,2)$ 叫做行列式的元素，横排叫行列式的行，竖排叫行列式的列，从左上角到右下角叫行列式的

主对角线。

从(A)可知，要算出一个行列式的值，只要顺着对角线方向，先把左上角和右下角元素相乘，得 a_1b_2，再减去左下角和右上角的元素的积 a_2b_1 即可。用下图帮助记忆：

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \begin{matrix} - \\ + \end{matrix}$$

同理，把 x、y 的分子也可以表示成行列式的形式：

$$\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} = c_1b_2 - c_2b_1, \qquad \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} = a_1c_2 - a_2c_1.$$

利用行列式，我们可以把二元一次方程组的求解公式(5)、(6)写成：

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}, \qquad y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}. \qquad (B)$$

其中 $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$ 是由方程组未知数的系数所组成的行列式叫做方程组的系数行列式，通常用字母D来表示，即 $D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$.

对于(B)中分子的两个行列式，我们记作：

$$Dx = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}, \qquad Dy = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}.$$

故(B)可改写成：

$$x=\frac{Dx}{D}, \qquad y=\frac{Dy}{D} \qquad (D\neq 0).$$

这就是二元一次方程组解的公式。

根据这组公式，我们可以判定二元一次方程组的解的各种情况：

当 $\frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}$， 即 $D=\begin{vmatrix} a_1 b_1 \\ a_2 b_2 \end{vmatrix}=a_1b_2-a_2b_1\neq 0$

时，方程组有唯一解；

当 $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$， 即 $D=Dx=Dy=0$ 时，

方程组有无数个解；

当 $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}$， 即 $D=0$，而 $Dx\neq 0$ 或 $Dy\neq 0$ 时，方程组无解。

例 5 解方程组

$$\begin{cases} 2x+3y=8, \\ 5x+7y=1. \end{cases}$$

解 ∵ $D=\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{vmatrix}=14-15=-1$（方程组有唯一解），

$$Dx=\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 1 & 7 \end{vmatrix}=56-3=53,$$

$$Dy=\begin{vmatrix} 2 & 8 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}=2-40=-38.$$

则 $$x=\frac{Dx}{D}=\frac{53}{-1}=-53,\quad y=\frac{Dy}{D}=\frac{-38}{-1}=38$$

$$\therefore\ \begin{cases}x=-53,\\ y=38.\end{cases}$$

例 6 向阳和东方红两个生产大队的贫下中农合修一条灌溉支渠，在 6 天内完成工程的一半，剩余的工程由向阳大队单独施工 8 天，东方红大队单独施工 3 天，全部工程胜利完成，问两个大队单独完成全部工程时，各需要多少天？

解 设向阳大队单独完成此工程需 x 天，故一天完成工程的 $\frac{1}{x}$，6 天完成工程的$\frac{6}{x}$，8 天完成工程的$\frac{8}{x}$；东方红大队单独完成此工程需 y 天，故一天完成工程的$\frac{1}{y}$， 3 天完成工程的 $\frac{3}{y}$，并把此工程看作是 1 ，根据题意列方程组：

$$\begin{cases}\frac{6}{x}+\frac{6}{y}=\frac{1}{2},\\ \frac{8}{x}+\frac{3}{y}=\frac{1}{2}.\end{cases}$$

即 $$\begin{cases}6\times\frac{1}{x}+6\times\frac{1}{y}=\frac{1}{2},\\ 8\times\frac{1}{x}+3\times\frac{1}{y}=\frac{1}{2}.\end{cases}$$

我们把$\frac{1}{x}$，$\frac{1}{y}$看作新的未知数，用公式来解

$$\frac{1}{x}=\frac{\begin{vmatrix}\frac{1}{2} & 6\\ \frac{1}{2} & 3\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}6 & 6\\ 8 & 3\end{vmatrix}}=\frac{\frac{3}{2}-3}{18-48}=\frac{1}{20},\quad \frac{1}{y}=\frac{\begin{vmatrix}6 & \frac{1}{2}\\ 8 & \frac{1}{2}\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}6 & 6\\ 8 & 3\end{vmatrix}}=\frac{3-4}{18-48}=\frac{1}{30}.$$

$$\therefore\quad \begin{cases}x=20,\\ y=30.\end{cases}$$

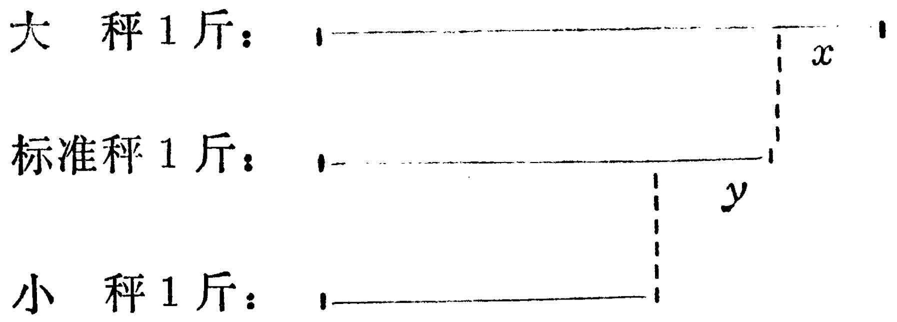
答 向阳大队单独完成工程需20天，东方红大队单独完工需30天。

（三）应用举例

遵照毛主席关于**“必须提倡思索，学会分析事物的方法，养成分析的习惯”**的教导，我们首先找出问题中的两个未知数，并分别用字母x、y表示；再根据问题中已知量与未知量之间的等量关系列出方程组，然后解这个方程组。

例7 贫农张大爷向地主交租时，地主刁剥皮用大秤收租子560斤粮食，张大爷劳累一年，所得无几，生活无法过，又被迫向地主借粮，刁剥皮用小秤借给张大爷60斤粮食，这样一进一出，刁剥皮又剥削了张大爷75斤粮食。已知刁剥皮的大秤比小秤每斤多0.25斤，问刁剥皮的大秤比标准秤每斤多多少？小秤比标准秤每斤少多少？

分析 设刁剥皮的大秤比标准秤每斤多x斤，小秤比标准秤每斤少y斤。题中一个条件是大秤比小秤每斤多0.25斤，从图上可以看出：



大秤1斤－小秤1斤$=x+y=0.25$，

另一条件是大秤比标准秤每斤多x斤，刁剥皮用大秤收租560斤就多剥削$560x$斤；小秤比标准秤每斤少y斤，那么用小秤借出60斤就多剥削$60y$斤，两项总共剥削$(560x+60y)$斤，即$560x+60y=75$.

解 设大秤比标准秤每斤多x斤；小秤比标准秤每斤少y斤。根据题意，得

$$\begin{cases} x+y=0.25, & (1) \\ 560x+60y=75. & (2) \end{cases}$$

由(1)

$$x=0.25-y. \qquad (3)$$

把(3)代入(2)，

$$560(0.25-y)+60y=75,$$

$$500y=65,$$

$$y=0.13.$$

把$y=0.13$代入(3)，

$$x=0.12.$$

$$\therefore \quad \begin{cases} x=0.12, \\ y=0.13. \end{cases}$$

答 地主刁剥皮的大秤比标准秤每斤多0.12斤；小秤比

标准秤每斤少 0.13 斤。

例 8 向阳生产队在“**农业学大寨**”的群众运动中，大搞农田基本建设，兴修水利。他们挖了一条水渠，其灌溉面积的 2 倍比全大队的土地少 900 亩，剩下 3,950 亩地需另修水渠。求这条水渠灌溉面积及全大队的土地总数。

解 设这条水渠灌溉土地 x 亩，全大队共有土地 y 亩，根据题意，得

$$\begin{cases} 2x+900=y. & (1) \\ y-x=3950. & (2) \end{cases}$$

把（1）代入（2），

$$2x+900-x=3950.$$

$$x=3050.$$

把 $x=3050$ 代入（1）.

$$y=7000.$$

$$\therefore \begin{cases} x=3050. \\ y=7000. \end{cases}$$

答 这条水渠可灌溉 3050 亩土地；全大队共有土地7000亩。

习 题

1. 解下列方程组：

（1）$\begin{cases} 2x+3y=4, \\ x-2=0. \end{cases}$

（2）$\begin{cases} 3x+y=1, \\ 4x-y=2. \end{cases}$

(3) $\begin{cases} \dfrac{7}{2}(x+y)=28, \\ \dfrac{11}{4}x+\dfrac{19}{4}y=28. \end{cases}$

(4) $\begin{cases} 2(x+y)-3(x-y)=4, \\ 5(x+y)-7(x-y)=2. \end{cases}$

(5) $\begin{cases} ax+by=a^2+b^2, \\ ax-by=a^2-b^2. \end{cases}$

2. 1966年我国大庆油田的“1202”和“1205”两个钻井队创造了世界最新纪录，突破了一年钻井10万米大关。若按10万米计算，这个纪录是苏修钻井队最高纪录的2倍还多18,368米，美帝的所谓“钻井世界记录”比苏修的多45,509米，问美帝和苏修的最高纪录各是多少米？我国的最新纪录超过美帝、苏修各多少米？

3. 大寨大队1966年粮食亩产量是解放前最高亩产量的$5\dfrac{6}{7}$倍，解放前最高粮食亩产量的2倍与1966年粮食亩产量的和是1,100斤，问解放前最高亩产量是多少斤？大寨1966年的粮食亩产量是多少斤？

4. 解放前，咸阳大恶霸地主王倬，用尽各种毒辣手段残酷地剥削贫下中农，他有两个老虎斗，木板薄厚不同，1947年用大斗收地租450石，同时又用小斗放债7,000石，这样他在一年中仅以大斗进、小斗出的手段就剥削了贫下中农7,450斗（标准斗）粮食，算一算地主王倬的大斗比标准斗

大多少？小斗比标准斗小多少？

5. 跃进大队知识青年拜贫下中农为师，搞春小麦与玉米试验田各一亩，共收获了2,037斤，过去春小麦的亩产量是现在亩产量的45%，玉米亩产是现在的38.7%，求现在的玉米和小麦的亩产量各是多少斤？

6. 在**“农业学大寨”**运动的高潮中，朝阳大队为了夺取粮棉双超纲要，为国家作出更大贡献，积极做好灭虫保苗工作，把0.5%的“六六六”和6%的“六六六”配制成1%的“六六六”22斤，用来对抽穗期的玉米进行喷粉，问0.5%的“六六六”和6%的“六六六”各需要多少斤？

7. 梁安公社化肥厂需要浓度80%的硫酸6斤。现只有85%的甲种硫酸和70%的乙种硫酸，问这两种硫酸各需要多少斤才能配成浓度80%的硫酸6斤？

第四节　三元一次方程组

（一）基本概念

例　向阳生产队有三种肥料，甲种肥料每公斤含氮53克，磷8克，钾2克；乙种肥料每公斤含氮64克，磷10克，钾0.6克；丙种肥料每公斤含氮70克，磷5克，钾1.4克。现根据科学实验的需要，甲、乙、丙三种肥料混合后共23公斤，其中含磷149克，含钾30克，问甲、乙、丙三种肥料各需多少公斤？

分析　设需甲种肥料为x公斤，乙种肥料为y公斤，丙种肥料为z公斤。混合后的重为23公斤，可知，$x+y+z=23$；由混合肥料含磷总量为149克，可得：$8x+10y+5z=149$，由混合肥料含钾总量为30克，得：$2x+0.6y+1.4z$

$=30$ 因为我们所求的x、y、z必须适合这三个方程，把这三个方程合在一起得

$$\begin{cases} x+y+z=23, \\ 8x+10y+5z=149, \\ 2x+0.6y+1.4z=30. \end{cases}$$

象这种由三个一次方程组成的，含有三个未知数的方程组叫做三元一次方程组。如

$$\begin{cases} x+y+z=5, \\ 2x+3y=2, \\ x+2z=3. \end{cases} \qquad \begin{cases} x+y+z=7, \\ y+z=6, \\ x+z=5. \end{cases}$$

都是三元一次方程组。

（二）解　法

1.消元法

1)代入消元法

例1　解方程组

$$\begin{cases} x+y=191, & (1) \\ z-50=x, & (2) \\ z-53=y. & (3) \end{cases}$$

解　将（2）代入（1），

$$z-50+y=191,$$

整理得

$$y+z=241. \qquad (4)$$

将（4）和（3）联立成一个二元一次方程组，即

$$\begin{cases} z-53=y, & (3) \\ z+y=241. & (4) \end{cases}$$

解此二元一次方程组，

$$\begin{cases} y = 94, \\ z = 147. \end{cases}$$

将 $y = 94$ 代入（1），求出 $x = 97$。

$$\therefore \quad \begin{cases} x = 97, \\ y = 94, \\ z = 147. \end{cases}$$

根据这个例子的特点，也可以把（2）和（3）同时代入（1），得到一个含有一个未知数 z 的一元一次方程，求出 z 值，再将 z 值代入（2），（3），求出x、y即可.

2）加减消元法

例 2 解方程组

$$\begin{cases} 3x + 5y + 2z = 7, & (1) \\ 7x - 5y + z = 3, & (2) \\ x + z = 1. & (3) \end{cases}$$

解 （1）+（2）.

$$10x + 3z = 10 \qquad (4)$$

将（3）式乘以（-3）加上（4）式，

$$7x = 7,$$

$$x = 1.$$

将 $x = 1$ 代入（3）式，

$$z = 0.$$

将 $x = 1$，$z = 0$ 代入（2），

$$y = \frac{4}{5}.$$

$$\therefore \begin{cases} x = 1, \\ y = \frac{4}{5}, \\ z = 0. \end{cases}$$

通过上面两个例子，我们可以看出解三元一次方程组的基本思想仍然是消元，先消去三个未知数中的一个未知数，得到只含有两个未知数的二元一次方程组，求出二元一次方程组的解，就可得到三元一次方程组的解了。

在解三元一次方程组的过程中，充分认识未知数系数的规律，分析它们之间的关系，有时能比较迅速地求出它的解来。如

例 3 解方程组

$$\begin{cases} x+y-z=1. & (1) \\ x-y+z=3. & (2) \\ y+z-x=5. & (3) \end{cases}$$

解 由（1）+（2）+（3）

$$x+y+z=9. \qquad (4)$$

由（4）－（1），

$$2z=8, \qquad z=4.$$

由（4）－（2），

$$2y=6, \qquad y=3.$$

由（4）－（3），

$$2x=4, \qquad x=2.$$

$$\therefore \begin{cases} x = 2, \\ y = 3, \\ z = 4. \end{cases}$$

例 4 解本节开始部分的一个方程组

$$\begin{cases} x+y+z=23, & (1) \\ 8x+10y+5z=149, & (2) \\ 2x+0.6y+1.4z=30. & (3) \end{cases}$$

解 由(1)

$$z=23-x-y. \qquad (4)$$

将(4)分别代入(2)、(3)，

$$3x+5y=34, \qquad (5)$$

$$3x-4y=-11. \qquad (6)$$

(5)-(6)，并解之

$$y=5.$$

将 $y=5$ 代入(5)，

$$x=3.$$

将 $x=3$，$y=5$ 代入(1)，

$$z=15.$$

$$\therefore \quad \begin{cases} x=3, \\ y=5, \\ z=15. \end{cases}$$

答 甲、乙、丙三种化肥分别是 3 、 5 、 15 公斤。

2.公式法及三阶行列式

和二元一次方程组一样，三元一次方程组也可以用行列式来解。

设给定三元一次方程组

$$\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1z=d_1, & (1) \\ a_2x+b_2y+c_2z=d_2, & (2) \\ a_3x+b_3y+c_3z=d_3. & (3) \end{cases}$$

因为含有未知数 z 的各项系数 c_1，c_2，c_3 中至少有一个不为零，所以设 $c_1 \neq 0$

先用加减法消去 z，(1)$\times c_2$ − (2)$\times c_1$，

$$(a_1c_2-a_2c_1)x+(b_1c_2-b_2c_1)y$$
$$=d_1c_2-d_2c_1. \tag{4}$$

(1)$\times c_3$ − (3)$\times c_1$，

$$(a_1c_3-a_3c_1)x+(b_1c_3-b_3c_1)y$$
$$=d_1c_3-d_3c_1. \tag{5}$$

再由方程组(4)、(5)用加减法消去 y.

(4)$\times(b_1c_3-b_3c_1)$ − (5)$\times(b_1c_2-b_2c_1)$，

$$[(a_1c_2-a_2c_1)(b_1c_3-b_3c_1)-(a_1c_3-a_3c_1)\cdot(b_1c_2-b_2c_1)]x=(a_1c_2-a_2c_1)(b_1c_3-b_3c_1)-(d_1c_3-d_3c_1)(b_1c_2-b_2c_1).$$

整理　得

$$(a_1b_1c_2c_3-a_1b_3c_1c_2-a_2b_1c_1c_3+a_2b_3c_1^2-a_1b_1c_2c_3+a_1b_2c_1c_3+a_3b_1c_1c_2-a_3b_2c_1^2)\ x=d_1b_1c_2c_3-d_1b_3c_1c_2-d_2b_1c_1c_3+d_2b_3c_1^2-d_1b_1c_2c_3+d_1b_2c_1c_3+d_3b_1c_1c_2-d_3b_2c_1^2$$

$$c_1(a_1b_2c_3+a_2b_3c_1+a_3b_1c_2-a_3b_2c_1-a_2b_1c_3-a_1b_3c_2)x=c_1(d_1b_2c_3+d_2b_3c_1+d_3b_1c_2-d_3b_2c_1-d_2b_1c_3-d_1b_3c_2.$$

$\because\ c_1 \neq 0$，

$\therefore\ (a_1b_2c_3+a_2b_3c_1+a_3b_1c_2-a_3b_2c_1-a_2b_1c_3-a_1b_3c_2)x=d_1b_2c_3+d_2b_3c_1+d_3b_1c_2-d_3b_2c_1-d_2b_1c_3-d_1b_3c_2.$ (6)

若(6)式中 x 的系数不为零，则

$$x=\frac{d_1b_2c_3+d_2b_3c_1+d_3b_1c_2-d_3b_2c_1-d_2b_1c_3-d_1b_3c_2}{a_1b_2c_3+a_2b_3c_1+a_3b_1c_2-a_3b_2c_1-a_2b_1c_3-a_1b_3c_2}. \tag{7}$$

同样的方法可得

$$y=\frac{a_1d_2c_3+a_2d_3c_1+a_3d_1c_2-a_3d_2c_1-a_2d_1c_3-a_1d_3c_2}{a_1b_2c_3+a_2b_3c_1+a_3b_1c_2-a_3b_2c_1-a_2b_1c_3-a_1b_3c_2}, \tag{8}$$

$$z=\frac{a_1b_2d_3+a_2b_3d_1+a_3b_1d_2-a_3b_2d_1-a_2b_1d_3-a_1b_3d_2}{a_1b_2c_3+a_2b_3c_1+a_3b_1c_2-a_3b_2c_1-a_2b_1c_3-a_1b_3c_2}. \tag{9}$$

上面求出 x、y、z 的表达式，即三元一次方程组的解的公式。

通过求解过程我们发现 x、y、z 的分母完全相同，给一种简便的写法：

$$a_1b_2c_3+a_2b_3c_1+a_3b_1c_2-a_3b_2c_1-a_2b_1c_3-a_1b_3c_2$$

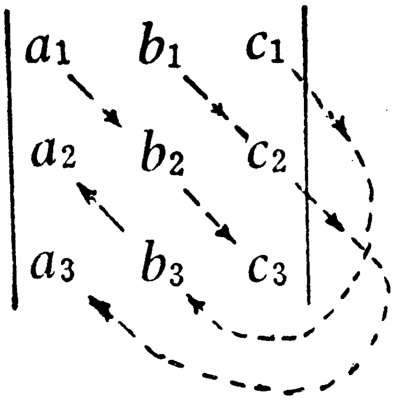
$$=\begin{vmatrix} a_1 b_1 c_1 \\ a_2 b_2 c_2 \\ a_3 b_3 c_3 \end{vmatrix}. \tag{A}$$

等式的右端叫做三阶行列式，左端是行列式的值或叫行列式的展开式。

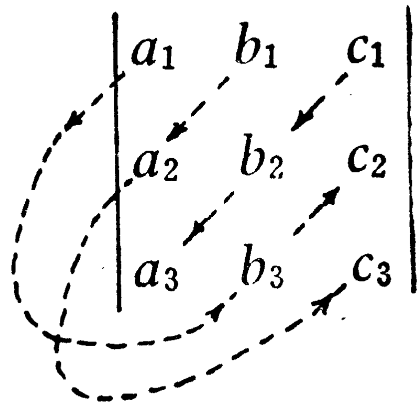
在这个三阶行列式里，a_i、b_i、c_i $(i=1,2,3)$ 叫做行列式的

元素；横排叫行列式的行；竖排叫行列式的列；从左上角到右下角的对角线叫做行列式的主对角线。

在展开式中，前三项的符号是正的，其中一项是位于主对角线上三个元素的乘积。另两项的每一项都是位于主对角线的一条平行线上的两个元素与另一个对角线的一个元素的乘积，用类似的办法，利用另一条对角线可以得到有负号的三项。这就是三阶行列式展开的对角线法则。可以用下图来记忆：



（正号项）



（负号项）

例 5

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \\ 2 & 5 & 3 \end{vmatrix} = 2\times1\times3+3\times4\times2+3\times5\times1-1\times1\times2-3\times3\times3-4\times5\times2$$

$$=6+15+24-2-27-40$$

$$=-24.$$

(A)式右端的行列式又叫三元一次方程组(a)的系数行列式，习惯上用D来表示，有时也用$\triangle$表示。

不难看出，如果将（7）式分子中的d_1、d_2、d_3，分别换成a_1、a_2、a_3，那末就与分母完全相同，因而分子也是一个三阶行列式。

$$d_1b_2c_3+d_2b_3c_1+d_3b_1c_2-d_3b_2c_1-d_2b_1c_3-d_1b_3c_2$$

$$=\begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}.$$

显然这个行列式，是三元一次方程组的常数项代替D中的第一列得到的，习惯上把它记为D_x。

这样当$D\neq 0$时，（7）可以写成

$$x=\frac{\begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}=\frac{D_x}{D}.$$

同理，（8）和（9）可以写成

$$y=\frac{\begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}=\frac{D_y}{D};$$

和

$$z=\frac{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}=\frac{D_z}{D}.$$

这就是用行列式解三元一次方程组的公式。

例 6 用行列式解方程组

$$\begin{cases}3x-2y+z=-5,\\ x+4y-2z=-4,\\ x+6z=1.\end{cases}$$

解

$$D=\begin{vmatrix}3 & -2 & 1\\ 1 & 4 & -2\\ 1 & 0 & 6\end{vmatrix}=3\times4\times6+(-2)(-2)\times1+1\times0\times1-1\times4\times1-(-2)\times1\times6-(-2)\times0\times3$$
$$=84\neq0.$$

$$D_x=\begin{vmatrix}-5 & -2 & 1\\ -4 & 4 & -2\\ 1 & 0 & 6\end{vmatrix}=(-5)\times4\times6+(-2)(-2)\times1+(-4)\times0\times1-1\times4\times1-(-2)\times0\times(-5)-(-2)(-4)\times6$$
$$=-168.$$

同样的方法，可得

$$D_y=-21,$$
$$D_z=42.$$

$$\therefore\quad\begin{cases}x=\dfrac{D_x}{D}=-2,\\ y=\dfrac{D_y}{D}=-\dfrac{1}{4},\\ z=\dfrac{D_z}{D}=\dfrac{1}{2}.\end{cases}$$

（三）三元一次方程组解的情况

在前面三元一次方程组的几种解法里，我们所举的例子，其结果都得出了唯一的一组解。但是对于任何一个三元一次方程组是否都有唯一的一组解呢？

下面看两个例子：

例 7 解方程组
$$\begin{cases} x+y+z=1, & (1) \\ 2x+2y+2z=2. & (2) \\ 3x+3y+3z=3. & (3) \end{cases}$$

解 利用行列式解法，先求出系数行列式 D 的值。

$$D=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}=6+6+6-6-6-6=0.$$

在讲到利用行列式解方程组时，我们要求系数行列式 $D\neq 0$，但是这里 $D=0$ 了。行列式解法在这里失去了意义。

可是我们注意方程组中（2）和（3）正好是方程（1）的 2 倍和 3 倍。两边各除以 2 和 3，就变成方程（1）了。所以只要给定一组 x，y 值，就可计算出对应的 z 值。这时方程组有无数组解。

如 $\begin{cases} x=1 \\ y=-1 \\ z=1, \end{cases}$ $\begin{cases} x=-1 \\ y=1 \\ z=1, \end{cases}$ $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=-1, \end{cases}$ ……

例 8 解方程组

$$\begin{cases} x+y+z=1, \\ 2x+2y+2z=2, \\ 3x+3y+3z=4. \end{cases}$$

解 由例8知系数行列式$D=0$

经过观察和分析，我们发现，方程(3)两边同除以3，得$x+y+z=\frac{4}{3}$，而(1)式是$x+y+z=1$，这样$x+y+z$既等于1，又要等于$\frac{4}{3}$，这是不可能的，所以方程(1)与方程(3)是互相矛盾的两个方程，因而无解。

由以上讨论可知，在解三元一次方程组时，首先求出它的系数行列式D，若$D\neq 0$则方程组有唯一的一组解；若$D=0$则方程组有无数组解或无解。

习　题

1. $\begin{cases} 3x+2y+z=14, \\ x+y+z=10, \\ 2x+3y-z=0. \end{cases}$

2. $\begin{cases} z=x+y, \\ 2x-3y=5-2z, \\ x+2y=z+3. \end{cases}$

3. $\begin{cases} 2x-5y=-11, \\ 7y+4z=5, \\ 5x+2z=2. \end{cases}$

4. $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}-\dfrac{6}{z}=9, \\ \dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}+\dfrac{4}{z}=5, \\ \dfrac{3}{y}-\dfrac{2}{x}-\dfrac{1}{z}=4. \end{cases}$

5. 铜、锌、锡三种元素构成甲、乙、丙三种不同的合金。甲种合金中铜、锌、锡的含量分别为40%、50%、10%；乙种合金中铜、锌、锡的含量分别为25%、75%、0；丙种合金中铜、锌、锡的含量分别为45%、35%、20%，现在需要

配制一种新合金 100 公斤，其中铜、锌、锡的含量为31.5%，63.5%，5%，应取甲、乙、丙三种合金各多少斤？

第二章　二次方程

一次方程和一次方程组，它们的共同特点是未知数的最高次数都是一次的。但是，在实际问题中，还时常碰到未知数的次数高于一次的情况。在这一章里，我们只研究二次方程。

第一节　一元二次方程

（一）基本概念

例 1　红星生产大队发扬自力更生，艰苦奋斗的精神，在两年内粮食产量由 42 万斤增加到 84 万斤。问平均每年增长百分之几？

解　设平均每年增长的百分数为 x，那么，第一年增长了 $42x$ 万斤，第一年的产量是 $(42x+42)$ 万斤；第二年增产了 $(42x+42)x$ 万斤，第二年的产量是 $[(42x+42)+(42x+42)x]$ 万斤；现在已知第二年的产量是 84 万斤，于是列出方程：

$$(42x+42)+(42x+42)x=84.$$

整理得：

$$x^2+2x-1=0. \qquad (1)$$

我们把这种含有一个未知数，且含有未知数的项的最高次数是二的整式方程，叫做一元二次方程。

任何一个一元二次方程，经过适当的变形，都可以化为下面的一般形式：

$$ax^2+bx+c=0\ (a、b、c \text{为常数，且 } a\neq 0).$$

在这个方程里，ax^2 叫做二次项，bx 叫做一次项，c 叫做常数项。

（二）解　法

解一元二次方程和一元一次方程一样，都要解决未知数与已知数的矛盾。但是，它们又有区别，一个是“二次”的，一个是“一次”的。因此，如何把一个一元二次方程转化成能用已经学过的一元一次方程的解法来解，即把“二次”降成“一次”，就成为解一元二次方程的关键。

我们先讨论特殊的一元二次方程的解法，然后再讨论一般的一元二次方程的解法。

1.因式分解法

例 2　解方程　$3x^2-2x=0$.

解　把方程左边进行因式分解得

$$x(3x-2)=0.$$

要这个等式成立，x 与 $(3x-2)$ 中至少有一个等于零。

因此，$x=0$　或 $3x-2=0$.

$$\therefore\quad x_1=0,\qquad x_2=\frac{2}{3}.$$

例 3　解方程　$x^2-5x+6=0$.

解　用十字相乘法把原方程左边分解因式得

$$(x-2)\ (x-3)=0.$$

于是有：　$x-2=0$　或　$x-3=0$.

$$\therefore\quad x_1=2,\qquad x_2=3.$$

从上面的例子可看出，用因式分解法解一元二次方程，实际上是个“降次”问题，它把“二次”转化成“一次”，然后再解。

2.开平方法

例 4 解例 1 的方程(1)，$x^2+2x-1=0$.

解 原方程可变形为：

$$(x+1)^2=2.$$

左边是含有未知数的平方形式，右边是一个正数，由方根的定义得

$$x+1=\pm\sqrt{2},$$

$$\therefore\quad x_1=-1+\sqrt{2}$$

$$x_2=-1-\sqrt{2}$$

但 x_2 不合题意，应舍去。

答 平均每年增产 41.4%.

例 5 解方程 $3(2x+1)^2=6$.

解 两边都除以 3

$$(2x+1)^2=2.$$

由方根的定义得

$$2x+1=\pm\sqrt{2}.$$

$$\therefore\quad x_1=\frac{-1+\sqrt{2}}{2},\qquad x_2=\frac{-1-\sqrt{2}}{2}.$$

3.公式法

因式分解法和开平方法只能解特殊的一元二次方程（如 $x^2-1=0$，$(x-1)^2=4$）。对于一般形式的一元二次方程并不能应用。我们还需要研究一般形式的一元二次方程的公式解法。在讲公式法之前，先用一个例题说明一下配方法。

例 6　解方程　$x^2-6x+2=0$.

这个题不能直接用开方法解（因不是$(ax+b)^2=c$ 的形式）。但由开方法的例题 2 我们受到启发，只要把方程的左边变形成为一个二项式的平方式，右边是一个常数，就可用开方法。

解　把常数项移到方程的右边，

$$x^2-6x=-2$$

为了把方程左边配成完全平方式，给方程两边同时加上一次项系数一半的平方，

$$x^2-6x+9=-2+9.$$

整理得　$$(x-3)^2=7.$$

则　$$x-3=\pm\sqrt{7}.$$

$$x_1=3+\sqrt{7}.\qquad x_2=3-\sqrt{7}.$$

下面解一般形式的一元二次方程：

$$ax^2+bx+c=0\ (a\neq 0).$$

首先用二次项系数除方程各项，

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0.$$

把常数项移到等式右端，

$$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}.$$

方程两边同时加上一次项系数一半的平方$\left(\frac{b}{2a}\right)^2$

$$x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=-\frac{c}{a}+\left(\frac{b}{2a}\right)^2.$$

整理得 $$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{-4ac+b^2}{4a^2}。$$

则 $$x+\frac{b}{2a}=\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}.$$

移项得

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}.$$

$$\therefore\quad x_1=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a},\qquad x_2=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}.$$

这就是一元二次方程的求解公式。

对于任何形式的一元二次方程，只要把它的系数代入求解公式进行计算，就可求得方程的解，这种解法叫做公式法。

例 7 解方程 $x^2-10x+22=0$.

解 $\because$ $a=1$，$b=-10$，$c=22$，

$$b^2-4ac=(-10)^2-4\times1\times22=12.$$

由求根公式得

$$x=\frac{-(-10)\pm\sqrt{12}}{2\times1}=5\pm\sqrt{3},$$

$$\therefore\quad x_1=5+\sqrt{3},\qquad x_2=5-\sqrt{3}.$$

例 8 解方程 $4x^2-12x+9=0$

解 $\because$ $a=4$，$b=-12$，$c=9$.

$$b^2-4ac=(-12)^2-4\times4\times9=0$$

由求根公式得

$$x=\frac{-(-12)\pm\sqrt{0}}{2\times 4}=\frac{3}{2}.$$

$$\therefore\quad x_1=x_2=\frac{3}{2}.$$

例 9　解方程　$2x^2-3x+2=0$.

解　$\because$　$a=2$，$b=-3$，$c=2$，

$b^2-4ac=(-3)^2-4\times 2\times 2=-7$，

$$\therefore\quad x=\frac{3\pm\sqrt{-7}}{2\times 2}$$

由于在实数范围内，负数不能开平方，

故　这个方程没有实数根。

我们总结以上各例得知，在求解公式中，根据 b^2-4ac 的值，可以判定一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的解的情况。我们把 b^2-4ac 叫做一元二次方程解的判别式，记作△（读"得尔塔"）

当△＞0 时，方程有两个不相同的实数解

即　$$x_1=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a},\qquad x_2=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}.$$

当△＝0 时，方程有两个相同的实数解，

即　$$x_1=x_2=-\frac{b}{2a}.$$

当△＜0 时，方程没有实数解。

（三）应用举例

我们学习一元二次方程的解法的目的是将这些知识应用到生活和实践中去。现在我们来解决一些实际问题。

例10 某人民公社遵照毛主席关于**"水利是农业的命脉"**的教导，大搞农田水利基本建设，在修筑一段长30米的堤坝工程中，要求堤面宽3米，迎水坡的坡度是1∶1，背水坡的坡度是1∶2，（坡度是指竖直距离比水平距离），要完成的土方是2,160立方米，问堤坝应筑多高（如图1—1）？若按每人每天挖土6方，问半月筑成此坝需多少劳力？

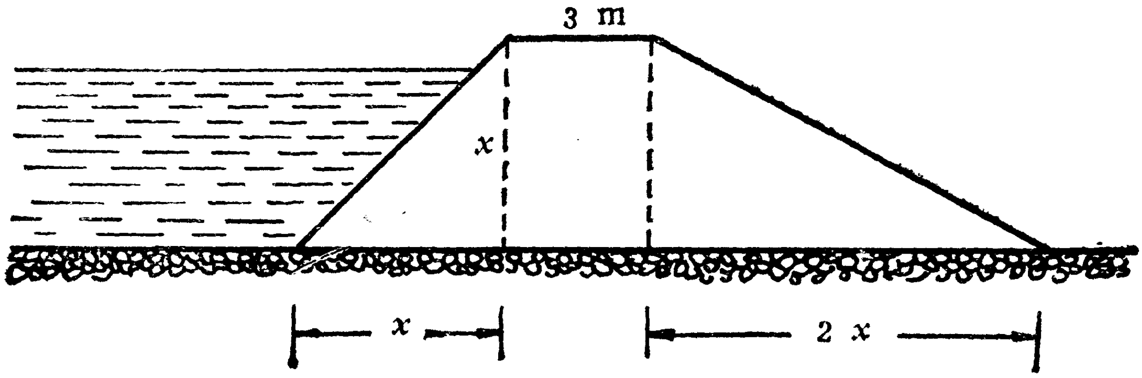


图1—1

解 因为堤坝的横截面是一个梯形，堤坝的高就是梯形的高，设这个高是x米。

现在，由梯形上底的两个端点向下底作垂线，那么就形成两个直角三角形，记为$\triangle_1$和$\triangle_2$，根据迎水坡的坡度是1∶1和背水坡的坡度是1∶2的题设，我们就知道$\triangle_1$和$\triangle_2$的底边长应各是x米和$2x$米，因而堤坝的底宽是$(x+3+2x)$米，又根据堤坝的体积等于梯形的面积乘以堤坝的长这一等量关系，得方程。

$$\frac{1}{2}(x+2x+3+3)x\cdot 30=2160.$$

化简整理得 $x^2+2x-48=0$.

解方程得 $x_1=6$, $x_2=-8$.

但 $x_2=-8$ 不合题意应舍去。

又所需用的劳力为

$$(2160\div6)\div15=24.$$

答 堤坝的高是6米。半个月筑成此堤坝需24个劳力。

例11 某人防工程要修建防空洞，要求洞的断面面积$S=14.28m^2$，横断面的上部是半圆形的，下部是矩形，半圆最高点到矩形的下底的距离是$4m$，试计算洞上半部半圆形的半径是多少（如图1—2）？

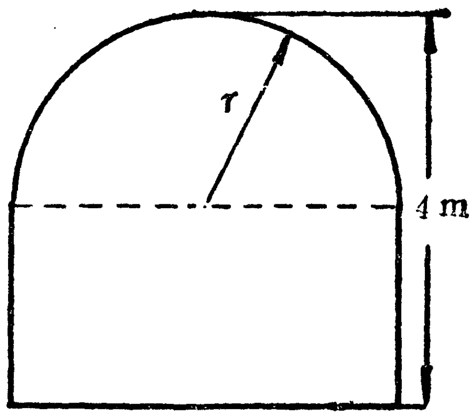


图1—2

解 设防空洞横断面上部半圆的半径为r；则洞横断面下部矩形面积为$2r(4-r)$，上部半圆的面积为$\frac{1}{2}\pi r^2$，防空洞横断面积为$s=\frac{1}{2}\pi r^2+2r(4-r)$，又已知$s=14.28$，据题意可列方程

$$\frac{1}{2}\pi r^2+2r(4-r)=14.28.$$

化简整理得

$$0.43r^2-8r+14.28=0.$$

解方程得 $r_1=2$，$r=16.6$.

但 $r_2=16.6$ 不合题意，应舍去。

答 洞上部半圆形的半径是2米。

例12 胜利公社修筑排灌渠道，渠道横断面（如图1—3），渠道的坡度为1∶0.75，（就是$FB:FC=1:0.75$），输水面（就是图中水位以下的横断面）的面积为1.35平方米，超高为0.2米，底宽为0.6米，问渠道的深度是多少米

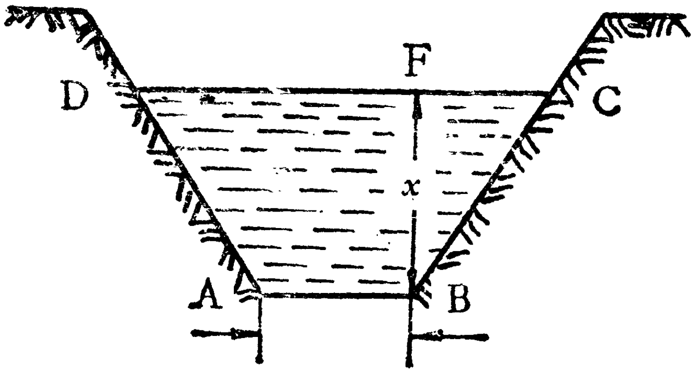


图1—3

（渠道的深度＝水深＋超高）？

解 设水深为 x 米，那么，渠道的深度为（$x+0.2$）米，因为输水断面是一个梯形，所以，

输水面的面积＝$\frac{1}{2}$（水位宽＋底宽）×水深

坡度为 1∶0.75，即

$$FB:FC=1:0.75.$$

或 $$x:FC=1:0.75.$$

所以 $$FC=0.75x.$$

那么，灌溉水位宽为（$2\times0.75x+0.6$）米。

根据题意得

$$\frac{1}{2}(2\times0.75x+0.6+0.6)x=1.35.$$

化简

$$5x^2+4x-9=0.$$

解方程得 $x_1=1,\quad x_2=-1.8.$

但 $x_2=-1.8$ 不合题意，应舍去，

故渠道深为 $x_1+0.2=1+0.2=1.2$（米）。

答 渠道的深度是 1.2 米。

例13 某工厂为了选定一种最优的用料配方，本来需作大量试验，采用优选法后，经几次试验就能确定最优方案，大大地节约了人力物力。“优选法”中所用的常数 0.618 就

是这样一个问题的结果：在线段 AB 上求一点 C，使 $\frac{AB}{AC}=\frac{AC}{CB}$，（如图 1—4），现在我们来求 AC 的长。

解　设　$AB=1$，　$AC=x$。

则　$BC=1-x$。

根据题意，　$\frac{AB}{AC}=\frac{AC}{CB}$。

于是有　$\frac{1}{x}=\frac{x}{1-x}$。

即　$x^2=1(1-x)$。

整理得　$x^2=1-x$。

$x^2+x-1=0$。

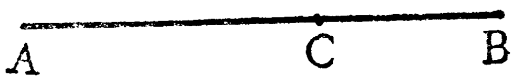


图1—4

解此一元二次方程得

$$x_1=\frac{\sqrt{5}-1}{2},\quad x_2=\frac{-\sqrt{5}-1}{2}.$$

因为 AC 表示 x 的长度，而 x_2 是个负值，应舍去，所以符合长度的 AC 长为 x_1

即　$$AC=\frac{\sqrt{5}-1}{2}=0.618033988\cdots\approx0.618.$$

这就是“优选法”中常数 0.618 的来历。

习　题

1．$x^2+ax=0$。　　2．$2x^2+7x-4=0$。

3．$(3x-2)^2=25$。　　4．$4y^2-12y+9=0$。

5. $x^2+(x-3)^2-2x=19$. 6. $mx^2-(m-n)x-n=0$.

7.某公社的电力排灌面积，两年内从原来的 2.25×10^3 亩增加到 8.5×10^3 亩，求平均每年增长百分之几？

8.建国二十多年，我国医疗事业飞速发展，药价不断下降。以油质青霉素为例：1963 年每盒（10支）售价4元，经过1966 年和 1969 年两次全面大幅度降价后，每盒价格降为 1.18 元，问平均每次降价百分数（精确到1%）是多少？

9.民兵战士从难从严，从实战出发，苦练杀敌本领。训练过程中，在不考虑空气阻力的条件下，迫击炮如果用 45° 的发射角射出，炮弹飞行的时间 t（秒）和炮弹的初速度 V（米/秒）有下面的关系式：

$$\frac{\sqrt{2}}{2}Vt-4.9t^2=0$$

如果 $V=100$米/秒，求炮弹飞行的时间 t。

10. 前进大队早稻总产量由 1968 年的 45.5 万斤提高到1970 年的 81.5 万斤。问这两年早稻总产量每年的平均增长率是多少（精确到 1 %）？

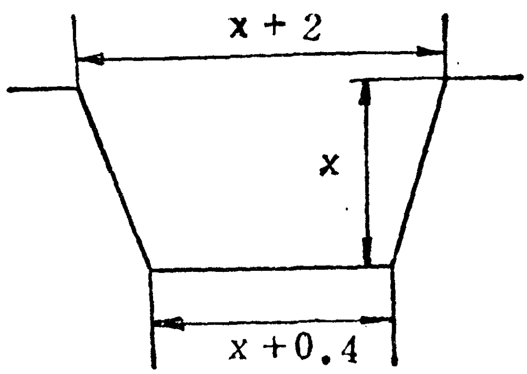


图1—5

11. 朝阳大队的贫下中农，计划修一条长 750 米，断面为等腰梯形的灌溉渠道（如图 1—5），渠道断面面积是 1.6 平方米，上口宽比渠深多 2 米，渠底宽比渠深多 0.4米，试计算：

（1）水渠上口的宽和渠底的宽；

（2）按劳动力安排计划，每天挖48立方米，问修这条渠道需多少天才能完成？

第二节　可化为一元二次方程的分式方程

同可化为一元一次方程的分式方程一样，解分式方程的关键是把分式方程变形为整式方程，下面我们来介绍可化为一元二次方程的分式方程。举例说明：

例1　解方程 $\frac{3}{x}+\frac{2}{x+3}=\frac{3}{x-3}$。

解　给方程两边同乘以 $x(x^2-9)$，得

$$3(x^2-9)+2x(x-3)=3x(x+3).$$

整理得　$2x^2-15x-27=0$

解此整式方程，得

$$x_1=-\frac{3}{2},\qquad x_2=9.$$

把 $x_1=-\frac{3}{2}$，$x_2=9$ 代入原分式方程检验，知它们是原分式方程的两个根。

例2　解分式方程 $\frac{1}{x+2}+\frac{4x}{x^2-4}=1+\frac{2}{x-2}$。

解　去分母，方程两边同乘以 $(x+2)(x-2)$ 得

$$(x-2)+4x=(x+2)(x-2)+2(x+2).$$

整理得　$x^2-3x+2=0$.

解此一元二次方程得

$$x_1=1,\qquad x_2=2.$$

将 $x_1=1$ 代入方程检验，适合，故 $x_1=1$ 是原方程的根。

将 $x_2=2$ 代入原方程，发现方程的分母 x^2-4、$x-2$ 都等于0，方程失去意义，故 $x_2=2$ 不是原方程的根，应舍去。但 $x_2=2$ 是变形后的方程的根。

象这种变形后得出的不适合原方程的根叫增根。

所以原分式方程只有一个解，$x=1$。

为什么会出现增根呢？当我们解例2去分母时，是用整式 $(x+2)(x-2)$ 乘方程两边的，而当 $x=2$ 时，$(x+2)(x-2)=0$。所以，实际上是用零乘了方程两边的。这样就可使不是等量的也变成等量的关系。例如 $x-1\neq x+1$，但 $(x-1)\times 0=(x+1)\times 0$。故变形后的方程和原方程的根可能不一样。$x=2$ 是变形后方程的根，而不是原方程的根。这样就产生了增根。

方程两边同乘以一个不为零的数，方程的解不变。但同乘以一个含有未知数的整式，就有产生增根的可能。因此，解分式方程时，必须进行验根。

一般地说，代入原方程进行验根，往往比较麻烦。这里，我们介绍一种简便的方法，即把求得的根代入方程两边所乘的整式中去检验。只要解的过程不发生错误。那么，如果它的值不为零，所得的根就是原方程的根，如果它的值等于零，所得的根就是增根。

习　题

1. $\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}=\frac{1}{12}$.　　2. $\frac{150}{x+100}=\frac{150}{x}-\frac{1}{20}$.

3. $\dfrac{4}{x-5}+\dfrac{x-3}{12-x}=\dfrac{x-45}{x^2-17x+60}$.

4. $\dfrac{r+2}{r+1}+\dfrac{r+1}{r+2}=\dfrac{13}{6}$（提示：设$\dfrac{r+2}{r+1}=x$）.

5. 某拖拉机站驾驶员学习运用优选法，使每耕一亩地的耗油量减少 0.4 公斤，用 60 公斤柴油比原计划多耕了 40 亩地，问 60 公斤柴油共耕了多少亩地？

第三节　二元二次方程组

（一）基本概念

在第一章里，我们学过了二元一次方程组及其解法，本节我们来研究一些比较简单的二元二次方程组。先看这样一个问题：

钳工师傅要将一长方形钢板加工成（如图1—6）的零件，要求其全部面积为 72 平方厘米，周长为 40 厘米，试求零件中间部分的正方形和两边凸出、且全等的小正方形的边长？

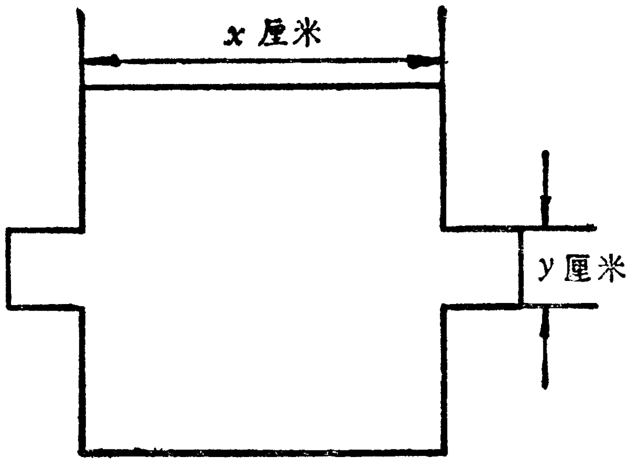


图1—6

设零件中间部分的正方形边长为 $x$cm，凸出的小正方形边长为 $y$cm，那么，

零件总面积为：　$x^2+2y^2=72$.　　（1）

零件总周长为：　$4x+4y=40$.　　（2）

象（1）式这样，含有两个未知数，且含有未知数的项

的最高次数是二的方程叫做二元二次方程。

二元二次方程的一般形式是：

$$ax^2+bxy+cy^2+dx+ey+f=0.$$

这里 a、b、c 不全是零；ax^2、bxy 和 cy^2 叫做二次项，dx 和 ey 叫做一次项，f 叫做常数项。

一般一个二元二次方程可以有无数组解。若任意假定一个未知数的值，代入已知的二元二次方程，都可求出另一个未知数的值。

我们把（1）和（2）合成一组得到：

$$\begin{cases} x^2+2y^2=72, \\ 4x+4y=40. \end{cases}$$

象这样由一个二元一次方程和一个二元二次方程，或者由两个二元二次方程组成的方程组叫做二元二次方程组.

例如 $\begin{cases} x+y=5, \\ xy=6; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-3xy+5y^2=3 \\ 2x^2+xy-3y^2=7 \end{cases}$ 等都是二元二次方程组。

（二）解　法

解二元二次方程组同解二元一次方程组一样，其基本方法仍是消元法。

1.代入消元法

例 1　我们现在来解前面提出的方程组。

$$\begin{cases} x^2+2y^2=72, & (1) \\ 4x+4y=40. & (2) \end{cases}$$

解　由（2）可得

$$x=10-y. \quad (3)$$

将（3）代入（1）

$$(10-y)^2+2y^2=72.$$

整理后得

$$3y^2-20y+28=0.$$

解此一元二次方程，得

$$y_1=2, \qquad y_2=\frac{14}{3}.$$

将 $y_1=2$ 代入（3）得 $x_1=8$，

将 $y_2=\frac{14}{3}$ 代入（3）得 $x_2=\frac{16}{3}$.

则 $$\begin{cases} x_1=8, \\ y_1=2; \end{cases} \qquad \begin{cases} x_2=\dfrac{16}{3}, \\ y_2=\dfrac{14}{3}. \end{cases}$$

这两组解可根据实际需要取舍，如图的零件凸出的小正方形边长应是 2 cm。

例 2 已知一个矩形的周长是 46 厘米，面积是 120 平方厘米，试求这个矩形的长和宽。

解 设矩形的长是 x 厘米，宽是 y 厘米，据题意可列方程组：

$$\begin{cases} 2x+2y=46, \\ xy=120. \end{cases}$$

即 $$\begin{cases} x+y=23, & (1) \\ xy=120. & (2) \end{cases}$$

由（1）得

$$x = 23 - y. \tag{3}$$

将(3)代入(2)

$$(23 - y)y = 120,$$

即 $$y^2 - 23y + 120 = 0.$$

解之得 $$y_1 = 15, \qquad y_2 = 8.$$

将 y_1, y_2 之值代入(3)式得 $x_1 = 8, \quad x_2 = 15.$

$$\therefore \quad \begin{cases} x_1 = 8, \\ y_1 = 15; \end{cases} \qquad \begin{cases} x_2 = 15, \\ y_2 = 8. \end{cases}$$

答 矩形的长是 15 厘米，宽是 8 厘米。

例 3 解方程组:

$$\begin{cases} 2x^2 + 4xy + 2y^2 + 3x + 3y - 2 = 0, & (1) \\ 3x^2 - 32y^2 + 5 = 0. & (2) \end{cases}$$

解 由(1)可得

$$2(x + y)^2 + 3(x + y) - 2 = 0.$$

就$(x + y)$分解因式得

$$(x + y + 2)(2x + 2y - 1) = 0.$$

$$x + y + 2 = 0 \quad 或 \quad 2x + 2y - 1 = 0.$$

那么原方程组可以化成两个方程组:

$$\begin{cases} 3x^2 - 32y^2 + 5 = 0, \\ 2x + 2y - 1 = 0; \end{cases} \qquad \begin{cases} 3x^2 - 32y^2 + 5 = 0, \\ x + y + 2 = 0. \end{cases}$$

用代入法分别解这两个方程组，得

$$\begin{cases} x_1 = 1, \\ y_1 = -\dfrac{1}{2}; \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = \dfrac{3}{29}, \\ y_2 = \dfrac{23}{58}; \end{cases} \quad \begin{cases} x_3 = -3, \\ y_3 = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} x_4 = -\dfrac{41}{29}, \\ y_4 = -\dfrac{17}{29}. \end{cases}$$

2.加减消元法

例 4 解方程组：

$$\begin{cases} x^2-3xy+2y^2+4x+3y-1=0, & (1) \\ 2x^2-6xy+y^2+8x+2y-3=0. & (2) \end{cases}$$

解 由方程组可以看出，(1)和(2)含有 x 项的对应系数成比例，故可先消去 x。

(1)× 2 得 $2x^2-6xy+4y^2+8x+6y-2=0$，(3)

(3) − (2)得 $3y^2+4y+1=0$. (4)

解(4)得 $y_1=-\frac{1}{3}$， $y_2=-1$.

把 $y_1=-\frac{1}{3}$ 代入(1)得

$$x_1=\frac{1}{3}, \qquad x_2=-\frac{16}{3}.$$

把 $y_2=-1$ 代入(1)得

$$x_3=\frac{-7+\sqrt{57}}{2}, \quad x_4=\frac{-7-\sqrt{57}}{2}.$$

$$\therefore \quad \begin{cases} x_1=\frac{1}{3}, \\ y_1=-\frac{1}{3}; \end{cases} \qquad \begin{cases} x_2=-\frac{16}{3}, \\ y_2=-\frac{1}{3}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_3=\frac{-7+\sqrt{57}}{2}, \\ y_3=-1; \end{cases} \qquad \begin{cases} x_4=\frac{-7-\sqrt{57}}{2}, \\ y_4=-1. \end{cases}$$

例 5 解方程组

$$\begin{cases} 2x^2+4xy-2x-y+2=0, & (1) \\ 3x^2+6xy-x+3y=0. & (2) \end{cases}$$

解 由方程组可以看出(1)、(2)中，二次项系数对应成比例，故可消去二次项。

(2)×2得 $6x^2+12xy-2x+6y=0$； (3)

(1)×3得 $6x^2+12xy-6x-3y+6=0$， (4)

(3)－(4)得 $4x+9y-6=0$.

移项得 $y=\frac{2}{9}(3-2x)$. (5)

将(5)代入(2)得

$$3x^2+\frac{4}{3}x(3-2x)-x+\frac{2}{3}(3-2x)=0,$$

整理得 $x^2+5x+6=0$. (6)

解(6)得 $x_1=-2$， $x_2=-3$.

把$x_1=-2$代入(5)得 $y_1=\frac{14}{9}$.

把 $x_2=-3$ 代入(5)得 $y_2=2$.

$$\therefore \begin{cases} x_1=-2, \\ y_1=\frac{14}{9}; \end{cases} \qquad \begin{cases} x_2=-3, \\ y_2=2. \end{cases}$$

习　题

1. $\begin{cases} x+y=14, \\ x^2+y^2=100. \end{cases}$

2. $\begin{cases} 2y^2+x-y=3, \\ 3y^2-2x+y=0. \end{cases}$

3. $\begin{cases} x^2+y^2=5, \\ x^2-y^2=3. \end{cases}$

4. $\begin{cases} x+y=33, \\ xy=216. \end{cases}$

5. 已知一木梁重 90 公斤，比木梁长 2 米的一铁梁重 160 公斤，又知每米铁梁比每米木梁重 5 公斤，求两梁的长与每米的重量。

6. 要把 28 厘米的铁丝打成 48 平方厘米的长方形零件，求这长方形的长和宽？

二、长度、面积、体积计算

第一章 长度的计算及应用

在三大革命实践中，我们常遇到许多有关长度的问题，例如计算卫星的运行轨道、铁路干线、灌溉水渠的长度等。计算面积和体积，也是离不开长度的。线段或曲线的长度，有的可以直接度量，有的却要通过一定的方法进行推算。在本章里，我们来看看劳动人民在长期生产实践中，是怎样计算有关长度问题的。

第一节 长度的计量单位和常用的计算公式

表示一条线段长短的数量，叫做这条线段的长度。

现在把一种制度的两个单位间的进率、两种制度的两个单位间的换算以及有关长度计算的一些公式列表如下：

公制长度计量单位表

名称	公里	米	分米	厘米	毫米	丝米	忽米	微米
代号	km	m	dm	cm	mm	dmm	cmm	μ
等量	1000米	10分米	10厘米	10毫米	10丝米	10忽米	10微米	

市制长度计量单位表

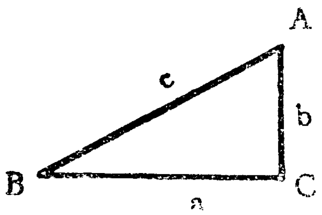
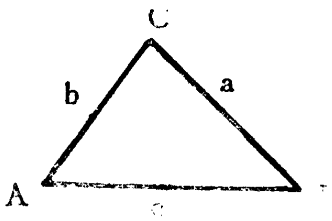
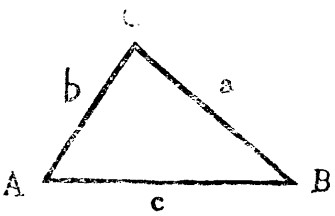
名称	里	丈	尺	寸	分	厘	毫
等量	150丈	10尺	10寸	10分	10厘	10毫	

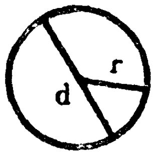
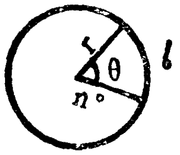
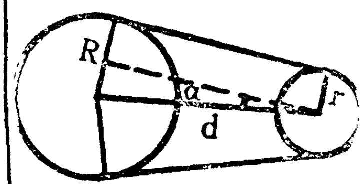
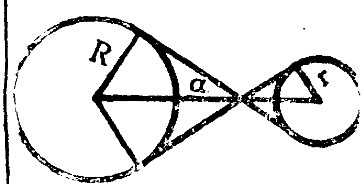
1步＝5尺

公制和市制长度换算表

1公里＝2市里	1市里＝$\frac{1}{2}$公里
1米＝3尺	1尺＝$\frac{1}{3}$米
1分米＝3寸	1寸＝$\frac{1}{3}$分米
1厘米＝3分	1分＝$\frac{1}{3}$厘米

常用长度计算公式表

名　称	图　　　　形	长　度　公　式	字母的意义
勾股定理		$a^2+b^2=c^2$	a—股 b—勾 c—弦
正弦定理		$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$	a,b,c—三边 A,B,C—三角
余弦定理		$a^2=b^2+c^2$ $-2bc\cos A$	a,b,c—三边 A—角

圆周长		$c=\pi d$ $c=2\pi r$	c—周长 d—直径 r—半径
圆弧长		$l=r\theta$ $l=\dfrac{n\pi r}{180}$	l—弧长 r—半径 θ—弧度数 n—度数
直传动皮带长		$L=\pi(R+r)+2\alpha(R-r)+2d\cos\alpha$ $L\approx\pi(R+r)+2d+\dfrac{(R-r)^2}{d}$	L—皮带长 R、r—半径 d—连心线长 α—弧度
交叉传动皮带长		$L=(R+r)(\pi+2\alpha)+2d\cos\alpha$ $L\approx\pi(R+r)+2d+\dfrac{(R+r)^2}{d}$	同上

第二节　应用实例

例 1　跃进公社知识青年实验组要划出一块长 3 丈、宽 4 尺的长方形土地，作为棉花育苗床，现手头只有一条皮尺，问怎样才能划出这块长方形的地界？

解　如图 2—1

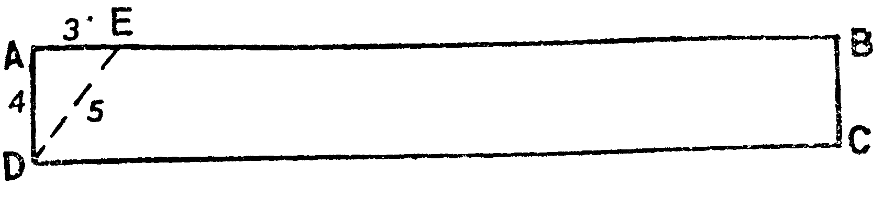


图 2—1

要用皮尺划出一块长方形的地界，问题在于如何用一条皮尺划出一个直角，要解决这个问题就需要利用直角三角形

的勾股关系：

（1）先定出基线 $AB=3$ 丈；

（2）在 AB 上量取 $AE=3$ 尺，定出 E 点；

（3）把皮尺的起点固定在 A 点，把皮尺上的9尺处（即3米处）固定在 E 点，然后从4尺处拉紧皮尺，这样就可确定出 D 点，连结 AD；

（4）用同样的方法定出 C 点，连结 BC 和 CD，我们就得到了长方形苗床的轮廓线 $ABCD$。

$\angle A$ 为什么一定是直角呢？因为 $\triangle ADE$ 的边为3尺、4尺、5尺，所以，由勾股定理知 $\angle A$ 一定是直角。

在田地中画直角的问题，都可以这样来解决。

例 2 木工要做一个一尺见方的方柱，选用多大直径的圆木最合适？

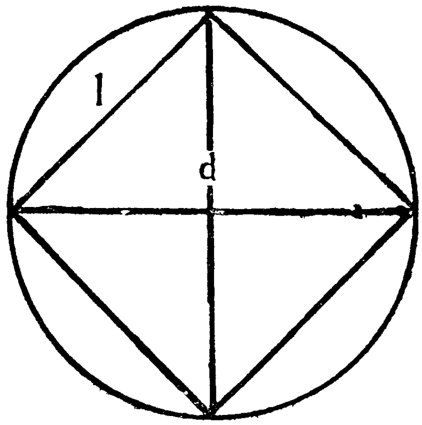


图 2—2

解 如图2—2，方柱的边长是1尺，设圆木的直径为 d 尺。由勾股定理得

$$d^2=1^2+1^2=2,$$

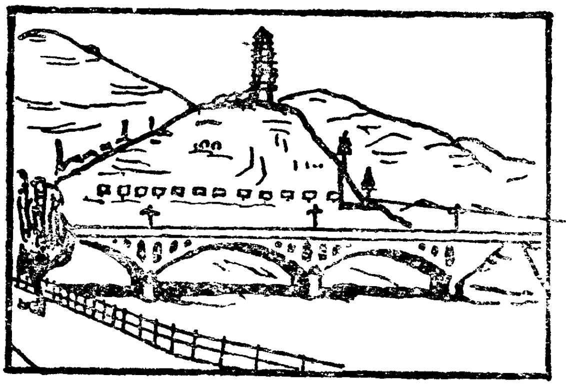
$$d=\sqrt{2}\ (\text{尺}).$$

答 选用直径稍大于 $\sqrt{2}$ 尺的圆木最合适。

例 3 北京知识青年要在延安宝塔山上植树，已测得山的坡度为65°，要求水平株距是1.5米，求山坡株距。

解 如图2—3，$AC=1.5$ 米，$\angle A=65°$，由三角函数定义知

$$\cos 65° = \frac{AC}{AB},$$



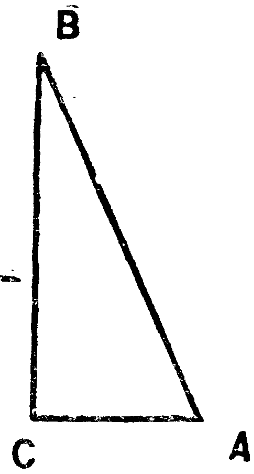


图 2—3

$$\therefore \quad AB=\frac{AC}{\cos 65^\circ}=\frac{1.5}{0.4226}\approx 3.5(\text{米}).$$

答 山坡株距约为 3.5 米。

例 4 一人在A点测得山顶的仰角为40°，前进 30 米到B点，测得山顶的仰角为 46°，求山高。

解 如图 2—4，设山高为 x 米

则 $AD=x\,\text{ctg}40^\circ \qquad BD=x\ \text{ctg}46^\circ$

$\because \quad AD-BD=30.$

即 $x\,\text{ctg}40^\circ-x\,\text{ctg}46^\circ=30.$

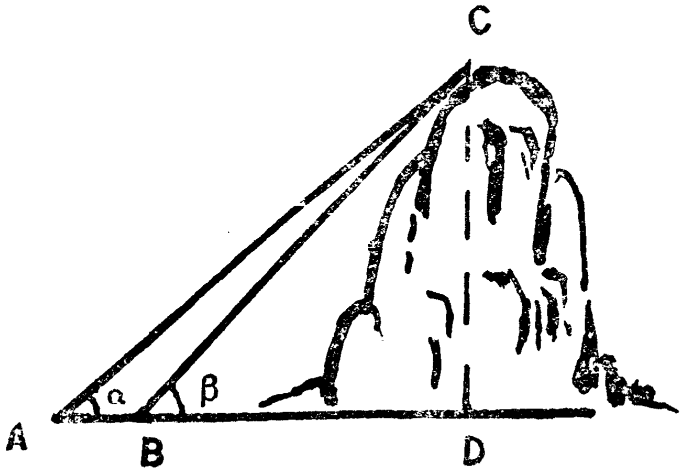


图 2—4

$$x=\frac{30}{\text{ctg}40^\circ-\text{ctg}46^\circ}$$

$$=\frac{30}{1.1918-0.9657}$$

$$=\frac{30}{0.2261}$$

≈ 132.7（米）.

答 山高约为132.7米。

例 5 宝鸡峡水库是我省水利建设最大工程之一。仅主渠道就要开凿八座隧道，如图 2 — 5 就是其中的一座。为测知隧道的长，我们选择了能通视 A、B 两点的 C 作为测站，已测得 $CA=200$ 米，$CB=250$米，$\angle C=87°30'$，求隧道的长。

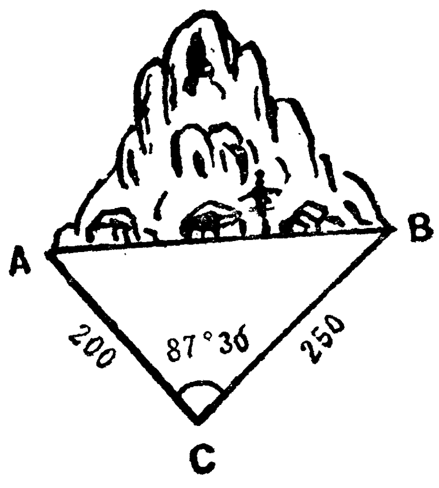


图 2 — 5

解 由余弦定理得

$$AB=\sqrt{AC^2+BC^2-2AC\cdot BC\cdot\cos\angle C}$$
$$=\sqrt{200^2+250^2-2\times200\times250\times\cos87°30'}$$
$$=\sqrt{40000+62500-4360}$$
$$=\sqrt{98140}$$
$$\approx313\text{（米）}.$$

答 这条隧道长约 313 米.

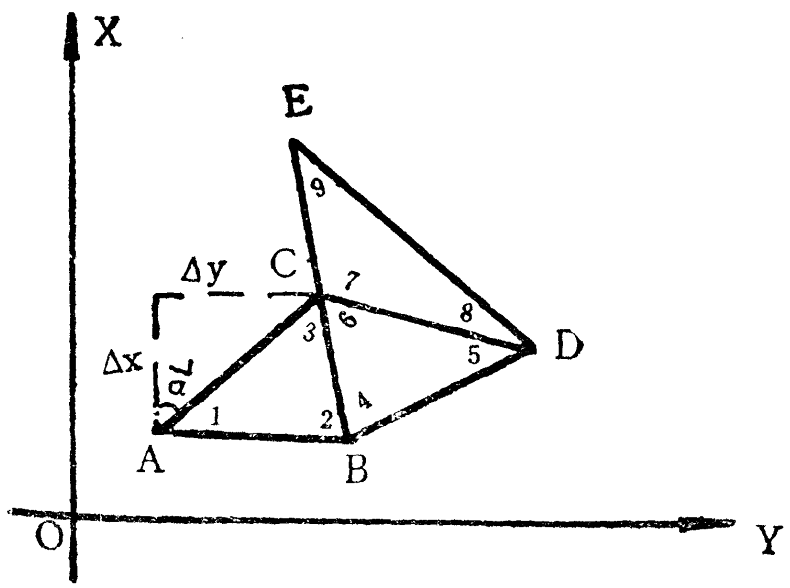


图 2 — 6

例 6 某校工农兵学员为了绘制东风大队的地形图进行测量。如图 2 — 6，已经测得基线$AB=90$米，$\angle1=38°$，$\angle2=76°$，$\angle3=66°$，$\angle4=\cdots\cdots$；并且知道

A 点的坐标 $x_A=5000$，$y_A=5000$，AC 的方位角 $\alpha=55°$. 试求其它各点的坐标。

解 由正弦定理知

$$\frac{AB}{\sin\angle 3}=\frac{AC}{\sin\angle 2}.$$

$$\therefore \quad AC=\frac{AB\sin\angle 2}{\sin\angle 3}$$

$$=\frac{90\times\sin 76°}{\sin 66°}$$

$$=\frac{90\times 0.9703}{0.9135}$$

$$\approx 95.4\ (\text{米}).$$

$\because$ AC 的方位角 $\alpha=55°$,

$\therefore$ $\triangle x=AC\cdot\cos 55°=95.4\times 0.5736\approx 54.7$(米).

$\triangle y=AC\cdot\sin 55°=95.4\times 0.8192\approx 78.2$(米).

于是 C 点的坐标

$x_c=x_A+\triangle x=5000+54.7=5054.7$(米).

$y_c=y_A+\triangle y=5000+78.2=5078.2$(米).

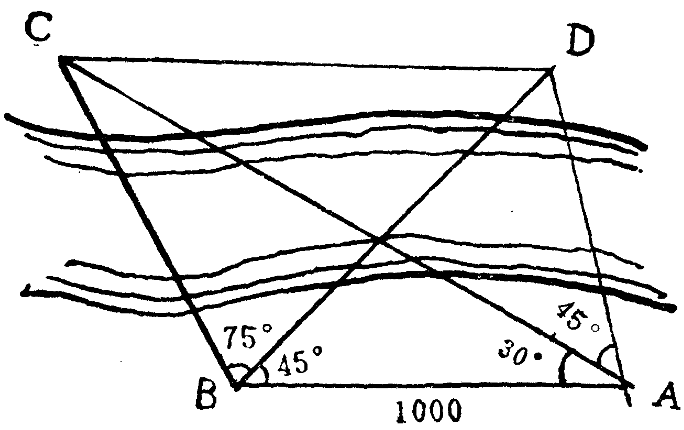


图 2 — 7

同理可算出其它各点的坐标。

例 7 如图2—7，我人民解放军从观察所 A 和另一点 B 处，望见河对岸敌军两座碉堡 C 和 D。我军在 A 点测得 $\angle BAC=30°$,

$\angle CAD=45°$，又在B处测得$\angle ABD=45°$，$\angle CBD=75°$，已知A、B两点相距1000米。求敌军两碉堡间的距离。

解 在$\triangle ABC$中，由正弦定理得

$$AC=\frac{AB}{\sin\angle ACB}\times\sin\angle ABC$$

$$=\frac{1000}{\sin 30°}\times\sin 120°$$

$$=1000\sqrt{3}\text{（米）}.$$

同理在$\triangle ADB$中，由正弦定理得

$$AD=\frac{AB}{\sin\angle ADB}\times\sin\angle DBA$$

$$=\frac{1000}{\sin 60°}\times\sin 45°$$

$$=\frac{1000\sqrt{6}}{3}\text{（米）}.$$

在$\triangle ACD$中，由余弦定理得

$$CD^2=AC^2+AD^2-2\,AC\cdot AD\cdot\cos 45°$$

$$=(1000\sqrt{3})^2+\left(\frac{1000\sqrt{6}}{3}\right)^2$$

$$-2\times 1000\sqrt{3}\times\frac{1000\sqrt{6}}{3}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$=\frac{5\times 1000^2}{3}.$$

$$\therefore\quad CD=1000\times\frac{\sqrt{15}}{3}\approx 1000\times 1.931=1931\text{（米）}.$$

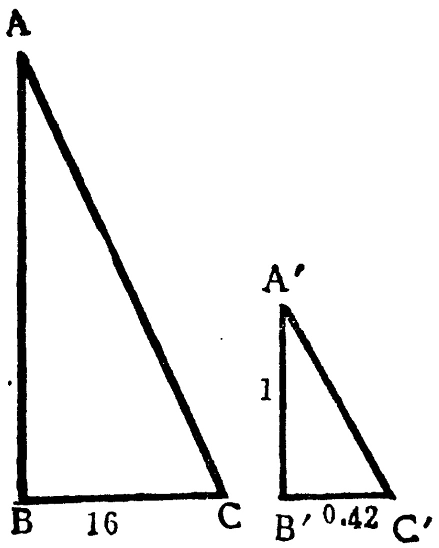


图2—8

答 敌军两碉堡间的距离约为1931米.

例8 如图2—8，已测得人民英雄纪念碑的影长$BC=16$米，同时又测得1米高的杆子的影长$B'C'=0.42$米. 求人民英雄纪念碑的高度.

解 ∵AB、$A'B'$都垂直于地面，

∴$\triangle ABC$和$\triangle A'B'C'$都是直角三角形.

又∵$AC\parallel A'C'$，（把太阳光近似看作平行光线）

$\therefore \angle A=\angle A'$.

于是 $\triangle ABC\backsim\triangle A'B'C'$.

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'},$$

$$\therefore \quad AB=\frac{A'B'\times BC}{B'C'}$$

$$=\frac{1\times16}{0.42}$$

$$\approx38(\text{米}).$$

这个数字和人民英雄纪念碑的实际高度37.94米很接近。

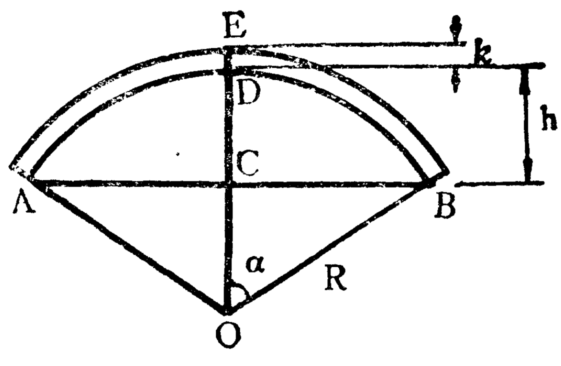


图2—9

例9 在建筑房屋时，我们可以看到门窗上面常砌

成如图 2 — 9 所示的弓形式样. 已知$AB=180$厘米，$h=36$厘米，$k=15$厘米，求上下两条弧长. 如果用宽 15 厘米、厚 5 厘米的砖砌成，需要多少块砖?

解 设下弧所在圆的半径为R，下弧所对的圆心角为2α，过圆心O作弦AB的垂线交$\overset{\frown}{AB}$于D、交$\overline{AB}$于C，则$AC=CB$.

令$AB=l$，$DE=k$，$CD=h$，则

$$R^2=(\frac{1}{2}l)^2+(R-h)^2=\frac{1}{4}l^2+R^2-2Rh+h^2,$$

$$\therefore\quad R=\frac{\frac{1}{4}l^2+h^2}{2h}=\frac{\frac{1}{4}\times180^2+36^2}{2\times36}\approx130.5(\text{厘米}).$$

$$\sin\alpha=\frac{\frac{1}{2}l}{R}=\frac{\frac{1}{2}\times180}{130.5}\approx0.6896.$$

$$\alpha\approx43°36'=43.6°.$$

由弧长公式$l=\frac{n\pi r}{180}$，得

$$\text{下弧长}=\frac{2\alpha\pi R}{180}=\frac{2\times43.6\times3.14\times130.5}{180}$$

$$\approx198.5(\text{厘米}).$$

$$\text{上弧长}=\frac{2\alpha\pi(R+k)}{180}$$

$$=\frac{2\times43.6\times3.14\times(130.5+15)}{180}$$

$$\approx221.3(\text{厘米}).$$

所需砖数 $=198.5\div5\approx40$(块).

答 上、下弧分别长为 221.3 厘米和 198.5 厘米,需 40 块砖.

例10 某工厂有一座烟囱,其上口直径为 1 米,下口直径为 2 米,高 15 米.为了加固它,要从上至下每隔 3 米用(6×20 型号)扁钢加一道箍,并在周围用同样的材料加四道竖筋,问约需扁钢多少米?

解 如图 2—10共需 4 道竖筋和 6 道圆箍。由勾股定理知

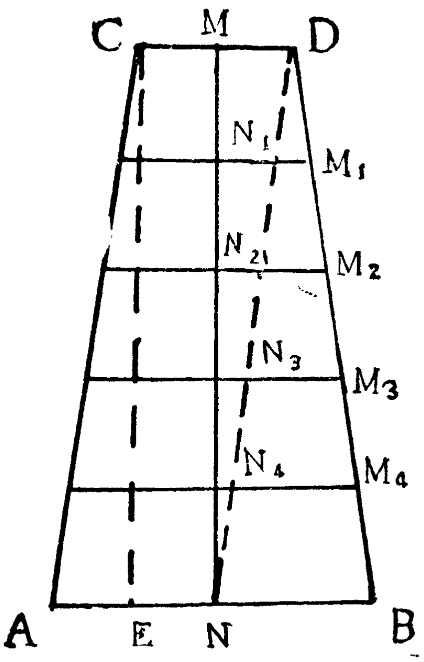


图 2—10

$$\begin{aligned}AC&=\sqrt{CE^2+AE^2}\\&=\sqrt{15^2+0.5^2}\\&=15.5(\text{米}).\end{aligned}$$

$\therefore$ 四道竖筋全长 $=15.5$米 $\times\ 4=62$米.

下边我们来求 6 道圆箍的长. 连结DN.

$\because\ \triangle DN_1M_1\backsim\triangle DNB$,

$$\therefore\ \frac{N_1M_1}{NB}=\frac{DM_1}{DB},$$

$$N_1M_1=\frac{NB\cdot DM_1}{DB}.$$

又 $\because\ NB=1$ 米,$DM_1=\frac{1}{5}DB$,

$$\therefore\ N_1M_1=\frac{1\times\frac{1}{5}DB}{DB}=\frac{1}{5}(\text{米}).$$

同理　$N_2M_2=\frac{2}{5}$米，$N_3M_3=\frac{3}{5}$米　$N_4M_4=\frac{4}{5}$米。

6道圆箍的直径分别是1米、$1\frac{1}{5}$米、$1\frac{2}{5}$米、$1\frac{3}{5}$米、$1\frac{4}{5}$米、2米。

$$6\text{道圆箍的全长}=\pi+1\frac{1}{5}\pi+1\frac{2}{5}\pi+1\frac{3}{5}\pi+1\frac{4}{5}\pi+2\pi$$
$$=9\pi$$
$$\approx 28.26(\text{米}).$$

四道竖筋和六道圆箍总长＝62米＋28.26米＝90.26米。

答　共需扁钢90.26米。

例11　胜利生产队新买一台磨面机。它的皮带轮直径是25厘米，需要转速为1,400转/每分钟的电动机，直径为10厘米的皮带轮作传动。但该队现有一台2,900转/每分钟的高速电动机，问给电动机装上多大的皮带轮才能配套（如图2—11）？

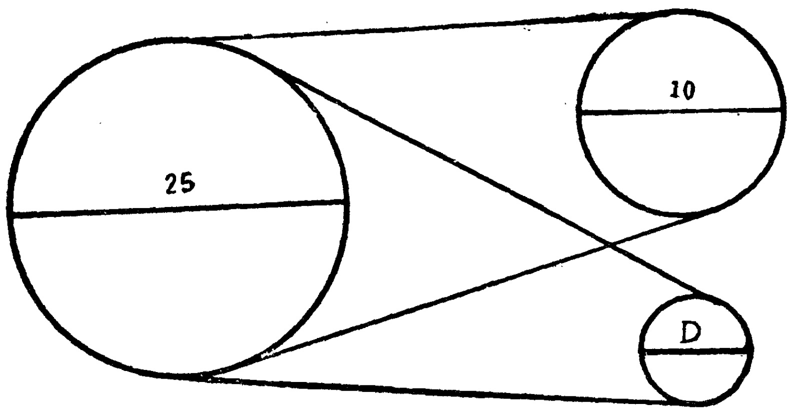


图2—11

解　∵　主动轮直径与从动轮直径的比等于它们转速的反比。

∴若配上皮带轮直径为10厘米，转速为1,400转/每分钟的电动机，磨面机上直径为25厘米的皮带轮转速为V，则有

$$25:10=1400:V$$

即　　$$10\times1400=25V$$

同理，若转速为2,900转/每分钟的高速电动机皮带轮的直径为D，

则有　　$$2900D=25V$$

从而有　　$$2900D=10\times1400$$

于是　　$$D=\frac{10\times1400}{2900}\approx4.8(\text{厘米})$$

答　高速电动机装上直径为4.8厘米的皮带轮才能配套。

例12　朝阳中学有一运动场，可画400米跑道四道，跑道的形状是由两个半圆和两条直线结合而成。已知跑道里圈的半圆直径长为36米，两半圆圆心的距离为86米（如图2—12），运动员所跑的路程由跑道内线向外0.3米处计算，每两条跑道相隔1.22米，（其中0.02米是所画跑道线的宽度），问这跑道如何画线？

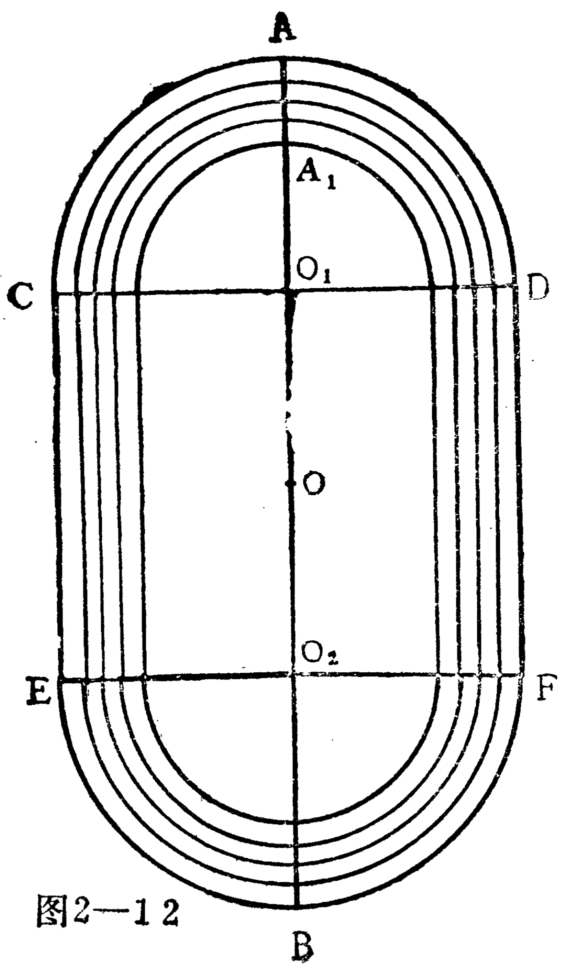


图2—12

画法

1.先定出跑道的中轴线 AB，然后在线段 AB 上找出中点O，并分别在OA、OB 上找出 O_1、O_2两点，使 $OO_1=OO_2=43$米，过O_1，O_2分别作AB的垂线CD、EF。

2.在 O_1A 上 取 $O_1A_1=36$ 米，以 O_1为 圆 心，分 别 以 O_1A_1、$O_1A_1+1.22$、$O_1A_1+2.44$、$O_1A_1+3.66$、$O_1A_1+4.88$为半径画半圆交 CD 于各点。

3.用同样的方法以O_2为圆心，画五个同心半圆，交 EF 于各点，依次连结各点，则四条跑道画成。

计算　第一条跑道长 $l_1=2\pi(36+0.3)+2\times86\approx400$（米）。

第二条$l_2=2\pi(36+0.3+1.22)+2\times86\approx407.66$(米)。

第三条 $l_3=2\pi(36+0.3+2.44)+2\times86\approx415.3$ (米)。

第四条 $l_4=2\pi(36+0.3+3.66)+2\times86\approx423$ (米)。

从跑道终线开始，由内道至外道依次向前量 0 米、7.66 米、15.3米、23米作为各条跑道的起始点。这样，四条跑道虽然起点不同，但终点相同，所跑的距离都是 400 米。

第二章　面积的计算及应用

恩格斯指出：**“数学是从人的需要中产生的：是从丈量土地和测量容积，从计算时间和制造器皿产生的。”**在三大革命运动中，特别是在农业生产中，经常碰到计算面积和地积的问题，例如开荒造田、平整土地、核算产量、修建水渠等等，都需要计算面积和地积。

毛主席教导我们：**“许多东西单从书本上学是不成的，要向生产者学习，向工人学习，向贫农下中农学习，……。”**

我国劳动人民在长期的生产斗争中，积累了丰富的计算面积和地积的实践经验。在一般情况下，他们采用步测或目测的办法就解决了问题。还把某些计算方法编成十分有用的口诀，例如“长16，宽15，不多不少整一亩”。（16步×15步＝240平方步＝1亩）。因此，我们必须向贫下中农学习，才能掌握这方面的知识。

第一节　面积的计量单位和常用的计算公式

一个平面封闭图形所占平面部分的大小，叫做它的面积。表示土地的面积，叫做地积。

关于面积的计算，通常有公制和市制两种制度。现在把这两种制度的进率和单位间的换算关系以及常用的面积公式列表如下：

公制面积、地积计量单位表

名　称	平方公里	公顷	公亩	平方米	平方分米	平方厘米	平方毫米
代　号	km^2	ha.	a.	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
等　量	100公顷	100公亩	100平方米	100平方分米	100平方厘米	100平方毫米	

市制面积计量单位表

名　称	平方里	平方丈	平方尺	平方寸	平方分	平方厘	平方毫
等　量	22,500平方丈	100平方尺	100平方寸	100平方分	100平方厘	100平方毫	

市制地积计量单位表

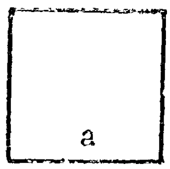
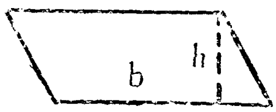
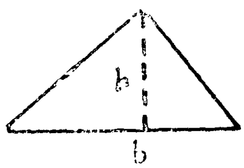
名　称	平方里	顷	亩	分	厘
等　量	3.75顷	100亩	10分	10厘	

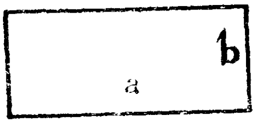
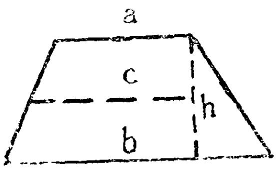
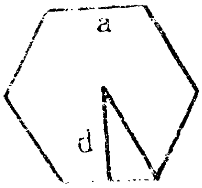
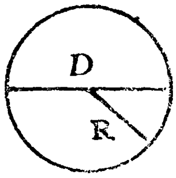
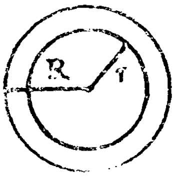
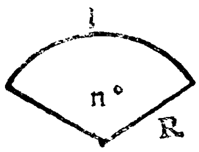
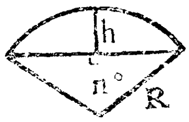
1亩 = 60平方丈 = 240平方步

公制和市制的面积、地积换算表

1平方公里 = 4平方里	1平方里 = $\frac{1}{4}$平方公里
1平方米 = 9平方尺	1平方尺 = $\frac{1}{9}$平方米
1平方分米 = 9平方寸	1平方寸 = $\frac{1}{9}$平方分米
1　公　顷 = 15亩	1亩 = $\frac{1}{15}$公顷
1亩 = $\frac{2,000}{3}$平方米 ≈666.7平方米	1平方米 = 0.0015亩

面积计算公式

名　称	图　形	面　积　公　式	字母的意义
正方形		$S = a^2$	a—边长
平行四边形		$S = bh$	h—高 b—底边
三角形		$S = \frac{1}{2}bh$	h—高 b—底边

矩　形		$S=ab$	a—长 b—宽
梯　形		$S=\frac{1}{2}(a+b)h$ $S=ch$	a,b—上、下底 c—中位线 h—高
正多边形		$S=\frac{1}{2}adn$ $=\frac{1}{2}dp$	a—边长 d—边心距 n—边数 p—周长
圆		$S=\pi R^2$ $=\frac{1}{4}\pi D^2$	R—半径 D—直径
环　形		$S=\pi(R^2-r^2)$	R—大圆半径 r—小圆半径
扇　形		$S=\frac{1}{2}lR$ $=\frac{n\pi R^2}{360}$	R—半径 l—弧长 n—圆心角度数
弓　形		$S=\frac{n\pi R^2}{360}-\frac{b(R-h)}{2}$ $S\approx\frac{2}{3}bh+\frac{h^3}{2b}$	R—半径 b—弦长 h—弓形高 n—圆心角度数

第二节　关于分田截积

在农业生产中，为了进行科学试验，有时需要在一大块田中划出一定面积的土地，这类问题叫做分田截积。由于田块形状不一，分田截积的方法也就不尽相同。我们常见田块

的形状大致可分为长方形田块、梯形田块和三角形田块三种。现在我们先来介绍梯形截积的计算公式，然后再谈其他两种情形的算法。

例 1 设梯形田块为 $ABCD$（如图 2—13），它的上底长为 a，下底长为 b，高为 h。要求划一条平行于底的直线 EF，使梯形 $AEFD$ 的面积为 S_0。

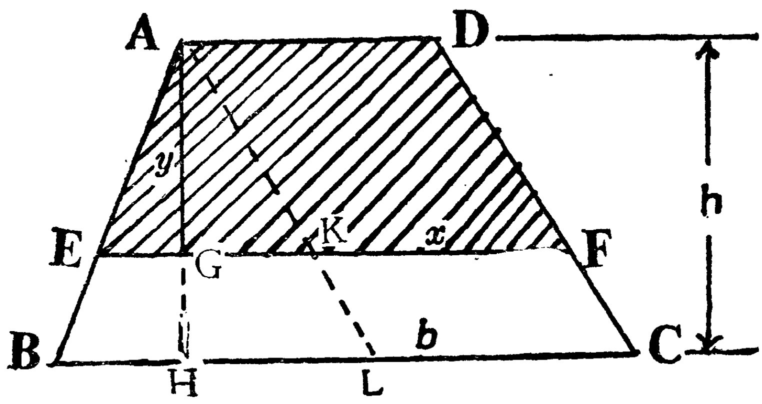


图 2—13

解 设应截梯形 $AEFD$ 的底 $EF=x$，高 $AG=y$，则有公式

$$x=\sqrt{a^2+\frac{2S_0(b-a)}{h}}$$

$$y=\frac{2S_0}{a+x}.$$

这个公式是这样推得的：

作 $AL \parallel DC$，分别交 EF、BC 于 K、L 两点，延长 AG 交 BC 于 H，则

$$EK=x-a,\quad BL=b-a,\quad AH=h。$$

根据相似形有关定理和面积公式，有

$$\frac{x-a}{b-a}=\frac{y}{h},$$

及 $$\frac{1}{2}y(x+a)=S_o.$$

解此方程组即得

$$x=\sqrt{a^2+\frac{2S_o(b-a)}{h}},\quad y=\frac{2S_o}{a+x}.$$

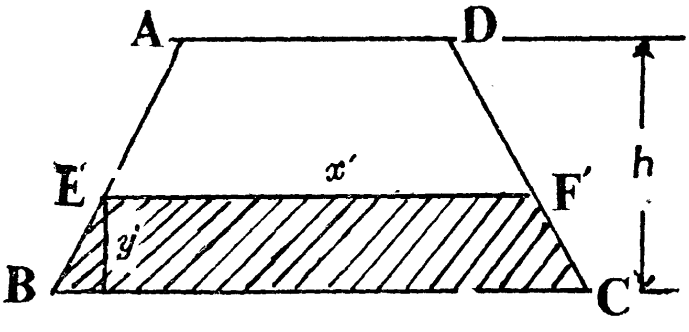


图 2 —14

如果要求从大头截取梯形 $BCF'E'$ 使其面积等于 S'（如图 2 —14），且设 $E'F'=x'$，梯形 $BCF'E'$ 的高为 y'. 则同样可以推得公式：

$$x'=\sqrt{b^2-\frac{2S'(b-a)}{h}},$$

$$y'=\frac{2S'}{b+x'}$$

例 2 红旗农科所有一块梯形田，上底长 20 米，下底长 60 米，高 100 米（如图 2 —15）。要在它的两端分别截出一块 1 亩 5 分的梯形田，用来种植两种不同品种的小麦，问怎样截法？

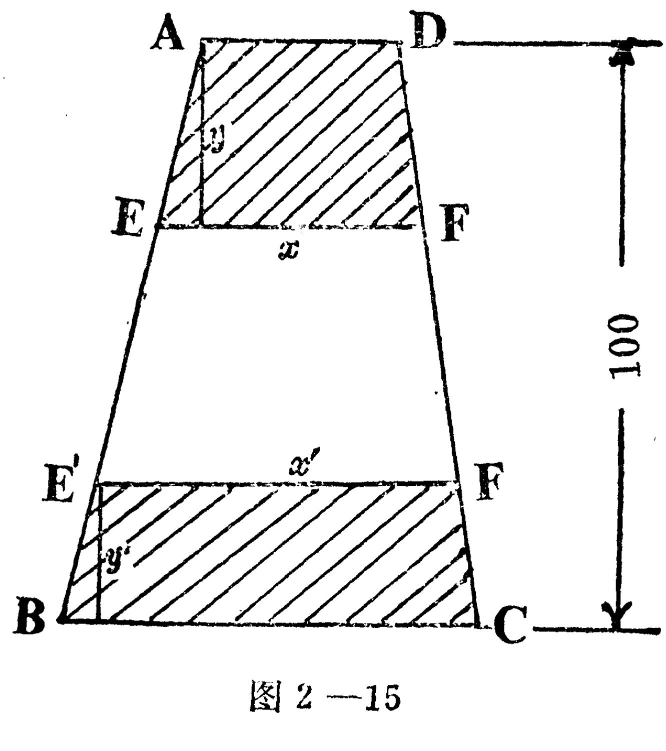


图 2 —15

解　1亩5分 $=1.5\times666.7$米$^2\approx1000$米^2

从小头截的梯形田 $AEFD$，有

$$x=\sqrt{20^2+\frac{2\times1000\times(60-20)}{100}}$$

$$\approx34.64\ (米),$$

$$y=\frac{2\times1000}{34.64+20}=36.7\ (米).$$

从大头截的梯形田 $BCF'E'$，有

$$x'=\sqrt{60^2-\frac{2\times1000\times(60-20)}{100}}$$

$$\approx52.92\ (米),$$

$$y'=\frac{2\times1000}{60+52.92}=17.7\ (米).$$

答　在这块田的两端分别截出的两块梯形田各以20米，34.64米为上、下底，36.7米为高和以52.92米、60米为上、下底，17.7米为高。

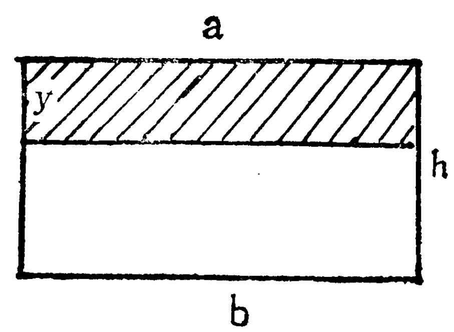


图2—16

对于长方形田（如图2—16）的情形，我们可以把它看作是上、下底相等（$a=b$）的梯形去处理。这时我们得公式

$$x=\sqrt{b^2+\frac{2S_0(b-b)}{h}}=b,$$

$$y=\frac{2S_0}{x+a}=\frac{2S_0}{b+b}=\frac{S_0}{b}.$$

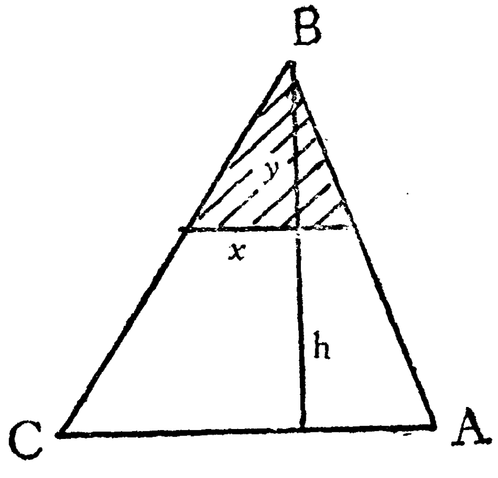


图 2 —17

对于三角形田（如图 2 —17）的情形，我们可以把它看作是上底 $a=0$ 的梯形去处理。这时我们有公式

$$x=\sqrt{0+\frac{2S_0(b-0)}{h}}$$

$$=\sqrt{\frac{2bS_0}{h}},$$

$$y=\frac{2S_0}{x}=2S_0\cdot\sqrt{\frac{h}{2bS_0}}=\sqrt{\frac{2hS_0}{b}}.$$

第三节　不规则形的面积

前面表中所列的面积计算公式，都是规则形面积的计算方法。但在实际中，我们常遇到许多不规则图形，如河床的横断面、水库的平面图等等。为了测算它们的面积，贫下中农和农业技术人员在生产实践中创造了很多方法。下边介绍几种：

（一）割补法

有些田地的形状虽不是规则形的，但可以经过割补的方法把它变为一个或几个近似于规则形的田地，然后应用公式计算。割补时，要使割去的和补上的面积之差尽可能小，这样计算出的结

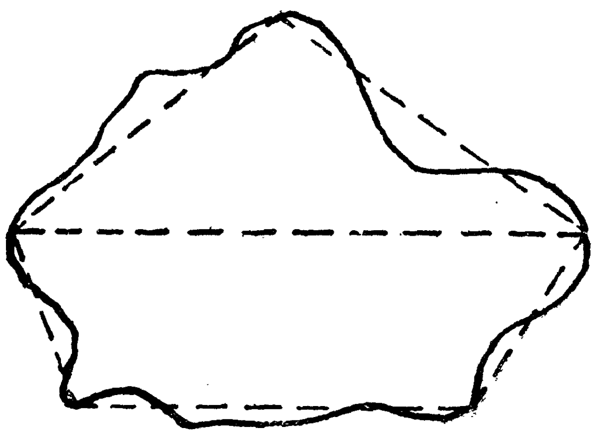


图 2 —18

果误差较小些。

图 2 —18是将一块不规形滩地割补成一个三角形和一个梯形来近似计算的。

（二）分割法

为了比较精确地测算不规则形田地的面积，可以采用梯形分割法，其具体方法如下（如图 2 —19）

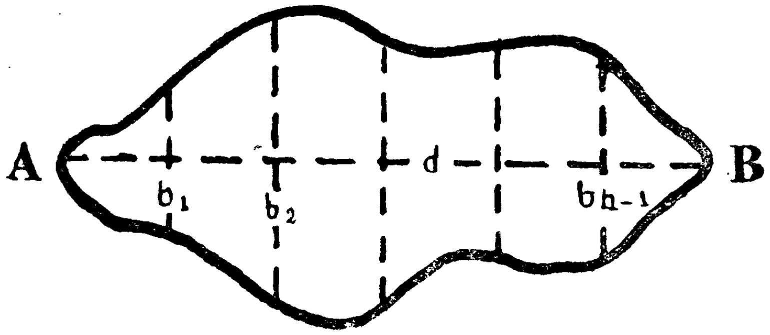


图 2 —19

选取地形狭长部分相距最远的两点 A 和 B，以线段AB为基线，用垂直于 AB 的 $n-1$ 条平行线等分 AB 为 n 段。设每段长为 d，垂直于 AB 的 $n-1$ 条平行线与地界相交的那部分长分别用b_1、b_2……b_{-1}表示。则此地就被分成了n小块。每小块都可按梯形面积公式计算，然后求和，即为所求面积的近似值。即

$$S \approx \frac{d}{2}\cdot b_1 + \frac{d}{2}(b_1 + b_2) + \cdots\cdots$$

$$+ \frac{d}{2}(b_{n-2} + b_{n-1}) + \frac{d}{2}\cdot b_{n-1}$$

$$= \frac{d}{2}(2b_1 + 2b_2 + \cdots\cdots + 2b_{n-1})$$

$$= d(b_1 + b_2 + \cdots\cdots + b_{n-1}).$$

这就是说，把基线 AB 上各分点处的纵线段相加起来，再乘以等分线段的长 d，即为所求面积的近似值。当然，等分点越多，算出的值越接近真值。但那样却加重了工作量，所以，等分线段的长 d 一般取 1 米左右为宜。

（三）方格法

要知道某块场地的大小，也可以先测绘出其平面图，然后用一张刻有厘米的方格板或透明纸复盖在平面图上，数出图形所占有的完整方格数和不完整方格数（一般每两个不完整的折合一个完整的），最后按图中比例尺算出所求面积的近似值。

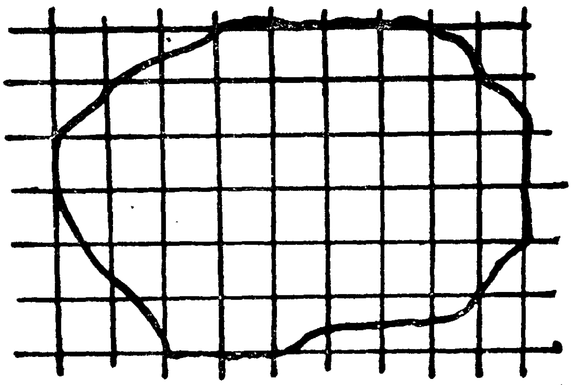


图 2—20

图 2—20是一个池塘的平面图。满格 36 个，半格 14 个，共折合满格 43 个，比例尺是 1:1000，所以，池塘面积的近似值约为 4,300 平方米。

以上介绍的三种不规则形面积的计算方法，其中都用到了割补法。这实质上是应用了“以直代曲”的思想把“不规则”形转化为“规则”形解决了。

第四节　应用实例

例 3　已知圆周长为 C，求圆的面积。

解　设圆的直径为 D，由于 $C=\pi D$，所以 $D=\frac{C}{\pi}$。

$$\text{圆面积}\quad S=\pi\times\left(\frac{D}{2}\right)^2=\frac{1}{4}\pi D^2=\frac{\pi}{4}\times\left(\frac{C}{\pi}\right)^2$$

$$=\frac{C^2}{4\pi}.$$

例 4 红升二队有一个圆形塘堰，测得它的周长为104丈，问这个塘堰占地面积有多少亩？

解 把 $C=104$ 代入公式

$$S=\frac{C^2}{4\pi}\approx\frac{104^2}{4\times3.14}\approx861(\text{平方丈})$$

$$\approx14.4(\text{亩}).$$

答 这个塘堰占地约14.4亩。

例 5 如图2—21红旗公社贫下中农为夺取农业更大丰收，修筑了一条灌溉渠。这条渠口宽5米，底宽2.5米，深2.3米。求这条渠的横断面有多少平方米？

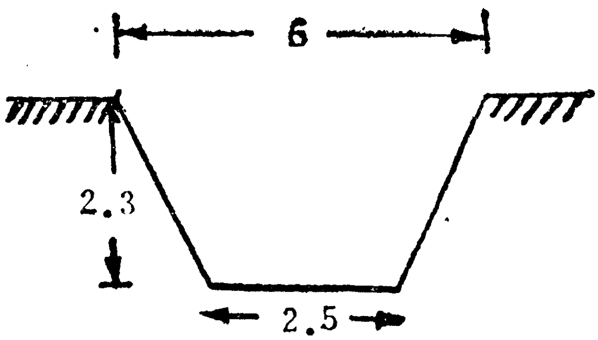


图2—21

解 按梯形面积公式计算水渠横断面的面积

$$S=\frac{(5+2.5)\times2.3}{2}$$

$$=8.625\ (\text{平方米}).$$

答 这条水渠的横断面是8.625平方米

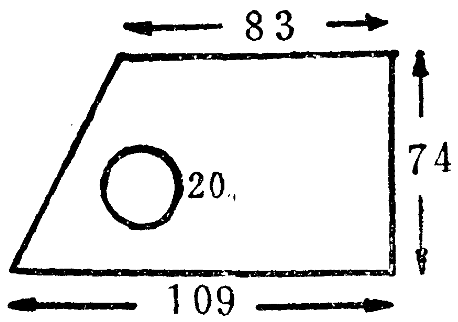


图2—22

例 6 东方大队有一块直角梯形菜地，其各边长度如图2—22所示。菜地中有一个圆坑，老

贫农王大爷沿着圆坑边走了一圈，量得这圆周长为20步。现在计划给这块菜地每亩施化肥8斤。请算一下这块菜地共需化肥多少斤？

解 $\because\quad S_{梯}=\frac{1}{2}(83+109)\times 74$，$S_{圆}=\pi\left(\frac{20}{2\pi}\right)^2$，

$$\therefore\quad S=S_{梯}-S_{圆}=\frac{(83+109)\times 74}{2}-\frac{20^2}{4\pi^2}$$

$\approx 7{,}104-318$

$=6{,}786$（平方步）

≈ 28.3（亩）

8斤$\times 28.3=226.4$斤。

答 这块菜地需化肥226.4斤。

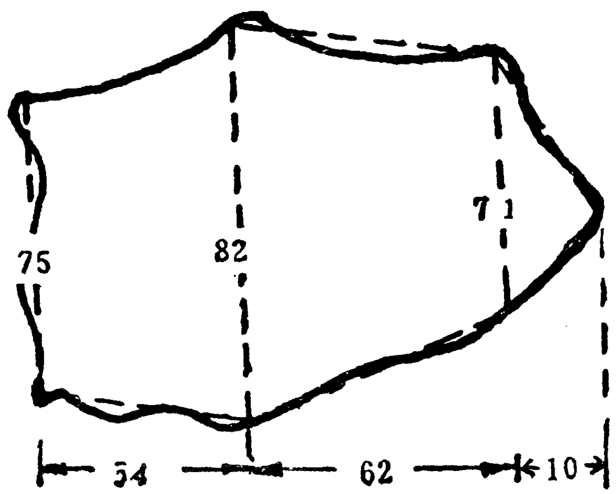


图2—23

例7 红旗大队贫下中农遵照毛主席关于**“备战、备荒、为人民”**的教导，把一块盐碱地改造成了良田，第一年就获得了亩产小麦800斤的好收成，这块地形状（如图2—23）（单位是米），求这块地第一年共收小麦多少斤？

解 $S=\frac{(75+82)\times 54}{2}+\frac{(82+71)\times 62}{2}$

$$+\frac{71\times 10}{2}$$

$$= 4239 + 4743 + 355$$

$$= 9337（平方米）$$

$$\approx 14（亩）.$$

$$800斤 \times 14 = 11,200斤,$$

答 这块地共收小麦约11,200斤。

贫下中农在实践中总结出了一种把平方米化成亩数的简便方法，叫做“加半移三法”。“加半”就是用算出的平方米数再加上它的一半得出和；“移三”就是把得出的和的小数点向左移动三位，这样计算出的结果就是以亩为单位的数字。这个方法的口诀是“平方米，加半数，左移三，化成亩”。其一般公式是

$$a\text{平方米} = \frac{a + 0.5a}{1000}\text{亩}$$

它的根据是

$$\because \quad 1\text{平方米} = 0.0015\text{亩},$$

$$\therefore \quad a\text{平方米} = 0.0015a\text{亩} = \frac{1.5a}{1000}\text{亩}$$

$$= \frac{a + 0.5a}{1000}\text{亩}.$$

反之，如果需要把亩数化成平方米，贫下中农又有“2乘3除右移三”的方法。意思是说，把亩数乘以2除以3，然后把小数点向右移三位，即得所求的平方米数，其一般表达式是

$$a\text{亩} = \frac{a \times 2}{3} \times 1000\text{平方米}.$$

它的根据是

$$\because \quad 1\text{亩} = \frac{2000}{3}\text{平方米},$$

$$\therefore \quad a\text{亩}=\frac{2000a}{3}\text{平方米}=\frac{2a}{3}\times 1000\text{平方米}.$$

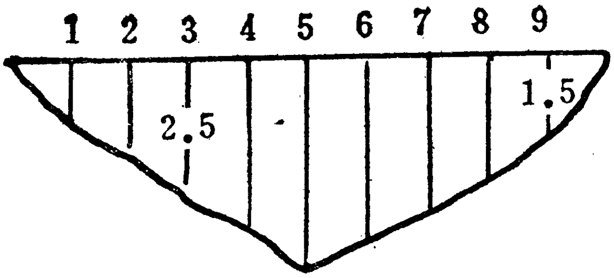


图 2 —24

例 8　图 2 —24，东风公社按"三端一平"（即要求渠端、路端、树行端和土地平）要求，计划把一条弯曲的渠道改直。施工前要计算出河床的横断面面积。贫下中农是这样测量河床横断面的：在河岸牵一根绳子，沿绳用小锤球每隔一米量一次河深。其记录如下表，求河床的横断面面积。

分　点	1	2	3	4	5	6	7	8	9
渠　深（米）	1.1	1.6	2.5	2.9	3.6	3.1	2.7	2.1	1.5

解　$S=1\text{米}\times(1.1+1.6+2.5+2.9+3.6+3.1+2.7+2.1+1.5)$

$S=21.1$（平方米）.

答　河床的横断面面积是21.1平方米。

例 9　前进大队有一种莲菜的水塘，已测得这个水塘的平面图（比例尺是 1:1,000）。在刻有厘米的方格纸上数出图形占有满格 50 个，半格 30 个，共折合满格 65 个。试求其面积是多少？若亩产莲菜 2,100 斤，问能收莲菜多少斤？

解　$S=1000\times1000\times65\times\frac{1}{10000}=6{,}500$（平方米）

≈ 9.75（亩）.

$2,100$斤$\times 9.75 = 20,475$斤.

答 水塘的面积约为9.75亩。若亩产莲菜2,100斤，则这个水塘可收莲菜20,475斤。

例10 东风大队在科学种田中，从一块长方形田地中要划出五小块来作为种子田。每小块的亩数（如图2—25）所示。问DC线如何确定？

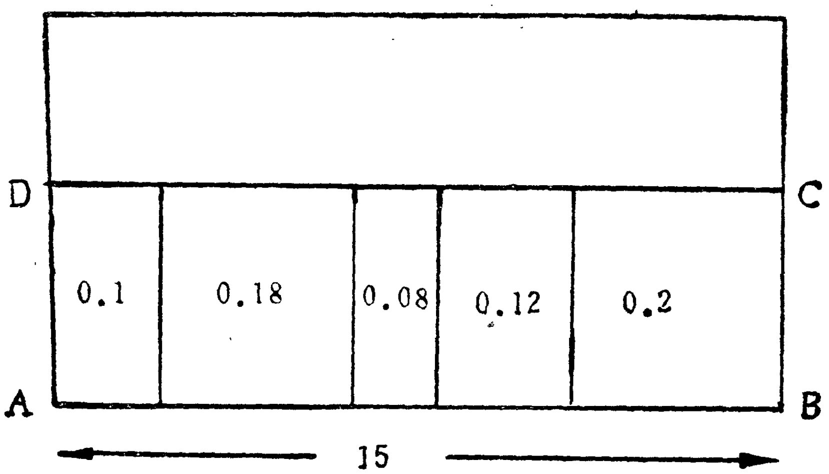


图2—25

解 $AD = \dfrac{(0.1+0.18+0.08+0.12+0.2)\times 60}{15}$

$= 2.72$（丈）。

由$AD = BC = 2.72$丈可确定D、C两点，从而DC线即可确定。

第三章 体积的计算及应用

在三大革命运动中，常碰到有关体积、容积、重量的计算问题。例如：在开河、筑堤、修渠、平整土地等工程中，需要计算土方；稻场上的粮堆、草堆，仓库里的粮囤，场角

上的肥堆，需要估算它们的重量；为了做到合理用水，扩大高产、稳产田的面积，需要计算农田灌溉需水量，水库的蓄水量等等，所有这些问题都和体积的计算有关。

我国劳动人民在长期的生产实践中积累了丰富的经验，创造了很多有关体积、容积、重量的计算口诀和公式，这些计算方法，有很大的实用价值，我们应该认真地学习。

第一节　体积的计量单位和常用的计算公式

物体所占有空间的大小叫做它的体积。

关于体积的度量，通常有两种制度，即公制和市制。现在把这两种制度的进率和单位间的换算关系以及常见的体积计算公式列表如下。

公制体积计量单位表

名　　称	立方米	立方分米	立方厘米	立方毫米
代　　号	m^3	dm^3	cm^3	mm^3
等　　量	$1000dm^3$	$1000cm^3$	$1000mm^3$	

市制体积计量单位表

名　　称	立方尺	立方寸	立方分	立方厘
等　　量	1000立方寸	1000立方分	1000立方厘	

公制和市制体积换算表

1立方米＝27立方尺	1立方尺＝$\frac{1}{27}$立方米
1立方分米＝27立方寸	1立方寸＝$\frac{1}{27}$立方分米
1立方厘米＝27立方分	1立方分＝$\frac{1}{27}$立方厘米

公制容积计量单位表

名称	公升	分升	厘升	毫升
代号	l	dl	cl	ml
等量	10dl	10cl	10ml	

市制容积计量单位表

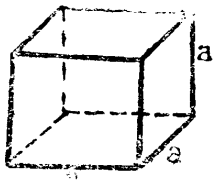
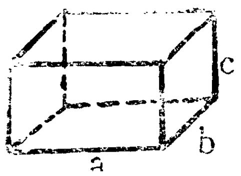
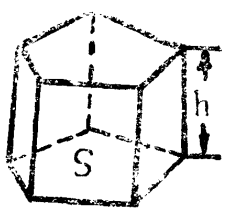
名称	石	斗	升	合
等量	10斗	10升	10合	

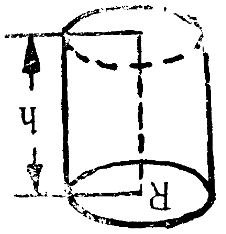
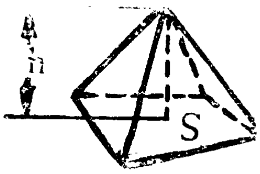
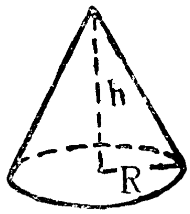
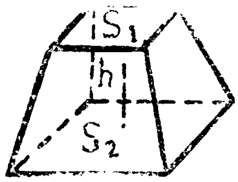
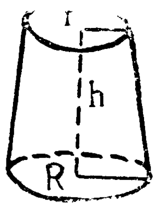
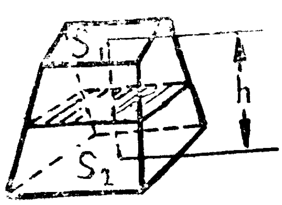
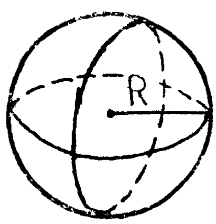
公制和市制容量换算表

1 立方分米 = 1 公升 = 1 市升 = 27立方寸
1 立方厘米 = 1 毫升 = 27立方分

在水利工程和建筑工程上计算土和石所用的单位都是立方米。1立方米简称1方（1土方或1石方），也称1公方。

常用体积计算公式表

名称	图形	体积公式	字母的意义
正方体		$V = a^3$	a—棱
长方体		$V = abc$	a—长 b—宽 c—高
棱柱		$V = hs$	s—底面积 h—高

圆　柱		$V=\pi R^2h$	R—底圆半径 h—高
棱　锥		$V=\frac{1}{3}sh$	s—底面积 h—高
圆　锥		$V=\frac{1}{3}\pi R^2h$	R—底圆半径 h—高
棱　台		$V=\frac{1}{3}h(s_1+s_2+\sqrt{s_1s_2})$	s_1—上底面积 s_2—下底面积 h—高
圆　台		$V=\frac{1}{3}\pi h(r^2+R^2+rR)$	r—上底半径 R—下底半径 h—高
拟　柱		$V=\frac{1}{6}h(s_1+s_2+4s_0)$; $V\approx\frac{h}{2}(s_1+s_2)$。	s_1—上底面面积 s_2—下底面面积 s_0—中截面面积 h—高
球		$V=\frac{4}{3}\pi R^3$	R—半径

第二节　应用实例

（一）粮堆的估算

粮食重量的估算用到这样的公式：

重量＝体积×单位体积的重量.

贫下中农、知识青年和技术人员在长期的生产实践中，发现把粮堆尽量堆成大小不同的正圆锥时，它们都是相似的。既是相似的，它们的母线与其对应的底圆半径所成的角必相等且为常数。经过多次测验，得知小麦堆的这个角约为29°（如图2—26），根据圆锥的体积公式$V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$及三角知识，把底圆半径r与高h都用母线l（也叫斜高）来表示，则得出的公式为

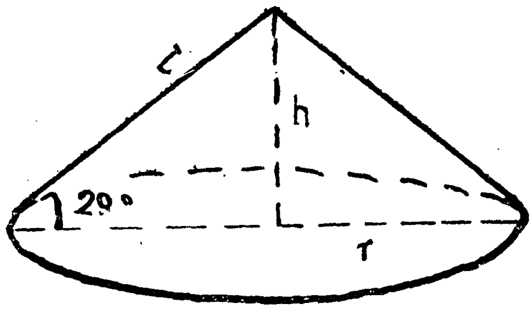


图2—26

$$V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$=\frac{1}{3}\pi(l\cos29^\circ)^2\cdot l\sin29^\circ$$

$$\approx0.388l^3$$

取尺作为l的长度单位，则小麦的重量一般为61斤/尺^3，设麦堆的重量为M，那么

$$M\approx23.68l^3\ （斤）$$

有了这个公式，只要量出麦堆的斜高l（尺），把它代

入公式，即可算出麦堆的重量。

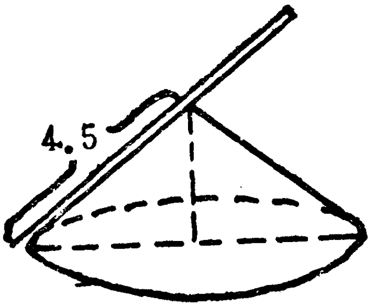


图 2—27

例 1　麦场上有一堆小麦，是留给社员的口粮，在预分之前，要估计麦堆的大约重量。现量得麦堆的斜高是 4 尺 5 寸（如图 2—27），这堆小麦约有多少斤？

解　根据计算麦堆重量的公式可得

$$
\begin{aligned}
M &= 23.68\times 4.5^{3}\\
&= 23.68\times 91.125\\
&\approx 2,158\ (\text{斤}).
\end{aligned}
$$

答　这堆小麦约有 2,158 斤。

为了免除临时计算的麻烦，可以制出麦堆重量计算表，用时一查就可得到结果，其表如下：

斜高(尺)	……4.0	4.2	4.4	4.6	4.8	5.0
麦重(斤)	……1516	1754	2015	2299	2631	2963
斜高(尺)	5.2	5.4	5.6	5.8	6.0	……
麦重(斤)	3342	3744	4172	4621	5119	

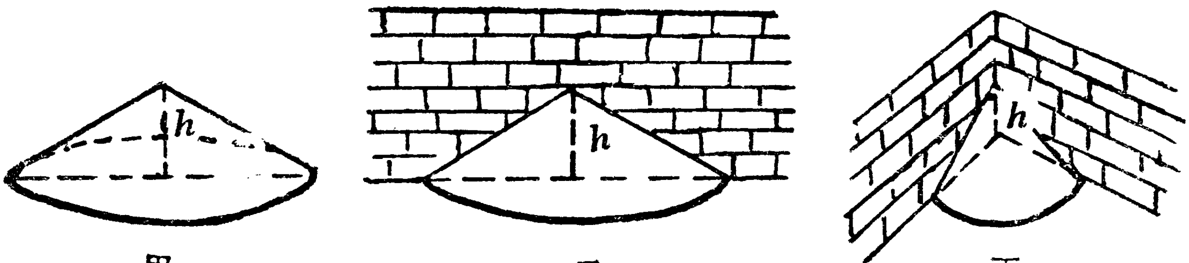
更进一步，还可以制造一个长尺，尺的两面都有刻度，一面刻尺数，一面刻斤数，使用时只要把正圆锥形麦堆的斜高一量，就可以从尺子的反面读出麦堆的重量来。

正　　面

（单位：尺）

反 面 (单位：斤)		1516	1754	2015	2299	2631 ……

具体问题要具体对待。由于粮食的干湿程度不一，因而它的单位体积的重量也就不同。所以，应先求出单位体积的重量，然后再进行估算，这样算得粮堆的重量可以比较准确些。



甲　　乙　　丙

图 2 —28

对于一边靠墙堆放的（图 2 —28乙）和靠墙角内壁堆放（图 2 —28丙）的粮堆，它们实际上分别是圆锥形粮堆的二分之一和四分之一，所以按圆锥形粮堆的估算方法，再乘 $\frac{1}{2}$或$\frac{1}{4}$即可.

在农村，通常用芦席围成圆台形粮囤盛放粮食，贫下中农在实践中创造了一些计算这种形状容积的方法：

大圆乘大圆，　　小圆乘小圆，
小圆乘大圆，　　三数一起连，
三十六去除，　　乘高体积见.

用公式表示就是：

$$\nabla \approx \frac{1}{36}(C_1^2 + C_2^2 + C_1C_2)h。$$

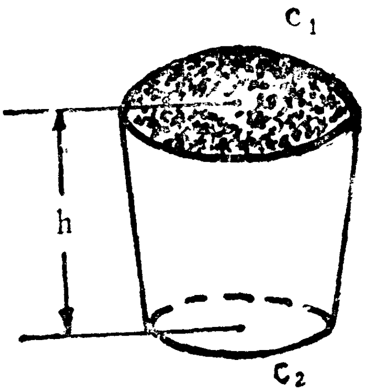


图　2—29

其中C_1、C_2、h分别表示圆台的上、下底周长及圆台的高（如图 2 —29）。

其实，贫下中农的这种算法是有理论根据的。因为圆台的体积公式是

$$\nabla=\frac{1}{3}\pi h\left(r^2+R^2+rR\right)=\frac{1}{12\pi}h(C_1^2+C_2^2+C_1C_2),$$

取$\pi\approx 3$时，便得

$$\nabla\approx\frac{1}{36}(C_1^2+C_2^2+C_1C_2)\ h。$$

例 2　爱国生产队有战备粮五囤，这五囤粮食均为圆台形，其中四个的大小一样，上下底周长及高分别是 21 尺、15 尺、9 尺，另一个的尺寸是 24 尺、18 尺、10 尺，问这五囤粮食（小麦）共约有多少斤？

解　根据上面的公式，我们可得总重量

$$M=\left[\frac{1}{36}(21^2+15^2+21\times15)\times 9\times 4\right.$$

$$\left.+\frac{1}{36}(24^2+18^2+24\times18)\times10\right]\times61$$

$$\approx(981+370)\times61$$

$$=82411\text{（斤）}$$

答　爱国生产队约有战备粮 82,411 斤。

（二）沙石堆的计算

农村中常见的沙石堆，一般都是拟棱台形状。所以，沙石堆体积的计算可用拟棱台的两个近似公式来进行。

例 3　汴河水利工地上有一堆沙石（如图 2—30）。试估算其体积。

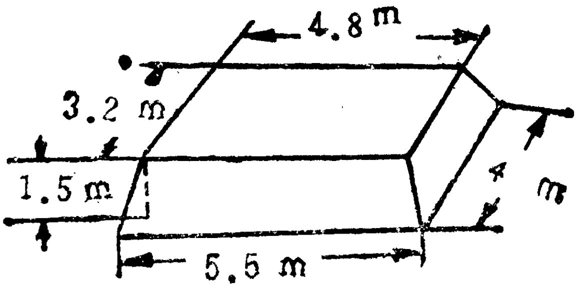


图 2—30

解　对沙石堆体积的估算，一般可用拟柱体积的近似公式去算。

由已知条件，

$$h=1.5 \quad s_1=4.8\times3.2=15.36 \quad s_2=5.5\times4=22$$

$$\therefore \quad V\approx\frac{1}{2}h(s_1+s_2)$$

$$=\frac{1}{2}\times1.5\times(15.36+22)$$

$$\approx 28\text{（方）}。$$

答　这堆沙石约有 28 方。

（三）土方的计算

在兴修水利过程中，要完成修渠、开河、筑堤等任务，必须对整个工程和各个地段挖填土方数有一个全面了解，以便合理安排劳力，保证按期完工。

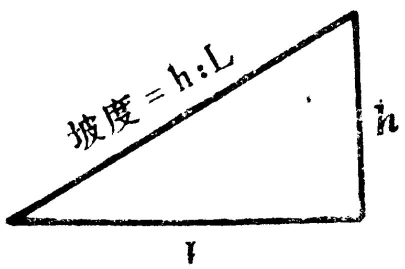


图 2—31

在兴修水利时，常看到许多堤坡、斜坡、渠道的内坡等，这些斜坡的倾斜程度各不相同，我们把斜坡的坡面部分的高度 h 与坡长水平射影 L 的比叫做坡度（如图 2—31）。

$$\text{坡度}=\frac{h}{L}.$$

在计算修渠、开河的土方时，如果它们各处的横断面是相同的，就可用柱体体积公式去计算。

例 4 团结大队一小队接受了一段 80 米长的挖渠任务，设计水渠底宽2.5米，深1.5米，两侧坡的坡度为 1∶1（如图 2—32），问需要挖多少土方？

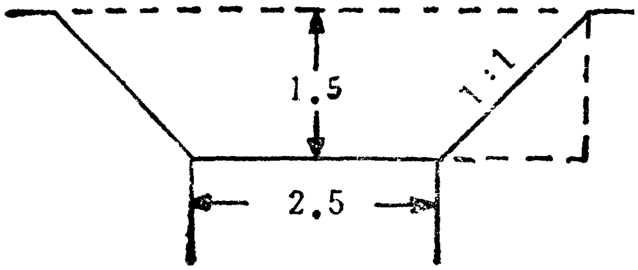


图 2—32

解 水渠开口宽为

$$2.5+1.5\times 2=5.5\ (米)$$

因此，水渠横断面面积为

$$S=\frac{5.5+2.5}{2}\times 1.5=6\ (平方米)$$

所以需挖土方

$$\nabla=6\times 80=480(立方米).$$

答 修这一条渠需挖 480 土方。

例 5 团结大队二小队挖一条渠长 80 米，底宽 2.5 米，两侧坡度为1:1；要求只挖深 0.8 米，并将挖出的土垫成水渠的土堤，使渠深为 1.5 米，堤的外向坡度为 1:2，宽为 1 米（如图 2—33），问这堤要多少土方？除用挖出的土来填堤外，还差多少方土？

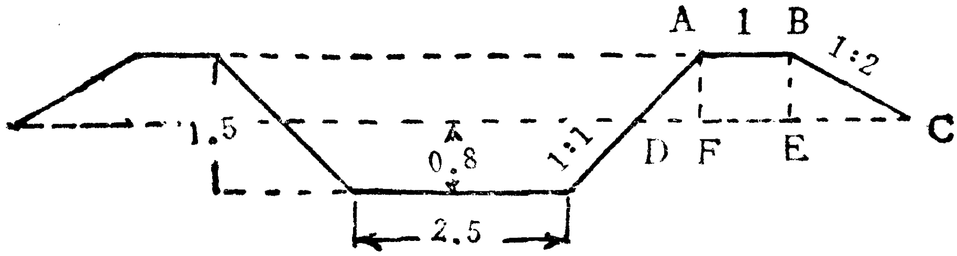


图 2—33

解　要求堤的土方数，首先要算出它的横断面$ABCD$梯形的面积。由题意可知，梯形$ABCD$的高

$$AF=1.5-0.8$$
$$=0.7(\text{米}).$$

因为渠的坡度（即堤的内向坡度）为1:1，

$$\therefore\quad DF=AF=0.7(\text{米}).$$

又因堤的外向坡度为1:2，

$$\therefore\quad CE=0.7\times 2=1.4(\text{米}).$$

由此可得梯形$ABCD$的下底长

$$DC=0.7+1+1.4$$
$$=3.1(\text{米}).$$

所以堤的横断面的面积

$$S_1=\frac{3.1+1}{2}\times 0.7=1.435(\text{平方米}).$$

两个堤共需土方数为

$$\nabla_1=S_1\times 80\times 2$$
$$=1.435\times 80\times 2$$
$$=229.6(\text{方}).$$

又因挖出部分的横断面面积为

$$S_2=\frac{2.5+2.5+0.8\times 1\times 2}{2}\times 0.8$$
$$=2.64(\text{平方米}).$$

所以挖出的土方数为

$$\nabla_2=S_2\times 80$$
$$=2.64\times 80$$

$$= 211.2(\text{方}).$$

$$\nabla_1 - \nabla_2 = 18.4(\text{方}).$$

答 修两个堤共要填 229.6 方土，除挖出的土填堤外，还差 18.4 方土。

由于渠道、河道的横断面面积有时并不相同，这时计算土方（也称收方）常用拟柱台的近似公式计算。

例 6 红港生产队接受加宽加深一段 50 米长河道的任务。已知旧河床在桩号为 0 +000 和 0 +050 两处的横断面面积分别为 33.5 米^{2}与34.6米^2，新河床的横断面尺寸(如图 2 —34) 所示，这个工程要挖的土方是多少?

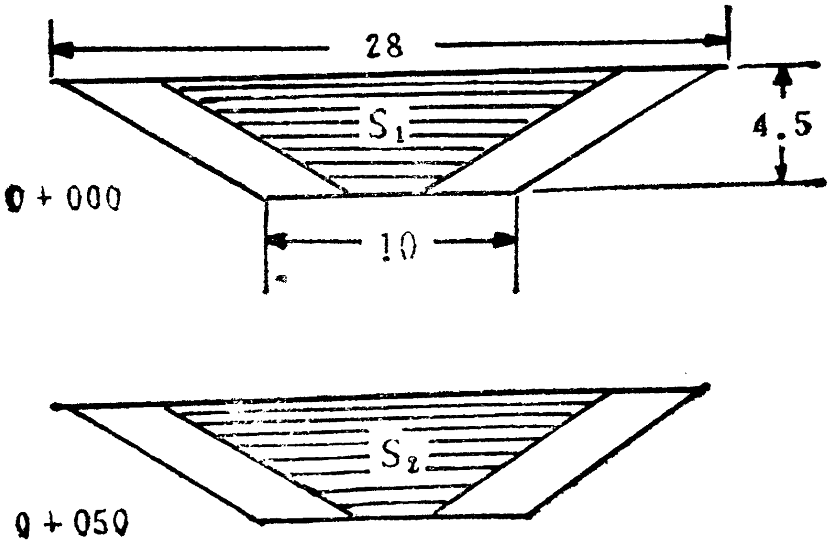


图 2 —34

解 新河床横断面面积为

$$S = \frac{1}{2}(28 + 10) \times 4.5$$

$$= 85.5(\text{平方米}).$$

所以在 0 +000 处应挖横断面面积

$$S_1 = 85.5 - 33.5$$

$$= 52(\text{平方米}).$$

在 0 +050 处应挖的横断面面积为

$$S_2 = 85.5 - 34.5$$
$$= 50.9(\text{平方米}).$$

用拟柱体积近似计算公式有

$$\nabla \approx \frac{1}{2}(52 + 50.9) \times 50$$
$$\approx 2,573(\text{方}).$$

答 这个工程要挖土 2,573 方。

例 7 滨河有一段堤长 1,500 米，高 4 米，现在要在背水坡这一面培土加固，使堤面宽增加 1 米，使原来的坡度 1:1.5 变为 1:2，问共需多少土方？

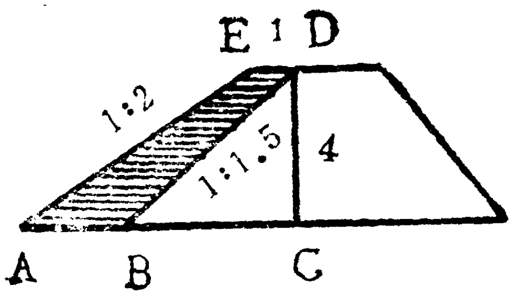


图 2—35

解 如图 2—35，

$$\because \quad \frac{CD}{BC} = \frac{1}{1.5},$$

$$\frac{CD}{AC - ED} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \quad BC = 1.5 \times CD = 4 \times 1.5 = 6\ (\text{米}),$$
$$AC - ED = CD \times 2 = 4 \times 2 = 8\ (\text{米}).$$
$$\therefore \quad AC = 8 + 1 = 9\ (\text{米}),$$
$$AB = AC - BC = 9 - 6 = 3\ (\text{米}).$$

加宽部分的横断面是梯形，其面积是

$$\frac{1}{2} \times (1 + 3) \times 4 = 8\ (\text{平方米}).$$

∴ 加宽部分的土方

$= 8 \times 1,500 = 12,000$(方)

答 共需 12,000 土方。

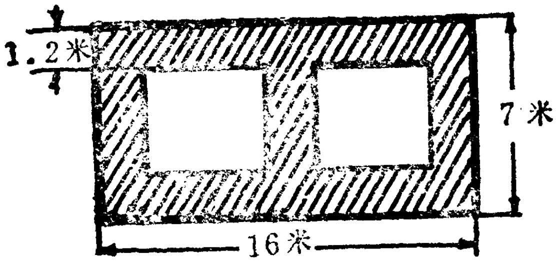


图 2 —36

例 8 勤丰生产队要盖一幢房屋作仓库(如图 2 —36),挖墙基深 0.7 米,问一共要挖出多少土方?

解 $S = 16 \times 7 - (16 - 3.6) \times (7 - 2.4)$

$= 54.96$(平方米).

$\nabla = Sh$

$= 54.96 \times 0.7$

≈ 38.5(立方米).

答 挖0.7米深的墙基一共要挖 38.5 方土。

例 9 贫下中农计划打一批窑洞储备粮食,为了更好地安排劳力,需要预先知道挖成每孔窑的土方量,已知窑洞深25尺,窑洞的样式及具体尺寸(如图 2—37)所示,问打这孔窑洞的土方量是多少?

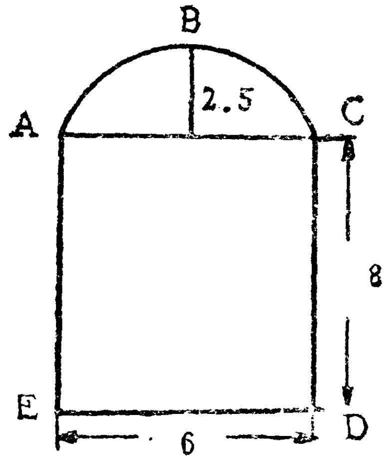


图 2 —37

解 我们把这孔窑洞的容积可看作底面为 $ABCDE$,高为 25 尺的一个柱体,

底面积 = 弓形面积ABC + 矩形面积$ACDE$

$$\approx \left(\frac{2}{3}ah + \frac{h^3}{2a}\right) + ab.$$

则这孔窑洞的土方为

$$\nabla \approx \left[\left(\frac{2}{3} \times 6 \times 2.5 + \frac{2.5^3}{2 \times 6}\right) + 6 \times 8 \right] \times 25$$

$$= 1,483\text{(立方尺)}.$$

答 这孔窑洞的土方为1,483立方尺。

例10 大荔县黄河北干流工程中的越堤路部分，（如图2—38）所示。$A'C'CA$为越堤路的路面，图中只画出了堤岸一边的越堤路，在这一边的路中，未画出路面左边的部分。已给出路面宽$A'A = C'C = 3$米，堤高$AO = 4$米，堤的坡度$AO:BO = 1:2$，路面的坡度$AO:CO = 1:10$，路的边坡度$EB:BF = 1:2$。求堤岸一边的越堤路的土方量。

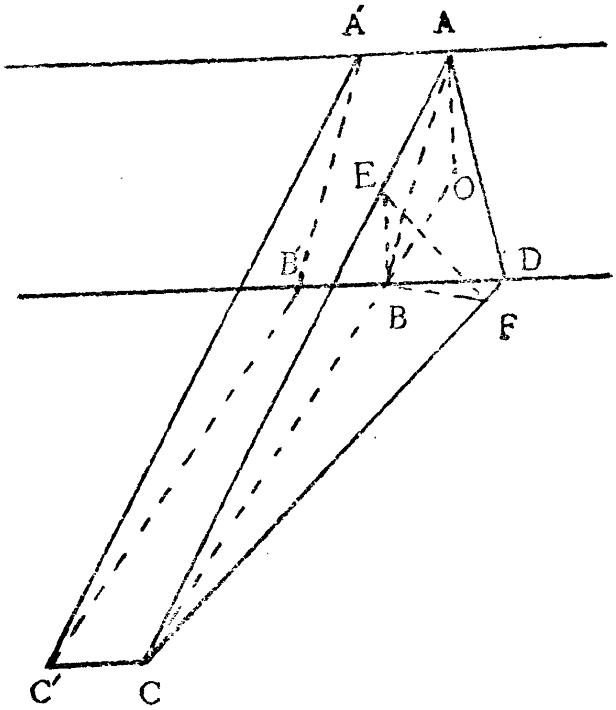


图2—38

解 所求的体积＝直三棱柱$ABC - A'B'C'$的体积
＋三棱锥$D - ABC$的体积×2.

直三棱柱$ABC - A'B'C'$以ΔABC为底，AA'为高。

三棱锥$D - ABC$以ΔABC为底，DB为高。

在直角ΔAOC中，

$$AO:OC = 1:10, \quad OC = AO \times 10 = 40\text{(米)}.$$

在直角ΔAOB中，

$$AO:OB = 1:2, \quad OB = AO \times 2 = 8\text{(米)}.$$

$$\Delta ABC=\frac{1}{2}BC\times AO$$

$$=\frac{1}{2}(OC-OB)\times AO$$

$$=\frac{1}{2}\times 32\times 4$$

$$=64(\text{米}^2).$$

$\therefore$ 三棱柱的体积

$$V_{\text{三棱柱}}=\Delta ABC\times BB'$$
$$=64\times 3$$
$$=192(\text{米}^3).$$

过 B 作 $BE\perp CO$ 且在平面 AOC 内，交 AC 于 E，过 E 作 $EF\perp CD$，连 BF，

由$\Delta AOC\sim\Delta EBC$，得

$$BE=\frac{BC\times AO}{OC}=\frac{32\times 4}{40}=3.2(\text{米}).$$

在直角 ΔEBF 中，$BE:BF=1:2$，

$$BF=BE\times 2=3.2\times 2=6.4(\text{米}).$$

在直角△BFC（如图2—39）中，

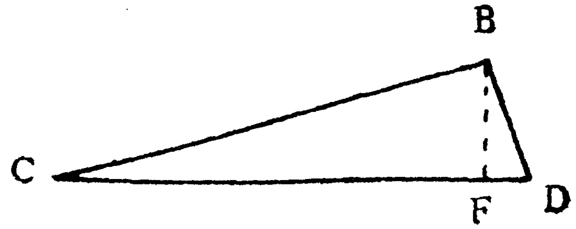


图 2—39

$$CF=\sqrt{BC^2-BF^2}=\sqrt{32^2-6.4^2}$$

$$\approx 31.35(\text{米}).$$

由于$\Delta BCF \sim \Delta DBF$，则

$$BD=\frac{BF\cdot BC}{CF}=\frac{6.4\times 32}{31.35}\approx 6.53(\text{米}).$$

$$\therefore\quad \nabla_{\text{三棱锥}}=\frac{1}{3}\cdot\Delta ABC\cdot BD=\frac{1}{3}\times 64\times 6.53$$

$$\approx 13.93(\text{米}^3).$$

$$\therefore\quad \text{所求的体积}=\nabla_{\text{三棱柱}}+2\nabla_{\text{三棱锥}}$$

$$=192+2\times 13.93$$

$$\approx 219.9(\text{方}).$$

答 这条越堤路一侧土坡的土方量是 219.9 方。

（四）不规则体体积的计算

在工农业生产中，除了柱、锥、台、球、拟柱等形状的物体外，还会碰到各种不规则的物体。

毛主席教导我们：**“在某种意义上来说，最聪明、最有才能的，是最有实践经验的战士。”**劳动人民在长期的生产实践中总结出“借水求积”的方法：

将需要计算体积的物体放入装有水的容器里（物体不能露出水面），由于水内增加了物体，水位必然上升。那么，计算出所升高的水的体积，便是物体的体积。

例11 有一块不规则形状的金刚石，称得它的重量为 87.5 克，求这金刚石的比重是多少？

解 把这块金刚石放入盛有水的长$1dm$，宽$5cm$.的长方体形容器里，量得水位升高了$5mm$，这样可知其体积

$$\nabla=10\times 5\times 0.5=25(cm^3)$$

$$87.5\div 25=3.5(\text{克}/cm^3).$$

3.5克$/cm^3 \div 1$克$/cm^3$　（$1cm^3$的水重1克）

$=3.5$。

答　金刚石的比重是3.5。

附录1　一些立体图形的表面积公式表

立体名称	侧面积公式	全面积公式	符号意义
正方体	$L=4a^2$	$T=6a^2$	a——边长
长方体	$L=2(ca+cb)$	$T=2(ab+bc+ca)$	a.b.c——长、宽、高
直棱柱	$L=ph$	$T=ph+2S$	p——底周长 h——柱高 s——底面积
直圆柱	$L=2\pi Rh$	$T=2\pi R(h+R)$	R——底半径 h——柱高
正棱锥	$L=\frac{1}{2}pl$	$T=\frac{1}{2}pl+S$	p——底周长 l——斜高 s——底面积
正圆锥	$L=\pi Rl$	$T=\pi R(l+R)$	R——底半径 l——斜高
正棱台	$L=\frac{1}{2}(p+p')l$	$T=\frac{1}{2}(p+p')l+S+S'$	p、p′——上、下底周长 l——斜高 s、s′——上、下底面积
正圆台	$L=\pi(R+R')l$	$T=\pi(R+R')l+\pi(R^2+R'^2)$	R、R′—上、下底半径 l——斜高
球		$T=4\pi R^2$	R——球半径

附录2　钣金工下料简介

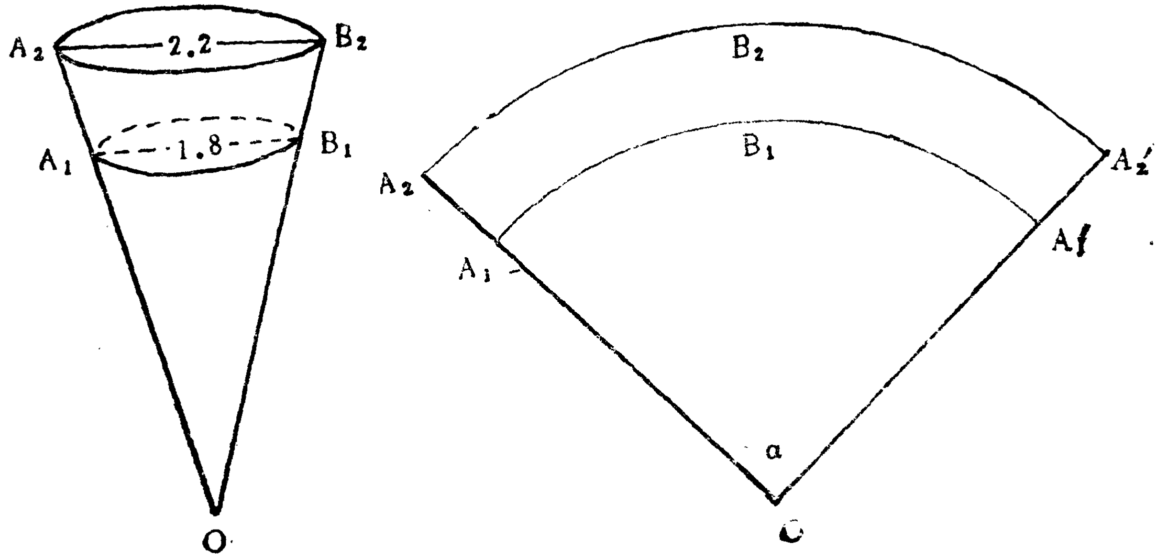
在日常生活中，有些简单用具的制做法，也和前面讲过的知识有关系。下面我们介绍两个关于钣金工下料的简单例子。

（一）洗衣盆的制做法　洗衣盆是家家户户必需的用具。制造洗衣盆需要用到圆台的知识，说明于下。

例1　要用铁皮做一个洗衣盆，使其上口直径为2.2尺，

下底直径为 1.8 尺，斜高为 0.8 尺，应怎样下料？

分析　洗衣盆是由圆台的侧面和一个圆片构成的。它的侧面延展后就成一个圆锥（图附－1）



图附－1

由图　$\Delta OA_1B_1 \sim \Delta OA_2B_2$。

∴　$A_1B_1:A_2B_2=OA_1:OA_2$。

$1.8:2.2=x:(x+0.8)$。

$x=3.6$。

由图　把洗衣盆的侧面展平后，就成为环形的一部分。这个环形的内圆半径为 3.6 尺，外圆半径为 4.4 尺，圆心角为

$$\alpha=360°\times\frac{\pi\times1.8}{2\pi\times3.6}=90°$$

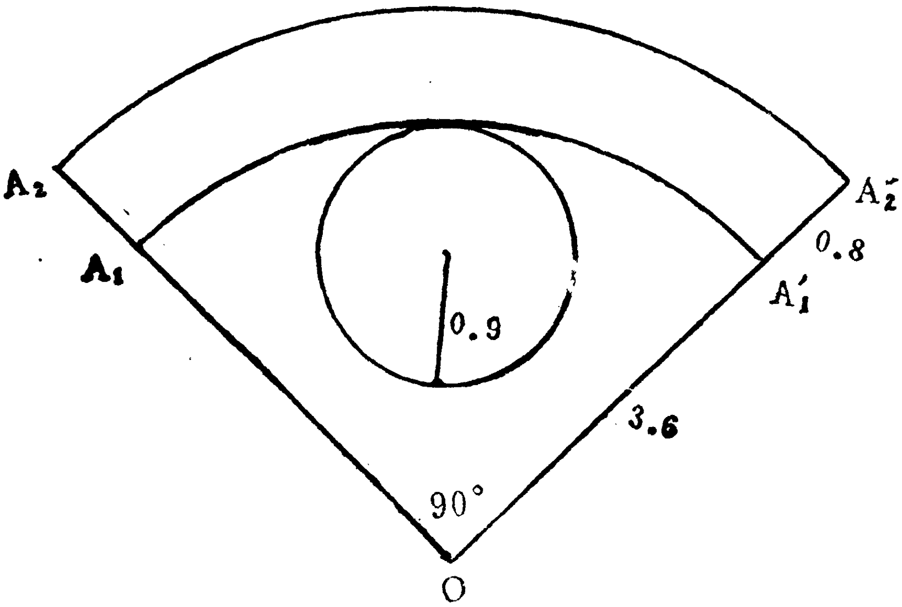
做法　在铁皮上画一直角，以直角顶 O 为圆心，以3.6尺和 4.4 尺分别为半径画两弧，交直角边于 A_1、A_1'、A_2、A_2'，沿 $\overset{\frown}{A_1A_1'}$ 和 $\overset{\frown}{A_2A_2'}$ 剪出 $A_1A_1'A_2'A_2$，把 A_1A_2 与 $A_1'A_2'$ 焊接

起来，使上下口都成圆形，就成了洗衣盆的侧面。

在铁皮上剪下以0.9尺为半径的圆片作为洗衣盆的底面，把它和侧面构成的小圆口焊接起来，就把所要求的洗衣盆做成了。

为了焊口上的需要，在下料时，剪出的尺寸应稍大些。

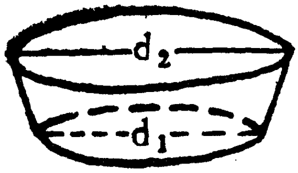
小结 解决这个问题的关键是在下料以前，找出（如图附－2）圆心角的大小和两个半径的长短。它们是根据已知洗衣盆的两个直径和一个斜高计算出来的。现在我们把两个直径和一个斜高的具体数字，换成文字即可求得一般公式。



图附－2

$\because \quad d_1 : d_2 = x : (x + l)$，

即 $\quad d_1 x + d_1 l = d_2 x$，



图附—3

由此得 $\quad x = \dfrac{d_1 l}{d_2 - d_1}$

$\therefore$ 内半径 $R_1 = \dfrac{d_1 l}{d_2 - d_1}$，（1）

外半径 $R_2 = \dfrac{d_1 l}{d_2 - d_1} + l$， （2）

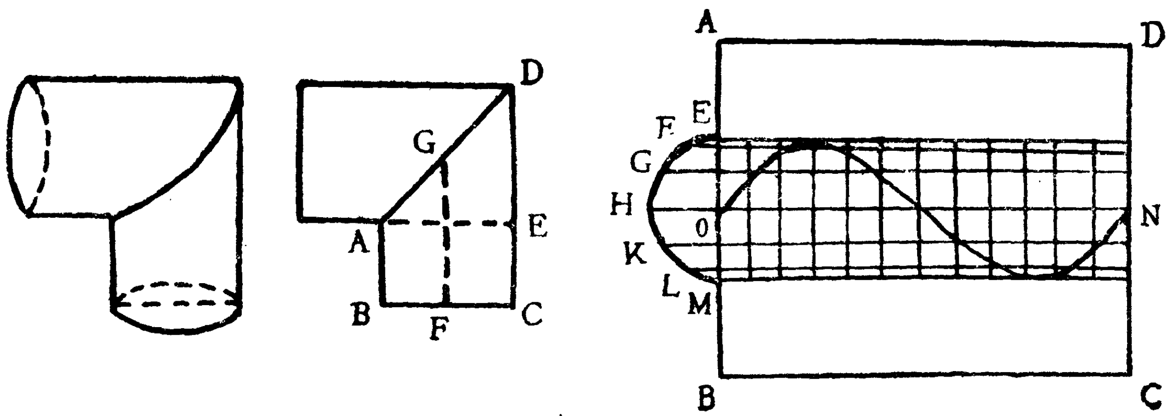
圆心角 $\alpha = 360° \times \dfrac{\pi \times d_1}{2\pi \times R_1}$

$= 180° \times \dfrac{d_2 - d_1}{l}$. （3）

遇到具体问题，把已知条件代入这三个公式，算出两个半径和圆心角，就可以进行制做了。

（二）直角弯头的制做法 在管道拐弯的地方要接一段弯管，这段弯管，叫做弯头，最常见的是直角弯头。用实例说明它的制做法于下。

例 2 要做一个直角弯头，（图附－4），其直径为 9 厘米，最短母线为 6 厘米。问怎样下料？



图附—4

分析 设图附 4 是直角弯头的主视图，则

$BC = 9$（厘米）， $AB = 6$（厘米）， $\angle DAE = 45°$

∴ $ED = 9$（厘米）， $CD = 15$（厘米），

$FG = (6 + 15) \div 2 = 10.5$（厘米）.

做法　从铁皮中剪出一个矩形 $ABCD$。使其

长　$AD = 9\pi = 28.27$(厘米)，

宽　$AB = 10.5\times 2 = 21$(厘米)。

过 AB 的中点 O 作 $ON \parallel BC$。以 O 为圆心，4.5米为半径画半圆于矩形外。把半圆分成 6 等份，分点为E、F、G、H、K、L、M，过这些点作ON 的平行线。把 O_N 分成 12 等份，过这些点作 ON 的垂直线。连同 AB. CD 共 13 条垂直线，从左向右把它们编号为第一垂线第二垂线等等。两组平行线得出若干个交点，从中选出这些交点：

过H的水平线与第一垂线(AB)的交点，

过G的水平线与第二垂线的交点，

过F的水平线与第三垂线的交点，

过E的水平线与第四垂线的交点，

过F的水平线与第五垂线的交点，

过G的水平线与第六垂线的交点，等等。

把这些点用光滑的曲线连接起来，就是正弦曲线。沿着这条曲线把矩形铁皮剪成两块。把上边的一块的 DN 与 AO 焊接起来，成圆筒形，把下边的一块的 NC 与 OB 焊接起来成圆筒形，两个筒形的大小一样。再把这两个铁皮筒焊接成直角弯头，即为所求。

三、小型渠道测设及土地平整

第一章　小型渠道测量和设计

“水利是农业的命脉”。实现农业水利化，是确保农业稳产、高产的主要条件之一。而渠道又是农业水利化的重要组成部分，是农村应用极广的排灌设备。为了实现周总理在四届人大提出的“在本世纪内，全面实现农业、工业、国防和科学技术的现代化，使我国国民经济走在世界的前列”这一宏伟目标，上山下乡知识青年，在建设社会主义新农村的战斗中掌握小型渠道的勘测和设计知识是十分必要的。

一般来说，渠道从测量到施工，要经过选线、定线、纵横断面的测量、绘图设计与施工等项工作。

第一节　水准测量

（一）地面点高程的确定

测量地球表面高低起伏情况叫高程测量。

所谓高程，就是指地面点至某一基准面的垂直距离。通常以大地水准面作为基准面。水准面即：当海洋或湖泊的水面在静止的状态下，设想穿过大陆和岛屿，而成为一个闭合的曲面。这样的曲面称为水准面。因为各地方的高低不同，水准面可以作出很多，其中符合静止的平均海洋表面的，则

称为大地水准面。如图 3 — 1 中 P_0P_0。该面上点的高程为零。我国是以青岛附近的黄海平均海平面作为高程起算的基准面。

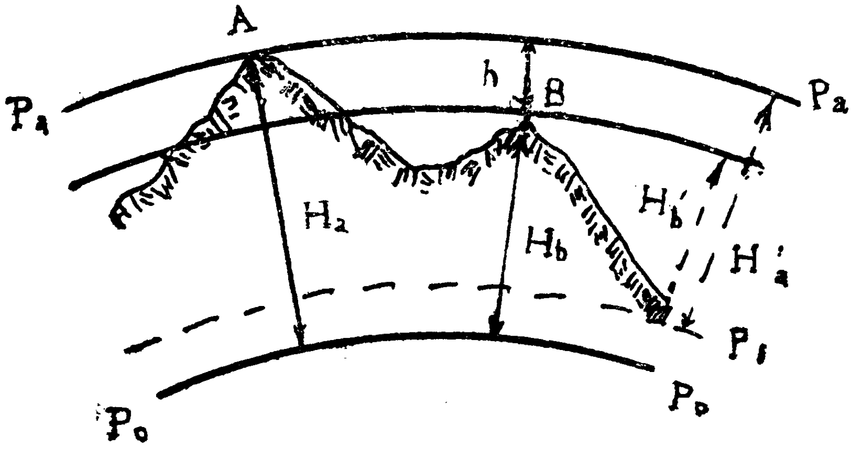


图 3 — 1

地面点到大地水准面的垂直距离称为绝对高程。如图 3 — 1 中的 H_a和H_b，也就是“海拔”。例如我国珠穆朗玛峰海拔 8848.13 公尺，就是距大地水准面 8848.13 公尺，也就是它的绝对高程为 8848.13 公尺。为了使各地都能根据同一水准面（大地水准面）计算高程，国家在各地设置了许多水准点，用符号 *BM* 表示。水准测量时，可以从这点引测，以求得绝对高程。如果附近没有水准点，可以假定一个水准面，作为高程起算基准面。如图 3 — 1 中 P_1P_1。地面点到假定水准面的垂直距离称为假定高程或相对高程，如图 3 — 1 中 H_a' 和H_b'。

地面上两点高程之差叫高差。如图 3 — 1 中的 h。

测量高程的方法很多，最常用的是水准测量，它是利用水平视线来测量地面点的高程的。

（二）水准测量原理

水准测量的原理是利用水平视线，测出地面上任意两点之间的高差，通过已知点的高程，求出另一点的高程。

例如地面上有 A、B 两点，欲确定 B 点对 A 点的高差 h（图3—2），可在 A、B 两点竖立尺子，而在 A、B 两点之间安置一个能提供水平视线的仪器，先根据水平视线瞄准 A 点尺子，得读数为 1.978 米，再瞄准 B 点尺子，得读数为 0.560 米，由图可以看出：$h=1.978-0.560=1.418$（米）。

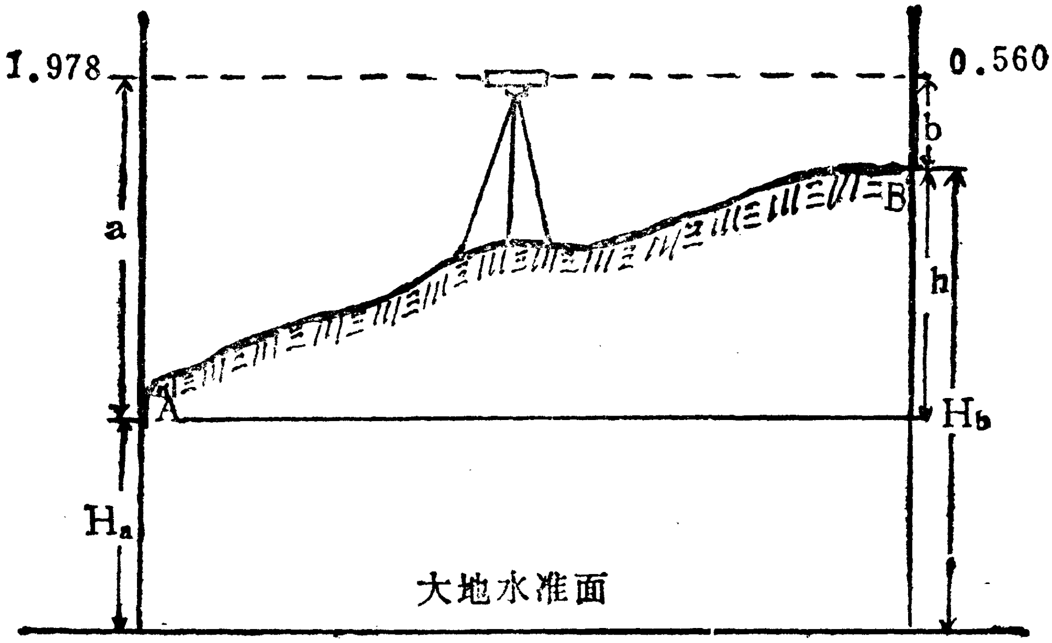


图 3—2

如果我们沿着 AB 方向求 A、B 两点间的高差，根据 A 点高程求 B 点高程，依照上述方法，测得 A 尺读数为 a，B 尺读数为 b。称 A 尺为后视尺，其读数 a 为后视读数；称 B 尺为前视尺，b 为前视读数。通常用以下公式计算：

高差＝后视读数－前视读数。

即　$h=a-b$……（1.1）

如图 3—3 已知 $a=1.560$，$b=1.978$，求高差 h。

根据公式（1.1）可得：

$h=a-b=1.560-1.978=-0.418$.

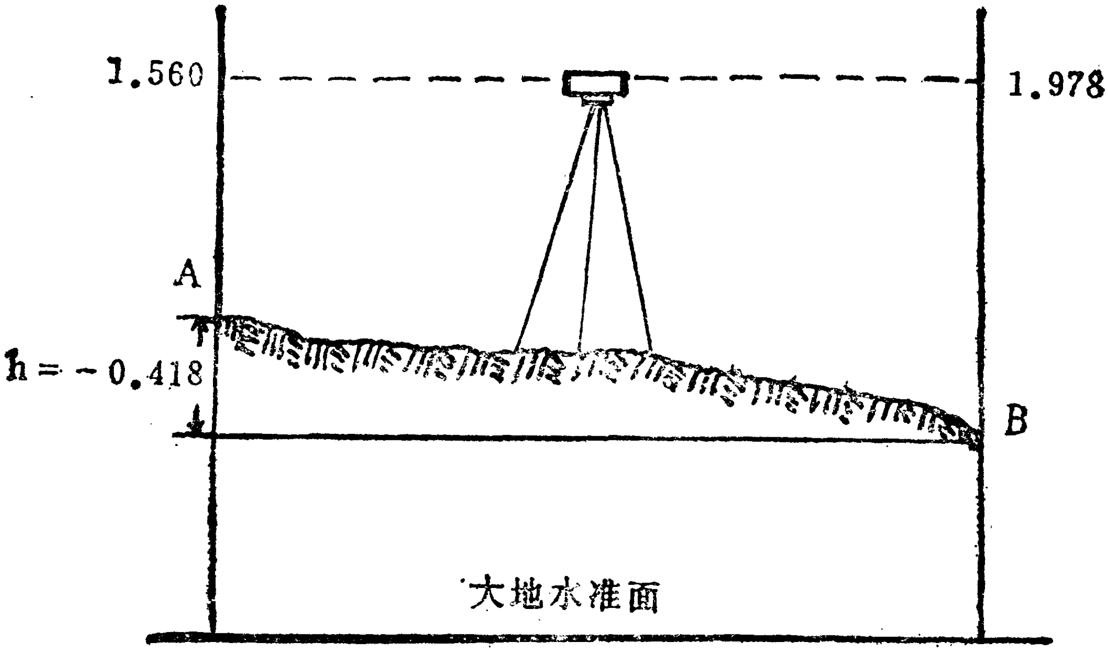


图 3—3

从而得以下结论：

高差为正值时，前视点比后视点高。

高差为负值时，前视点比后视点低。

若 A 点高程已知为 H_a，B 点高程为 H_b（图 3—2），则得高差

$$h = H_b - H_a,$$

$$\therefore \quad H_b = H_a + h = H_a + a - b \cdots\cdots\cdots \quad (1.2)$$

即前立尺点的高程等于后立尺点高程加前后两立尺点的高差。

在图 3—2 中，若已知 A 点高程

$H_a = 458.369$米，高差 $h = 0.418$米，

则 $H_b = 458.369 + 0.418 = 458.787$（米）。

我们再把（1.2）式变形可得：

$$H_b = H_a + a - b = (H_a + a) - b \cdots\cdots\cdots (1.3)$$

由图 3—2 可以看出 $H_a + a$为视线高程，即

视线高程 = 已知点高程 + 后视读数。

未知点高程＝视线高程－前视读数。

这种仅安置一次仪器所进行的水准测量，叫做简单水准测量。给出水平视线的仪器叫水准仪，供念读数用的尺子叫水准尺。

（三）微倾水准仪和水准尺

1.微倾水准仪的构造

水准仪是水准测量的主要仪器，它的作用是取得水平视线，在水准尺上读数。

微倾水准仪主要由望远镜、水准管和基座三部分组成，如图3—4所示。

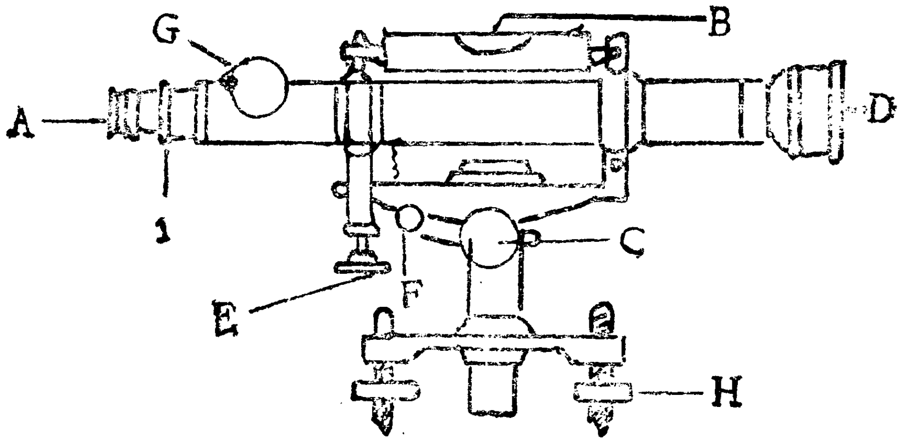


图3—4

1）目镜A、十字丝环i和物镜D组成望远镜，用以观测。其中十字丝借助于目镜的调节，作精密瞄准目标之用。物镜D借助于对光螺旋G调清目标。

2）制动螺旋C用以控制纵轴。旋紧它，望远镜就不能转动。放松时，望远镜可以任意转动，便于寻找目标。为了精密瞄准目标，还设有微动螺旋F，当制动螺旋C固定后，微动螺旋F才起作用。

3）圆水准器借助于基座整平螺旋H的旋转，把仪器大

致整平。管水准器B在微倾螺旋E的帮助下，可以达到精密整平，使望远镜获得水平视线，进行水准测量。

为了便于观测，在仪器的水准管上装一符合棱镜系统（图3—5），当水准管居中后，在目镜旁的放大镜内，就会出现吻合的两半影象，否则影象将上下错开。

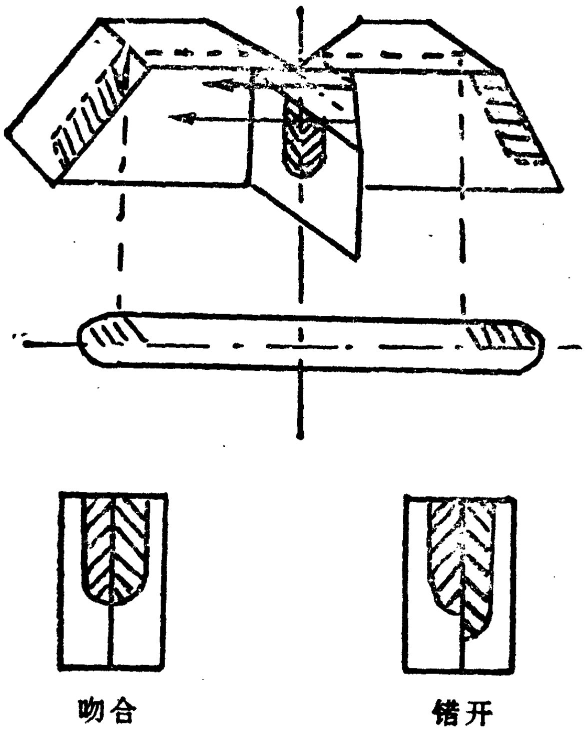


图3—5

在毛主席**“自力更生，艰苦奋斗，破除迷信，解放思想”**的伟大方针指引下，

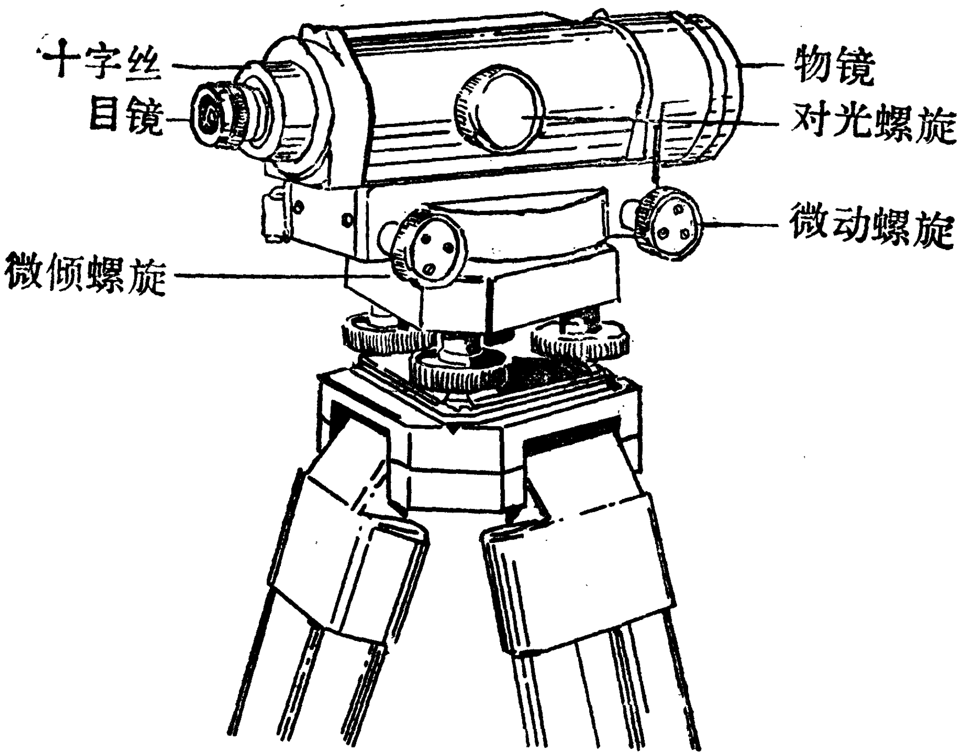


图3—6

目前，我国已能成批生产多种型式的水准仪。图3—6和图

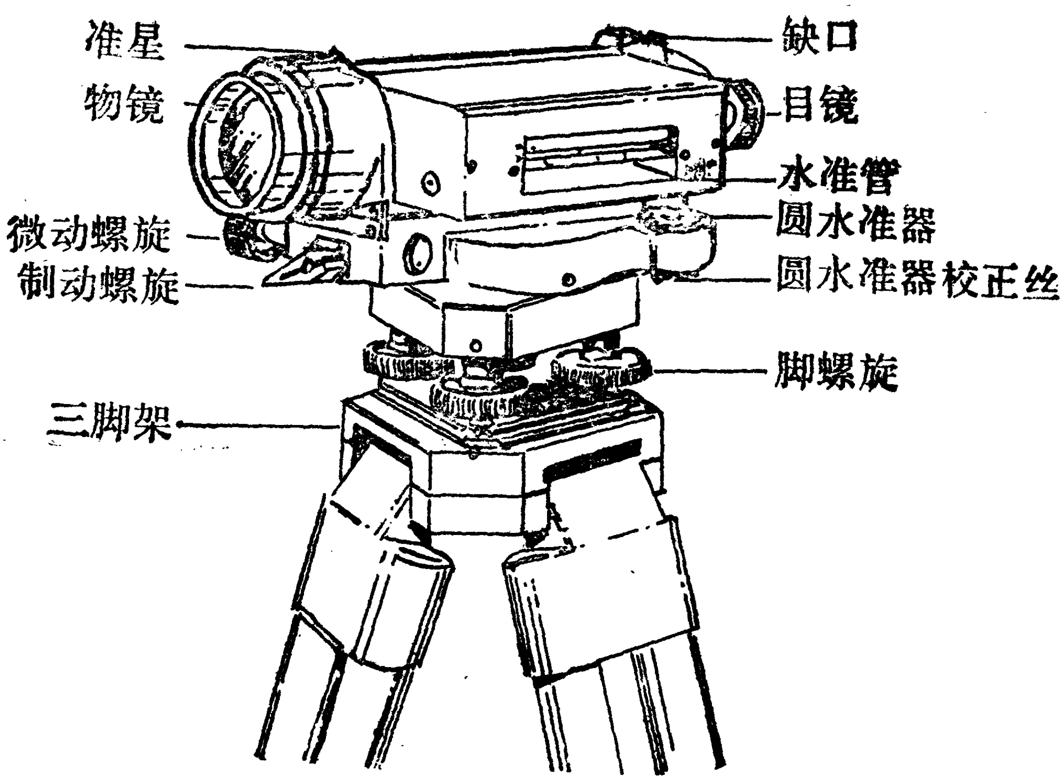


图3—7

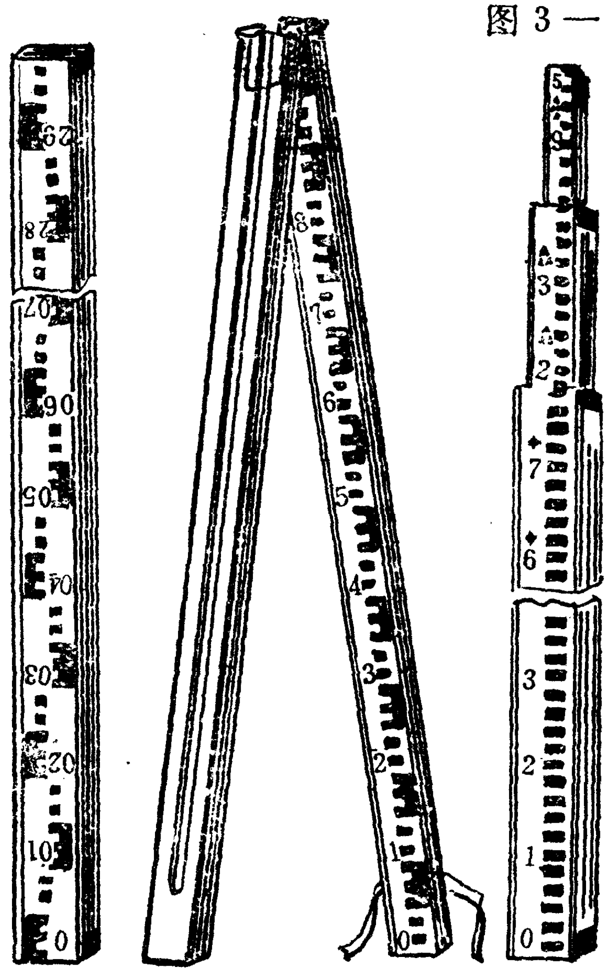


图3—8

3—7是上海光学仪器厂生产的微倾水准仪构造图，它的部件、名称都注明在图上，供参考。

2.水准尺

水准尺是一种带有分划的木尺(图3—8)，长约3—5米，尺面分划以尺底为零，由下向上按厘米为单位划分，尺上的分

米均注有字。为了便于携带，一般都做成互相可套的塔尺或两端可对折的折尺。

进行水准测量时，为了防止水准尺下沉，影响读数，通常是将标尺放在铁制尺垫或稳固石块的突起处。

（四）水准测量作业

1.微倾水准仪的安置

进行水准测量时，先将仪器安置在与相邻两测点的距离大致相等的地方，并使其大致水平，然后进行整平、瞄准和读数。

1)整平：利用水准器使水准仪产生的视线处于水平位置的工作称为整平。首先使水准轴与任两基座螺旋(甲、乙)连线平行（图3—9），然后用两手同时向内（向外）旋转甲乙两基座螺旋（两螺旋转动方向相反），使圆水准泡居中。此时气泡移动的方向与左手大拇指移动方向相同。再旋转望

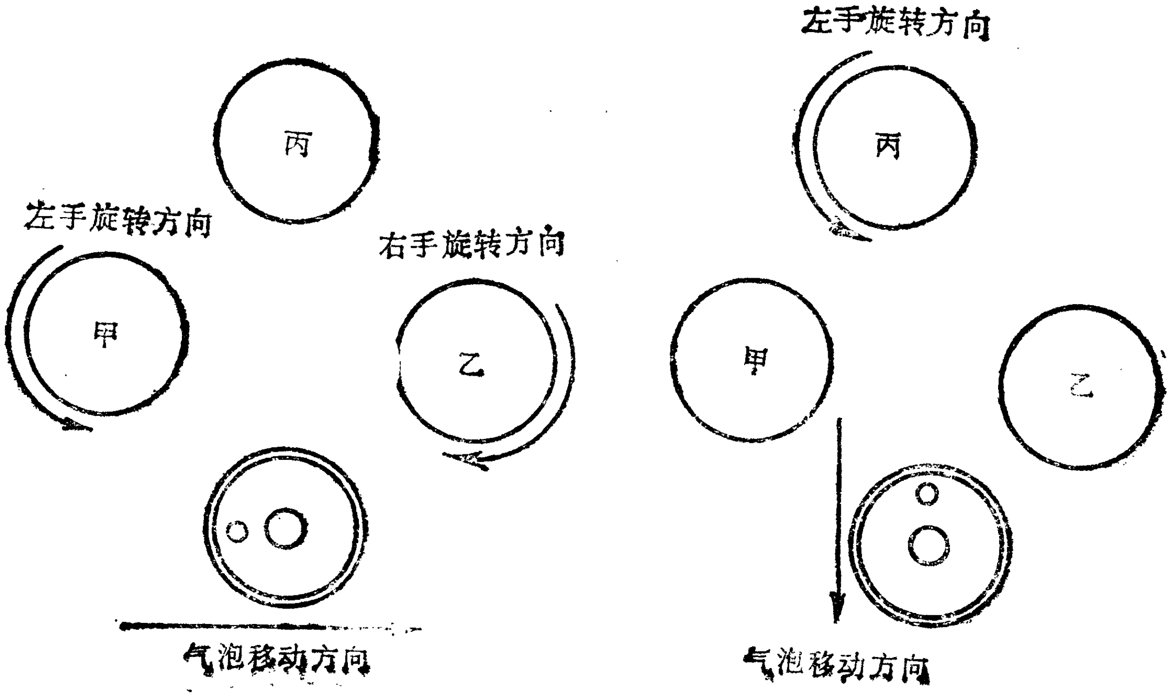
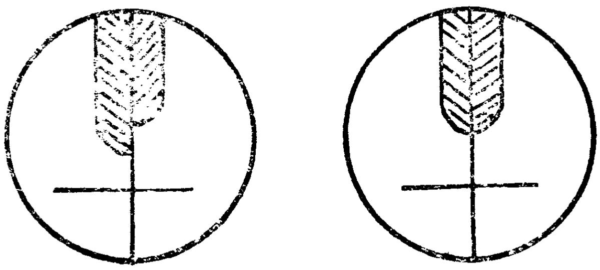


图3—9

远镜，使水准轴与上述两螺旋连线垂直，旋转第三个基座螺旋（丙）使气泡居中。这样反复几次，直到望远镜转到任何位置气泡都居中为止。

2）瞄准：松开制动螺旋，转动望远镜，通过上门，准星，大致瞄准标尺，轻轻扭紧制动螺旋，调节望远镜对光螺旋，使标尺影象清晰。调节微动螺旋，使十字丝的纵丝瞄准标尺。如果十字丝不清晰，可转动目镜，直至看到十字丝最清晰为止。

3）读数：先从望远镜左边观察符合气泡放大镜，看水准气泡是否符合，如图3—10中〔a〕为不符合情况，〔b〕为符合情况。如不符合，可轻轻转动微倾螺旋，调整气泡使其符合。接着从望远镜中读水平横丝（中丝）在标尺上所截的数值。因标尺在望远镜中为倒象，读时应加留意。



（a）　（b）

图3—10

经过整平，瞄准，读数，然后按公式（1，2）计算其测点高程，填入表中（表的格式见下节）。

2.复合水准测量

当A、B两点之间距离很远，中间有障碍物或高差很大，安置一次仪器不能测定出两点间的高差时，采用分段安置若干次仪器，才能测出B点高程。这种方法称为复合水准测量。

如图3—11所示，在A、B两点间安置3次仪器，对每一段依次进行简单水准测量，根据（1.1）式即可写出下式：

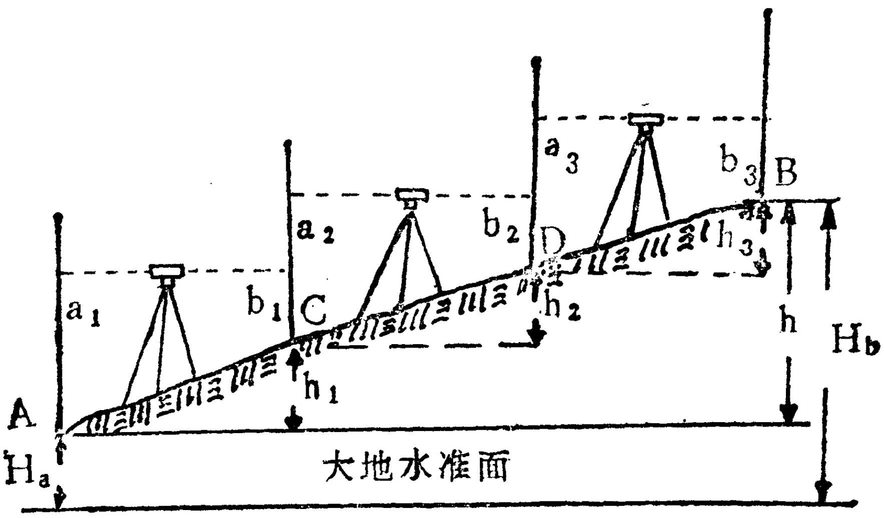


图 3—11

$$h_1 = a_1 - b_1;$$

$$h_2 = a_2 - b_2;$$

$$h_3 = a_3 - b_3.$$

将上式两端相加得

$$\begin{aligned} h &= h_1 + h_2 + h_3 \\ &= (a_1 - b_1) + (a_2 - b_2) + (a_3 - b_3) \\ &= (a_1 + a_2 + a_3) - (b_1 + b_2 + b_3). \end{aligned}$$

在图 3—11 中，若 $H_a = 400.000$米，$a_1 = 2.675$，$b_1 = 2.336$，$a_2 = 2.536$，$b_2 = 2.195$，$a_3 = 2.611$，$b_3 = 1.978$，求 B 点高程

解 由公式 $h = (2.675 + 2.536 + 2.611) - (2.336 + 2.195 + 1.978)$

$= 7.822 - 6.509 = 1.313$（米），

$\therefore \quad H_b = 400.000 + 1.313 = 401.313$（米）

如果在A、B两点间安置了 n 次仪器，

则 $h = h_1 + h_2 + \cdots\cdots + h_n$

$= (a_1 + a_2 + \cdots\cdots a_n) - (b_1 + b_2 + \cdots\cdots + b_n)$

就是 $$h=\sum_{i=1}^{n}h_i=\sum_{i=1}^{n}a_i-\sum_{i=1}^{n}b_i \tag{1.4}$$

即　B 点对 A 点的高差等于各段高差的代数和，或者等于后视读数之和减去前视读数之和。

式中 Σ 为总和符号，$\sum\limits_{i=1}^{n}h_i$ 表示 h_1、h_2……、h_n 的代数和，n 为任意自然数。

即 $$\sum_{i=1}^{n}h=h_1+h_2+\cdots\cdots+h_n.$$

同理 $$\sum_{i=1}^{n}a_i=a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n.$$

$$\sum_{i=1}^{n}b_i=b_1+b_2+\cdots\cdots b_n.$$

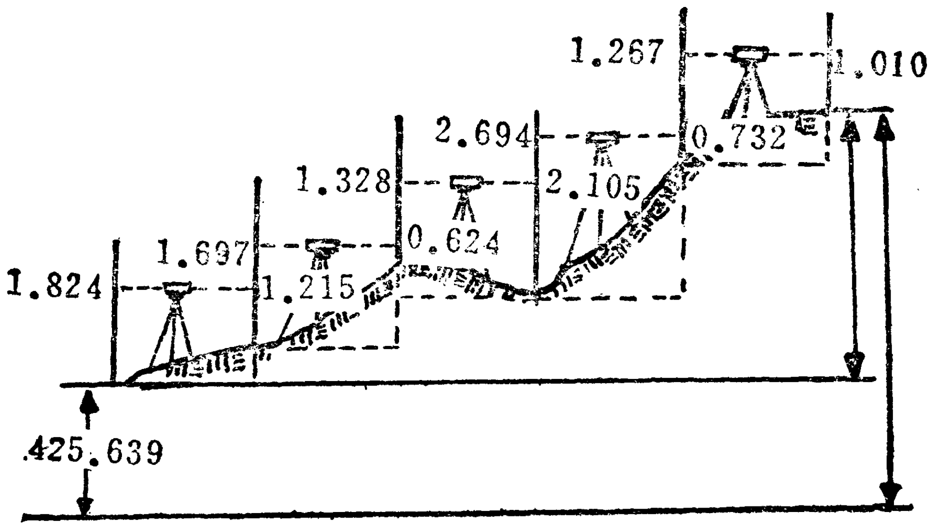
若 A 点高程已知为 H_a，则 B 点高程 H_b 可由下式求得：

$$H_b=H_a+\sum_{i=1}^{n}a_i-\sum_{i=1}^{n}b_i.$$

由图 3—11 可以看出，B 点的高程经过 C、D 点而逐次传递到 B 点的。在这些点上既有前视数，又有后视数 i，象 C、D 这样的点称为转点。转点是用来传递高程的，在没有完成相邻两测站的水准测量前，转点的高程不应发生变化，因此，转点必须选在坚硬的地面上或将水准尺放在尺垫上。在转点间，水准仪要安置在距前后两尺距离大致相等的地方（不一定在一条直线上）。

练　习

下图是水准测量的路线，试就图中标示的数字，计算 B 点对于 A 点的高差。若已知 A 点高程为 425.639 米，则其余各点高程等于多少？



附　图

（五）微倾水准仪的检验与校正

在进行水准测量工作之前，必须严格校正仪器。因为仪器的正确与否，对于测量精度的影响甚大。水准仪上有四条轴线，即水准管轴、照准轴、圆水准轴（圆球面中点和球心的联线）和仪器旋转轴（竖轴）。它们应满足的条件是：水准管轴平行于照准轴；圆水准轴平行于仪器的竖轴；十字丝横丝垂直于仪器的竖轴。当检验出这些条件不满足时就要校正。

1. 圆水准轴平行于仪器竖轴的检校

圆水准器是对水准仪进行初步调平用的。如果这个条件得到满足，当圆水准器的气泡居中时，仪器竖轴基本上就在竖直方向，这样才能用微倾螺旋使管水准器的气泡居中。

检验：转动脚螺旋，使圆水准器气泡居中，然后将仪器

旋转 180°，倘若圆水准气泡仍然居中，就说明圆水准轴平行于仪器竖轴。否则，气泡就会偏离中点的一方。

校正：用拨针拨动圆水准器校正螺旋，校正其气泡偏移量的一半，其余一半由脚螺旋调平。此项校正工作必须反复进行，才能达到圆满结果。

2.十字丝横丝垂直于仪器竖轴的检校

当竖轴竖直时，十字丝横丝垂直于仪器竖轴，这样根据横丝任何部分念出的读数，都是正确的。

检验：整平仪器后，在仪器前约 15—25 米处，用细线挂一铅垂球，当垂球静止时用望远镜瞄准它，如果纵丝上下全与细线重合，则说明十字丝纵丝竖直（即横丝水平）。否则应校正。

校正：松开十字丝环上相邻两校正螺旋，轻轻转动十字丝环，使纵丝与细线完全重合为止。最后旋紧校正螺旋。

3.水准管轴平行于照准轴的检校

这是水准仪检校中最主要的一项。若不满足，就不能获得水平视线。因此，必须认真进行。

检验：选相距约 80 米的 A、B 两点，打上木桩，在它们等距离处 C_1 安置仪器（如图 3—12），测出正确高差 h（距离相等，误差抵消）。然后搬仪器于 B 点（或 A 点）附近 2 米左右处的 C_2 点，读出 B 尺读数 b_2，如视线水平，A 尺读数 a_2 应等于 b_2+h。如果 A 尺实际读数和 a_2 相等，则这一条件满足，否则，就要校正。

校正：设仪器在离 A、B 点等距处测得 $a_1=2.423$，$b_1=0.636$，算得高差 $=2.423-0.636=1.487$ 米。仪器在 C_2 点，读得 $b_2=1.462$ 米，则 A 尺应有读数 $a_2=b_2+h=1.462$

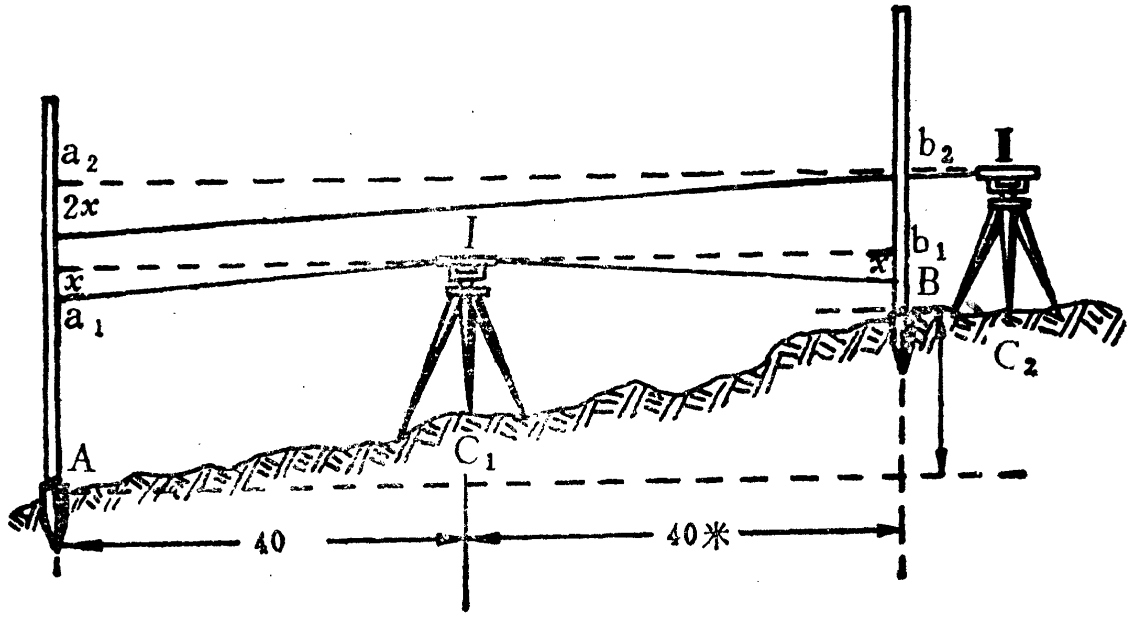


图 3 —12

+1.487=2.949米。而实测A尺读数为 2.738 米，说明视线下倾。校正时，先转动微倾螺旋，使 A 尺读数变为算得数值 2.949 米，然后用校正针拨正水准管校正螺丝，使管气泡影象吻合。调拨的方法是先稍松管水准器一端左、右两个校正螺丝中的一个，再松开上、下两校正螺丝中的一个，拧紧另一个，使气泡居中，最后拧紧左、右两个校正螺丝。

此项校正亦需反复进行，直至两次仪器位置所测得的高差不符值在 ±2 毫米以内为止。这样，才可达到水准管轴平行于照准轴的目的。

（六）水准测量的简易仪器及实测方法

广大贫下中农，工程技术员，在实践中为了解决仪器不足的困难，他们土法上马，就地取材，创造了许多“土”仪器，“土”办法，解决了许多精度要求不高的实际问题。这里就比较实用的有关水准测量的简易仪器加以介绍，以供测量中，结合实际情况选用。大家还可以根据水准测量必须获得一水平视线的原理，大胆创新，在实践中创造更简便的“土”

仪器。

①水盒水准仪

水盒水准仪是用两个木制或竹制的水盒结合做成（图3—13）.现在把它的构造用图说明于下：

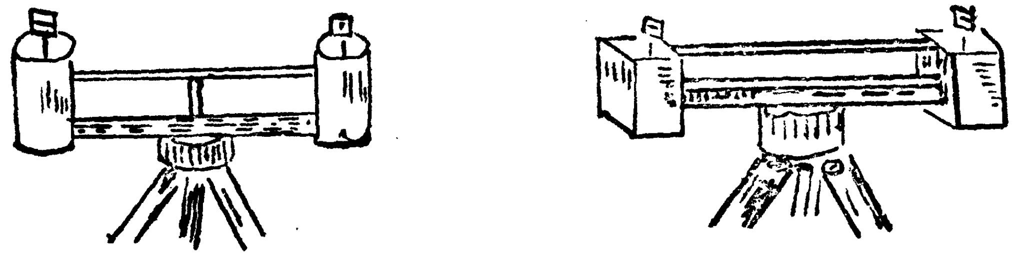


图3—13

水平连通器：水平连通器两头各有一个水盒，两个水盒的中间由一个连通管连接，水盒中盛水，在任何一个位置上，水由一头的水盒通过连通管的另一水盒，水面始终保持水平状态（图3—14），这样利用水平原理，借助浮在水面上的觇望牌就可以进行测量。

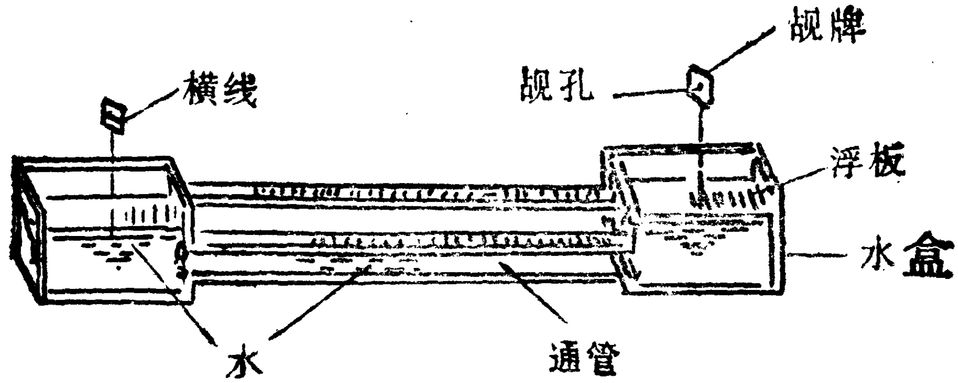


图3—14

水平连通器的各部尺寸，没有严格的要求，可根据材料的不同（木、竹或铅皮等）而决定。一般水盒为方形，它的长、宽、高各为7公分左右，盒壁厚为半公分，如用竹材，可就竹材形状做成圆筒形，它的高可采用10公分，直径约5公分。

水盒中间连通管的长度可采用30—40公分，管子的形状如果是方形的，它的宽和高各为4公分，壁厚半公分；管子如果是圆形，直径可采用3—4公分。连通管的下边要掏一个小凹槽，以便使用时安在三角支架座盘的凸针(木橛)上。不管用竹剩或者木剩，材料质量都应该要坚实没疤，没有裂缝的，做成后最好用生漆在外面涂抹一层，以免漏水。

觇望牌：觇望牌的构造见图3—14，是用半公分厚，5公分见方，薄而均匀的两块木板，作为浮板。每块浮板的中央各插一根用铅丝做成的指针，约长7公分，它的上头各弯成一个弓形环。一个指针的环上横着绑一根马尾丝（或细钢、铜丝）用作水平线，一个指针环上用纸（精装纸烟盒内的锡纸最为适宜）糊住，中间穿一个小孔，作为觇孔。在制造的时候，对觇望牌的精确度及材料的选择应特别注意，浮板宜用桐木作，分量和尺寸大小一定要求一样，使它能够在一条水平线上。

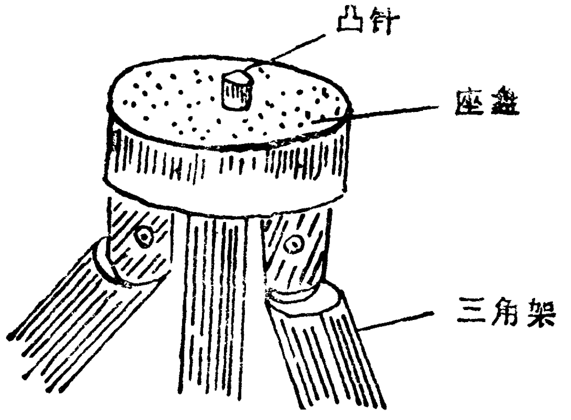


图3—15

三角支架：三角支架的构造分为座盘和三角架两部分，用来支持水平连通管(图3—15)，座盘中央装一凸针（木橛）和水平连通器下边的凹槽相合，连通器安上后，可以在座盘上自由旋转。

在使用前先检查和校正仪器，主要检查两个部分。首先要检查水平连通器是否裂缝漏水，因为这种水平仪是用木或竹作的，很可能发生干裂漏水，如果漏水就不能用来测量，

所以在用前的头一天就要把它放在水里泡上一夜，如果发现仍有轻微漏水，就必须用碎布或烂麻填塞裂缝，直到不漏水为止。其次要检查觇望牌，先检查它的指针有没有倾斜或弯曲，再检验指针方环上的横线和觇孔是不是一样高。如果指针弯曲，或者横线和觇孔不一般高时，测量结果就不会正确，检验时把两块浮板放在一个平整的桌面上，这时两个指针应该是直立而平行，同时觇孔和横线也应该是一般高低。如果指针有倾斜或弯曲现象，可用手或钳子把它整直整端正；如果觇孔和横线不一般高，可以把横线轻轻地上下移动，直到它和觇孔一样高低为止。

水盒水准仪的测量方法和微倾水准仪一样。不过是观测的距离短一些，精度差一些罢了。一般的农村平整土地和小型渠道的测量完全可以使用这种简易的仪器。

②连通管测平器

1）构造　连通管测平器是根据管内水面等高的原理制成的。其构造很简单，由一根长15—30米，直径约2厘米的橡皮管或塑料管，两根长约1.5米，直径1—2厘米的玻璃管，两个特别好的弯头，两根长约1.8米可以镶嵌玻璃管并刻有厘米分划的木尺组成。

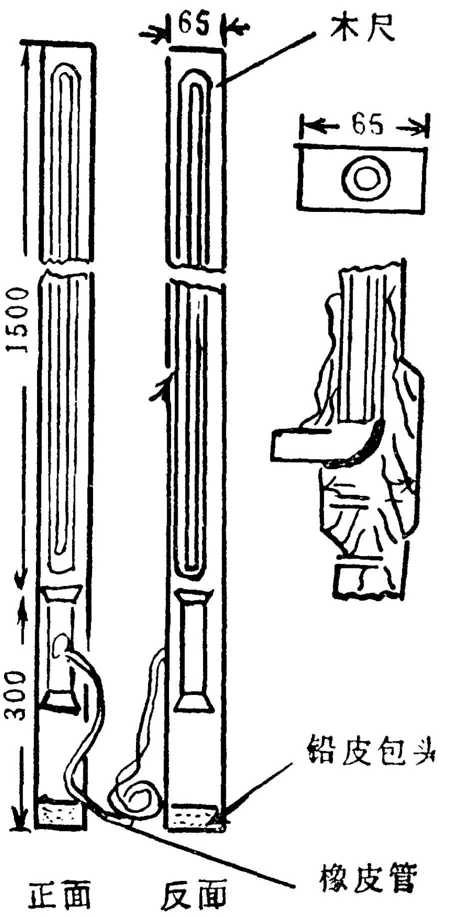


图 3—16

安装时先将弯头套在玻璃管的一头，把两根玻璃管分别镶嵌在木尺中间夹牢，用螺丝钉把

木尺钉紧，再把橡皮管的两头分别套在弯头的嘴上，这样就装成了连通管测平器（图 3 —16）。

2）使用方法　当测两点的高差时，先将管内灌入一定高度带颜色的水，在冬季为了防止水结冰，可渗入少量酒或其他能降低水冰点的物质，然后去进行测量(如图 3 —17)。欲求 A、B 两点高差，分别立尺于 A、B 两点上，当水面稳定后在两端尺上读数 a、b，由于水面稳定后，两端液面处于同一水面，因此 A、B两点高差 h 等于两端液面读数之差，即

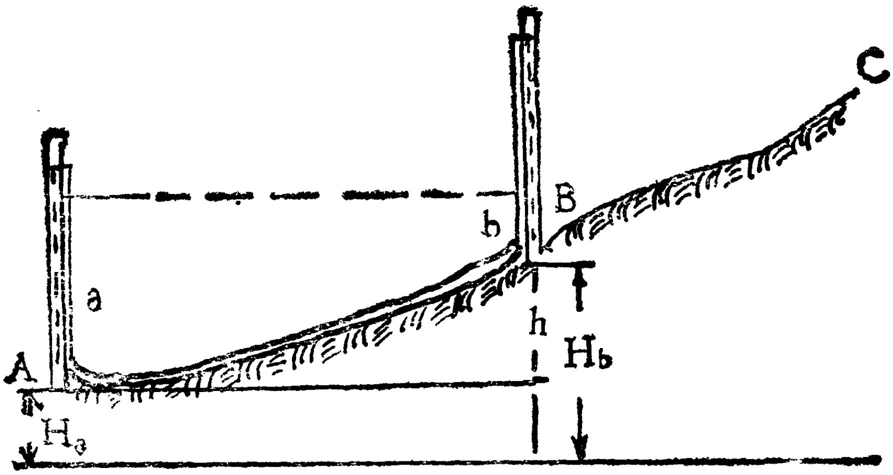


图 3 —17

$$h = a - b,$$

若 A 点高程 H_a 已知，则 B 点的高程为

$$H_b = H_a + h.$$

当 B 点测完后，欲求 C 点高程，B点立尺员在原地转动尺面向 C，A 点立尺员一手拿尺，一手提橡皮管，移至 C 点立尺，用上面一样的方法可求得 C 点高程。此外，可采用 A、B 两立尺员同时移尺，A 移至 B，B 移至 C，求 C 点高程。

施测前应校正仪器，方法如下：

a、将水由管顶倒入，有半管就可以了。

b、将橡皮管轻轻拉长，摇动玻璃管，使空气全跑出来，如有空气，则两水面就不能水平了。

c、将两尺并排放在平的地方，察其水面是否一样平，若不平，证明还有空气，应再慢慢摇动皮管直至水平为止。

进行施测时应注意下面几点：

a、不可猛拉，以免接头损坏；

b、要等水平面稳定后，才可读数。读数时眼睛要平视水面；

c、玻璃管易碎，工作时应特别注意。

这种仪器原理简单，容易制作，受外界影响小（如风、雾、阳光等），使用方便，精度良好。在若干土仪器中是比较好的。

③汗平式水准仪

汗平是长方体平整的小木块（长约30厘米，宽约4厘米，厚约2厘米）。中间镶嵌管水准器制成（图3—18）。其两端竖直安装金属的接目觇板和接物觇板，觇板之上分别打上

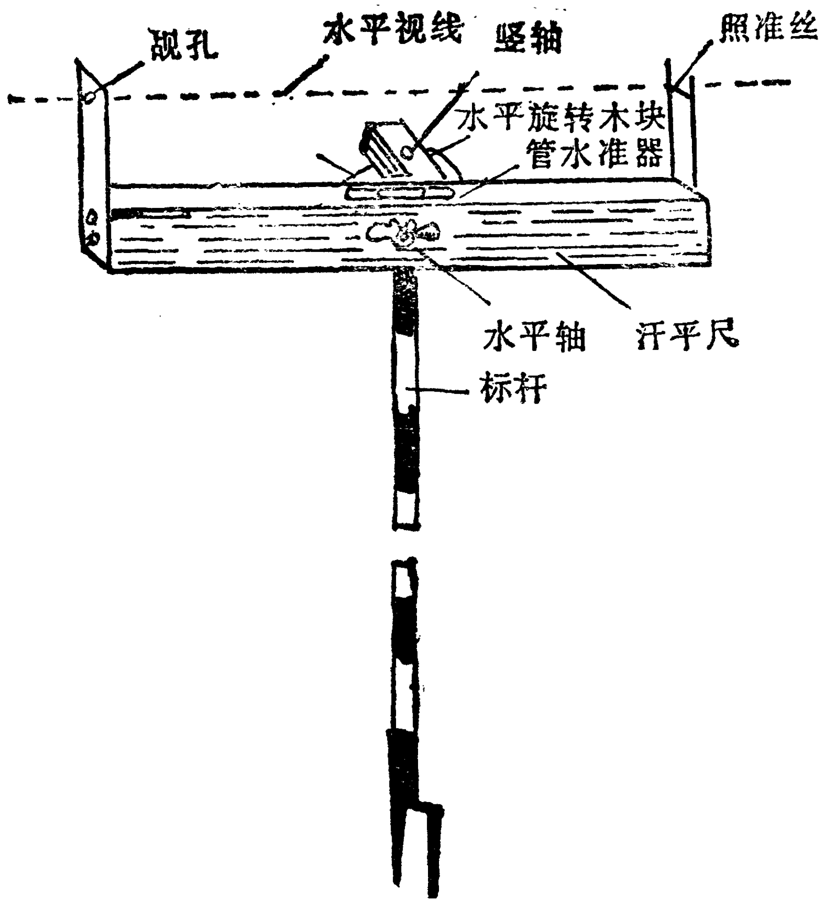


图3—18

觇孔和瞄准丝，并要求觇孔与瞄准丝距水平尺上表面等高。这样当水准管气泡居中时，我们就获得了水平视线。

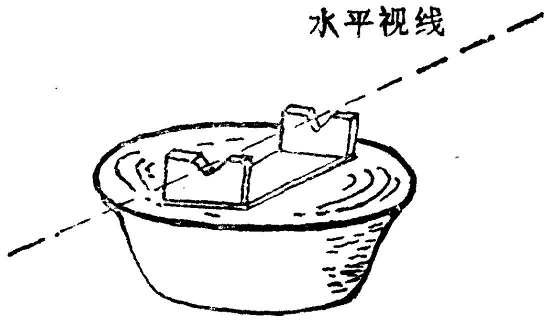


图 3 —19

其测量方法与微倾水准仪相同，如距离太远，看不清读数时，观测员可指挥扶尺员在尺的跟前读数。

④脸盆水准仪

如图 3 —19 在水上放一木刻觇板，由其上的缺口瞄准标尺读数，就可确定地面的高低。

在制作觇板时，两端必须等高

⑤三角垂线水准仪

如图 3 —20，用一张边长为一尺的正方形硬纸，对角折起，得两个等腰三角形，画出这两个三角形底边的中线（墨线），并把顶角粘紧，同时准备一根 4 — 5 丈长的光滑细棉线绳和一根两端各挂一重物（如小铁环，不宜太重）的 2 尺长的细线。

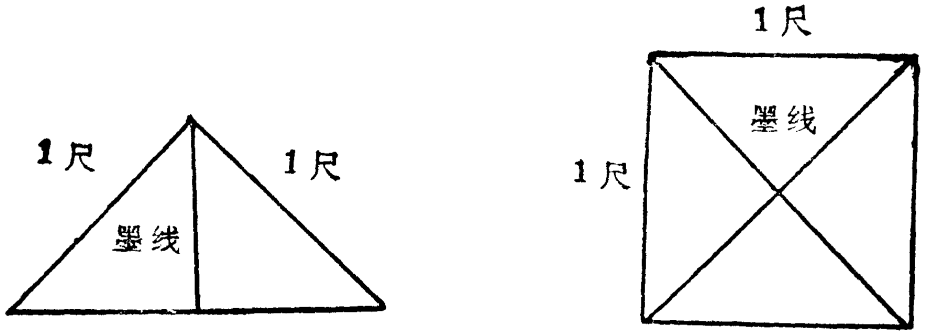


图 3 —20

使用时，把细棉线绳从三角纸的折线缝中穿过去，两个人各拉住一端，并拿着水准尺立在测点上，另一个人将三角纸拉到细棉线绳的中央，把带铁环的细线搭在三角纸的墨线上，如果细线与墨线重合，则细棉线绳伸成水平位置，两端水准尺上的读数即为所求的前后视读数。

第二节　渠道测量

渠道测量的步骤是首先进行渠线的选择和布设，然后进行测量并绘制出渠道纵、横断面图，下面我们通过卫东渠的部分测量，介绍渠道测量的步骤和方法。

（一）渠道的选线与布设

选择渠线就是选择一条既合理又经济的线路，也就是选定渠道的走向与位置，把水从水源（水库、河流、地下水）引向灌区。为了充分合理利用水源，一般固定渠道分为干、支、斗、分、引五级，还有直接向畦沟输水的临时渠道毛、顺、腰等渠。

渠道分布犹如树木之干、枝、梢一样，由大而小，由疏而密，也似人体上的血管一样遍布灌区各地，互相沟通。如图 3—21 所示干、支、腰三级渠道布置的一种方法。

渠道的选线工作必须遵循毛主席关于**“群众是真正的英雄”**的教导，和贫下中农一起，进行实地踏勘，虚心向贫下中农请教，了解历年来旱涝情况，灌溉面积及需水量、田地高低等情况，实行领导干部、贫下中农和技术人员三结合，共同讨论，作出决定，在作法上可拟定几条渠线进行比较，然后择优选取。若灌溉面积较大，可先在地形图上依据地势起伏，

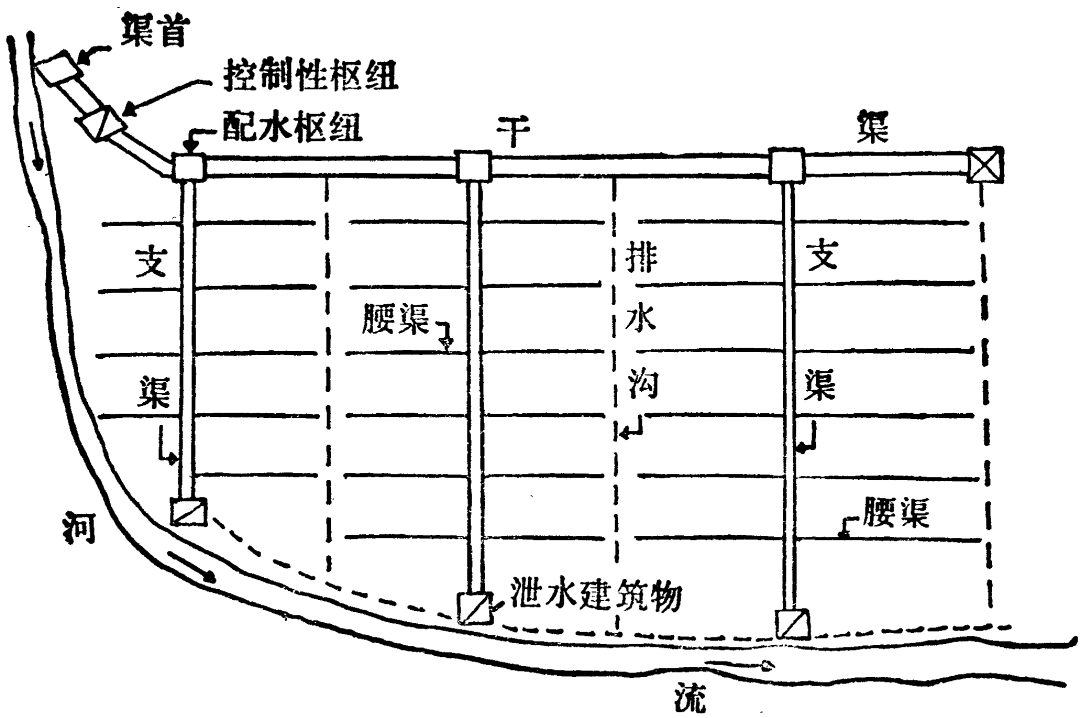


图 3 —21

灌渠高程大致选定；若灌区面积较小，可在踏勘 的 同 时 选定。

在选线的过程中，应注意以下几点：

1.对于干、支、斗等固定渠道的布置应在水源条件允许下，尽可能全部自流灌溉，保证土地利用率最高。

2.在地形允许的情况下，干、支、斗等渠布置应当与灌区土地规划、园田化相结合，以减少所占土地面积，达到一举多利。

3.渠线应尽量避免通过易漏水，易塌的地段，使其输水损失最小。

4.渠道应尽量平直整齐，以利机耕，一般相临二级渠道（如干与支，分与斗等）采用垂直布置。若遇山地、源地，则应绕山、原地边开渠。

5.应尽量减少渠道附属水工建筑物，充分利用已有农田

水利工程，以达到减少费用而形成完整的水利系统。同时还要注意水能利用（利用落差，发展水力发电及付业生产）。

6.为了排泄灌区无用水（暴雨水、地下水、渠道回水），还需设置排水网。排水沟应选在地势低处，其断面大小应能容纳各渠末端泄水量的总和为宜。

总之，选择渠线应本着渠线短、工程造价低、行水安全、管理方便和尽量减少大挖大填的工程等项原则确定，应使渠线高程比灌区地面稍高，以便渠水能自流灌溉。

（二）渠道定线——放中心线

渠道路线选定后，就要标定渠道中心线。

渠道定线从渠首（起点）开始，沿着渠道中心线用卷尺或测绳丈量中心线的长度，一般每隔20米、30米或50米打一个里程桩。在地形变化较大或施设水工建筑物（如桥、涵洞、水闸等）及转折处均要打下木桩，称为加桩。里程桩和加桩要标注离渠首的距离。渠线起点的里程桩号为0+000，若每隔50米打一桩，第二个桩号则为0+050。如果距离第二个桩号25米处要转弯，则第三个桩号应为0+075，第四个桩号为0+100，……依次类推，定好全部渠线。如果渠线最后一个里程桩号为8+432，即表示该渠线全长为八公里零四百三十二米。加号（+）前面的数字代表公里数，加号后的数字代表米数。如卫东渠道某段最后一个桩号是0+500，就是全长为0.5公里。

为了把渠道某段修的笔直，则要求这段所有里程桩、加桩打在一条直线上，这项工作就称作直线定线，其方法有二：

1.两点间定线 设A、B为直线的两端点(图3—22)，

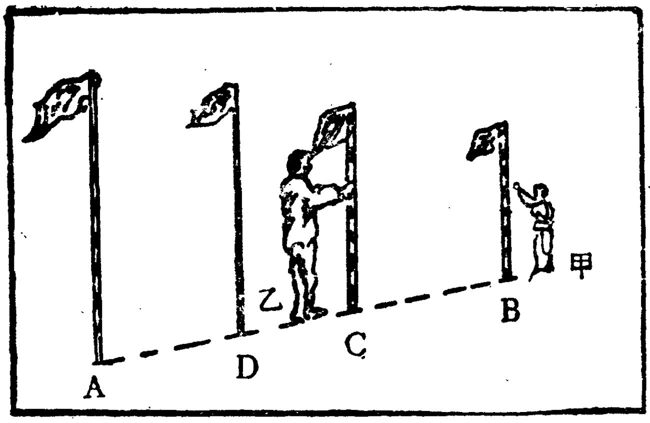


图 3 —22

现在需在 A、B 之间标定若干个点，使它们都在 AB 线上。先在 A、B 点上各竖立标杆，测量员甲立于 B 点后约 1 米外，测量员乙携带标杆，由 B 点出发走向 A 点约至 C 点处，用手势指挥，使乙将标杆左右移动，直到 A、C、B 三标杆在一直线上为止。然后将标杆竖直地插在 C 点处，以后用同样的方法确定其余各点。

2. 直线延长定线

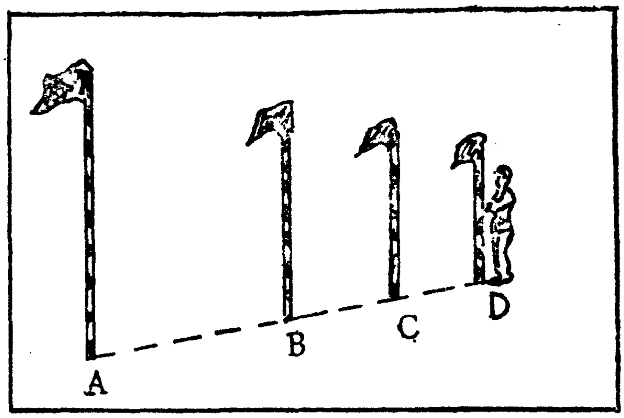


图 3 —23

设 A、B 为直线的两点(图 3 —23)，现需在 A、B 的延长线上标定出若干点，先在 A、B 点上各竖立标杆，测量员自己携带标杆沿 AB 方向前进约至 C 点处观察自己所竖立的标杆是否与 A、B 两标杆重合，若不重合，则将标杆左右移动，直到 A、B、C 三标杆完全重合为止。然后将标杆竖直的插在 C 点上，以后用同样方法确定其余各点。

在渠道定线时，还常常遇到渠线由一直线方向改变到另一直线方向，这时就必须用圆曲线连接，也就是弯道放线。除了大型渠道采用经纬仪放线外，在小型渠道工程上可目估，

其方法是弯道半径 R 等于渠底宽 b 的五倍，也可以应用弯道半径计算公式：

$$R=10V^2\sqrt{A}+10\ (米)\cdots\cdots(1.6)$$

式中 V——为渠道平均流速，单位米/秒；

A——为渠道进水断面面积，单位米^2。

例：某渠道平均流速 $V=1$ 米/秒，进水断面面积 $A=2$ 米^2，求弯道半径 $R=?$

代入公式 $R=10\times1\times\sqrt{2}+10$

$=10\times1.41+10$

$=24.1$（米）。

已知半径，即可按下列方法进行放线；

1）如图3—24，分别在 l、l_1 直线上任意点作垂线 PA 和 P_1A_1，使 $PA=P_1A_1=R$。

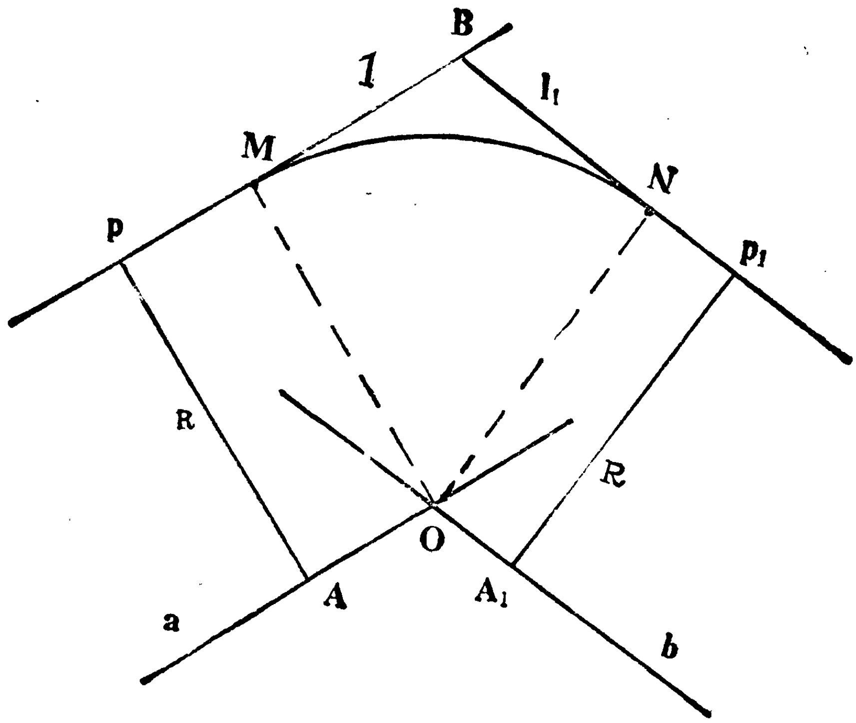


图3—24

2）过 A 点和 A_1 点分别作直线 a、b，使直线 a 平

行于直线 l，直线 b 平行于直线 l_1，直线 a、b 交于一点 0。

3）以 O 点为圆心，以 R 为半径画弧，交 l 于 M 点，l_1 于 N 点，弧 $\widehat{MN}$ 就是要放的弯道线。

（三）道中纵横断面水准测量

1. 渠道纵断面的水准测量　所谓渠道纵断面的水准测量，就是测出渠线方向地面高低起伏情况，也就是测定渠道中心线上各里程桩和加桩的高程，作为渠道设计施工的依据和资料。

渠线在地面上用木桩标定出来后，就开始进行测量（图 3—25）。

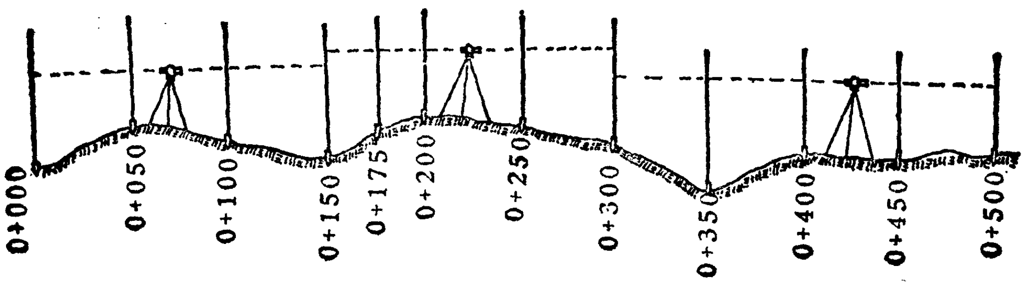


图 3—25

先将水准仪安置在 0＋000 桩和 0＋150 桩之间，调节水准管气泡居中，读得后视读数为 1.625 米，转动望远镜瞄准前视点上的水准尺，调节水准管气泡居中，读得前视读数为 2.325 米，随即将后视和前视记在水准测量记录表上（表 3—1）相应栏内。有时安置一次仪器可看到几个点上的水准尺读数，如同时读得 0＋050 桩的读数为 1.025 米，0＋100 桩的读数为 1.425 米。

0＋050 桩和 0＋100 桩不作转点，其读数记在（表 3－1）中间点栏内（也叫中间前视点）。再将仪器安置在0＋150

桩和 0+300 桩之间，以 0+150 桩为后视点，进行同样的测量，这样顺次前进，直到测出 0+500 桩的前视读数 1.474 米为止。

表 3—1

测站	桩 号	后 视	仪器高程	中间点	前 视	高 程	备 注
1	0+000	1.625	11.625			10.000	
	0+050			1.025		10.600	
	0+100			1.425		10.200	
2	0+150	1.350	10.650		2.325	9.300	
	0+175			1.200		9.450	
	0+200			1.175		9.475	
	0+250			1.250		9.400	
3	0+300	1.359	10.674		1.335	9.315	
	0+350			1.820		8.854	
	0+400			1.300		9.374	
	0+450			1.324		9.350	
	0+500				1.474	9.200	
		$\Sigma a=$ 4.334			$\Sigma b=$ 5.134		
	计算检查	$\Sigma a-\Sigma b=4.334-5.134=-0.800$			$9.200-10.000=-0.800$		

应当注意，在纵断面水准测量中，沿途一公里左右（渠道太小的，距离可以适当缩短）或在建筑物附近应留水准点（即 BM 点），以备在开挖渠道及渠道上建筑物的施工中借

附近的水准点进行校对。特别是在建筑物附近必须留水准点，以便施工中引测。例如：施工时，中心桩便逐个挖掉，但该桩号挖多少够标准了及该建筑物铺底高程在何处，都由水准点来校对。故水准点必须设在固定永久渠道附近建筑物或岩石上，且用红漆写上BM，BM_1，BM_2……等各点。并登记在水准测量记录表上，以便以后校对。

根据已知点的高程和测得的前、后视读数计算各测点的高程。

对于小型渠道，只需求得各点的相对高程即可，因此，可以假定0+000桩的高程为10.000米。

根据水准测量的原理，可以得出0+000桩与0+150桩间的视线高为10.000+1.625=11.625（米）

故　0+050桩的高程=11.625-1.025=10.600(米)，

0+100桩的高程=11.625-1.425=10.200(米)，

0+150桩的高程=11.625-2.325=9.300(米)，

同理，根据0+150桩的高程可算出0+175桩及0+200桩的高程，最后算出0+500桩的高程为9.200（米）。

由表3—1可知，首尾两点的高差为

9.200-10.000=-0.800（米）。

根据(1.4)式，它应等于后视读数之和减去前视读数之和。后视读数之和等于4.334（米），前视读数之和等于6.134（米），其差数为

4.334-5.134=-0.800（米），

说明计算无误。

2.**渠道的横断面测量**　为了计算土方和掌握渠线两测的地面起伏情况，除进行纵断面测量外，还应测出渠线垂直方

向的横断面上地形变化情况。当地面有变化时或遇渠道上有建筑物时必须测横断面，一般地形变化不大可以不必每桩测量。方式上可随纵断面测量的同时进行，也可单独进行。一般采用以下三种方法：

①水准仪测量法　当我们测完了0＋000与0＋150桩高差后，将立于0＋000桩的后视水准尺依次立于标定的横断面地形特征点上，先测右边，后测左边，并将测量结果记下。

表3—2　　**横断面水准测量记录表**

桩　号	后　视	前　视	高　程	说　明
0＋100	1.625		10.000	
右2.2米		0.079	11.546	
右 4 米		1.195	10.430	
左1.5米		0.924	10.701	
左 4 米		0.523	11.102	

②简易皮尺测量法　量出地形特征点的高度和水平距离，登记在记录本上，便于绘制地形横断面图（图3—26）。

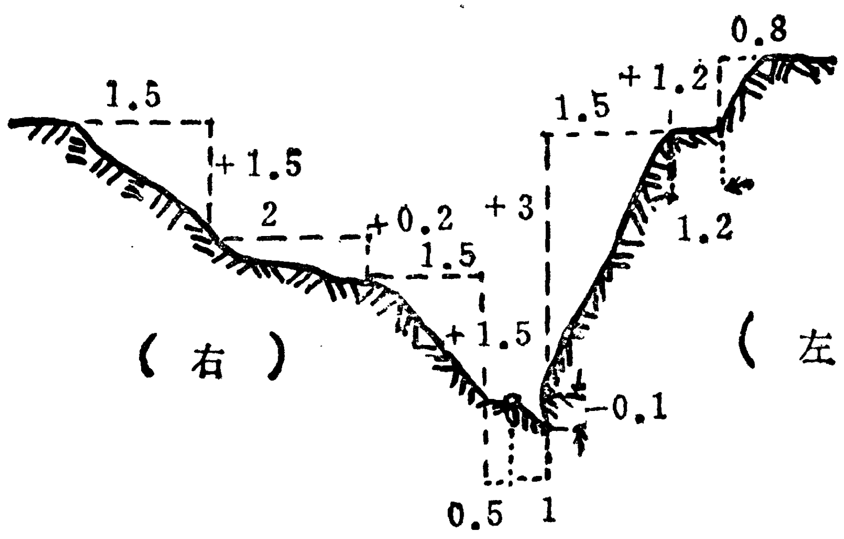


图3—26

$$记录：（左）\frac{-0.1}{1},\ \frac{+3}{1.5},\ \frac{0}{1.2},\ \frac{+1.2}{0.8}\left(\frac{高度}{水平距离}\right).$$

$$（右）\frac{0}{0.5},\ \frac{+1.5}{1.5},\ \frac{+0.2}{2},\ \frac{+1.5}{1.5}.$$

注意：把方向记录下来，沿水流方向或逆水流方向左、右记清楚，以免绘图中搞错。

③量角器法　量角器是用硬纸板、木板或其他材料制作，钉在一根木条上，木条中心划上黑线，以便垂线居中（图3—27）。

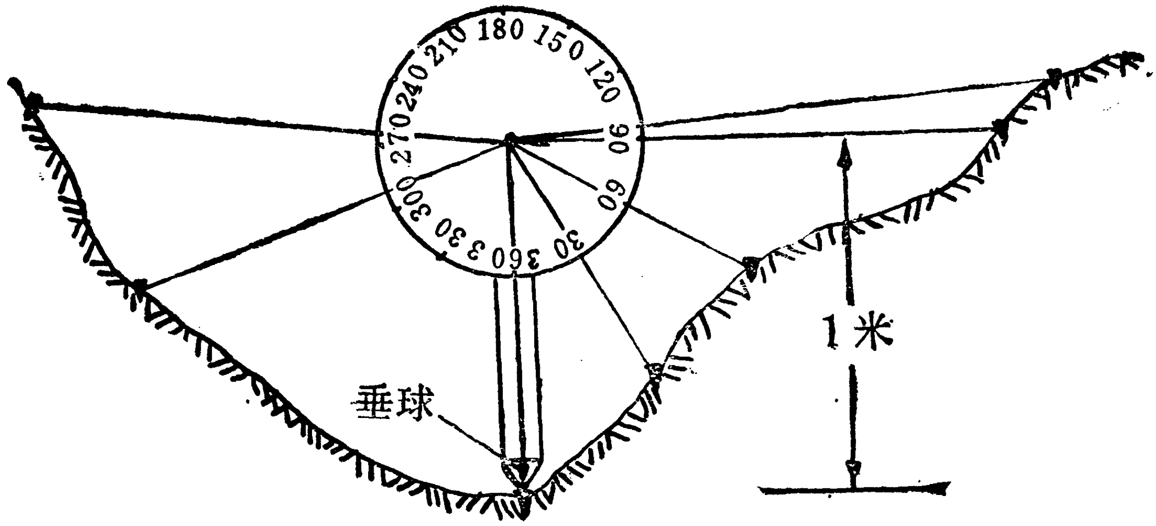


图3—27

记录中注意以下两点：

1）全圆仪高度记载下来，如1米，（全圆仪安放在桩顶，垂球必须居中）。

2）沿水流方向或逆水流方向测量，全圆仪牌永远朝一个方向，不可一正一反，以免作图时造成混乱。

$$记录：\frac{0.52}{30°},\frac{0.75}{57°},\frac{1}{90°},\ \frac{1.2}{99°},\ \frac{1.23}{273°},\ \frac{0.7}{290°}\left(\frac{高度}{角度}\right)$$

（四）保证水准测量精度的措施与成果的调整（平差）

我们进行水准测量时，由于仪器、工具、操作方法和外界条件的影响等，不可避免地要产生测量误差（测量结果与真实不符合的值，称为测量误差），这些误差有的是系统性的，也有偶然性的。我们应该分析产生误差的原因，掌握规律，采取措施，消除误差，提高测量精度和工作效率。

产生误差的原因大致有以下几点：

1）使用仪器的方法不当，而引起的误差。

2）观测人员视力的限制。

3）使用的测量仪器和工具不够精密。

4）外界环境的影响（空气、温度、风力、湿度及阳光等）。

为了减少误差，在测量的过程中，应注意以下几点：

1°测量时必须严格检查仪器，因为仪器的正确与否，对于测量精度影响极大。

2°在测量过程中，水准仪要安稳，防止下沉，每次读数时气泡必须居中。每站的前后视读数间隔时间尽量缩短，读数要准确，记录表要记准。

3°仪器尽可能设置在距前、后视尺相等的地方，这样

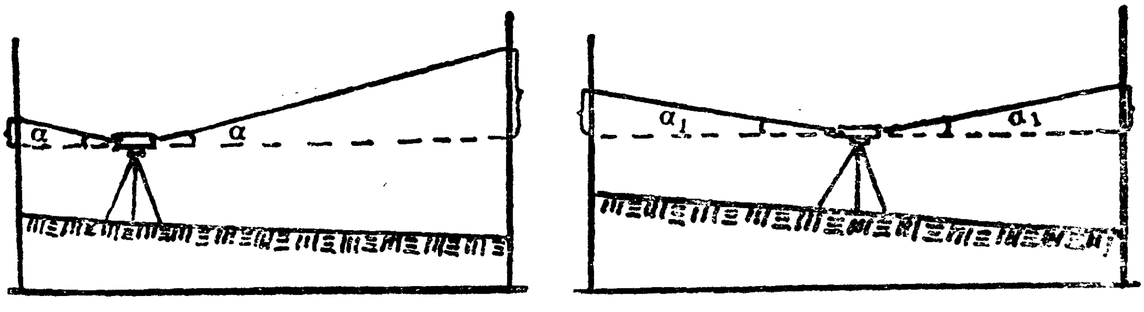


图 3—28

可以消除或减少由于视准轴与水准管轴不平行所产生的误差（图 3 —28）。

4 °水准尺要扶直。如果不直，读数偏大(图 3 —29)。

5 °标尺距仪器不能太远，否则反映在望远镜内尺像过小，读数误差较大。一般应在 100 米以内，土仪器一般应在 30 米之内。

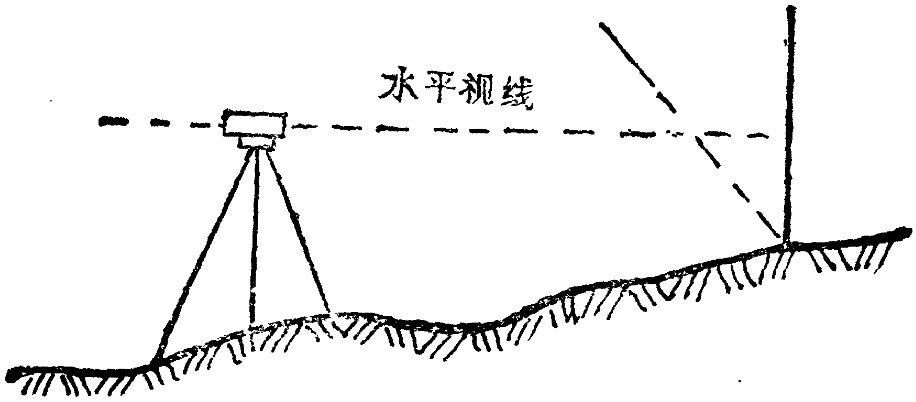


图 3 —29

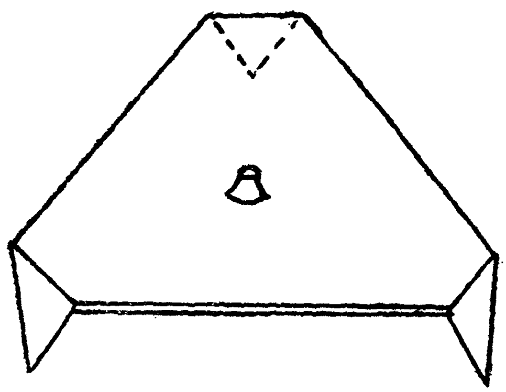


图 3 —30

6 °测量时，为防止标尺下沉，影响精度，必须垫上尺垫（图 3 —30）或把标尺放在坚硬处。

虽然我们注意到了以上几点，但是误差还是不能完全消除。因为误差是相对的，绝对的准确无误是没有的，因此就需要进行必要的校核。

那么，我们怎样知道测量误差的大小呢?

在测量的过程中，如果渠线附近有国家水准点，一般采用两种方法进行测量：

1 ）单程观测　用一台仪器和单面水准尺，由渠线附近

的国家水准点出发，通过复合水准测量，将高程传递到渠线起点的里程桩上，然后再进行渠线水准测量，测定出里程桩及加桩的高程，依次测完整个渠线，附合到另一个国家水准点上（图 3 —31）。

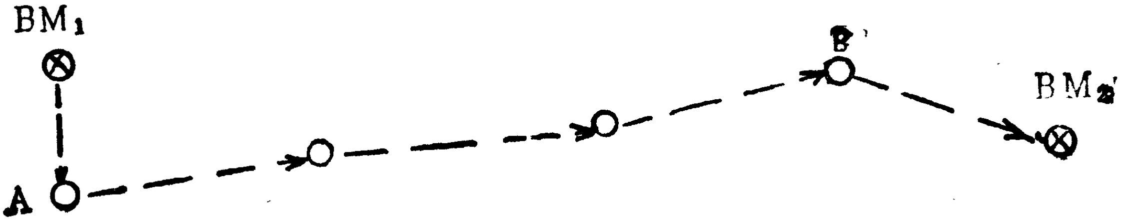


图 3 —31

2）往返观测　用一台仪器和单面水准尺，由渠线起点附近的国家水准点出发，通过复合水准测量，测定出里程桩及加桩的高程，依次测完整个渠线，然后又进行返测，从渠道终点最后一个里程桩开始，沿中心线再测到渠道附近的水准点上（图 3 —32）。

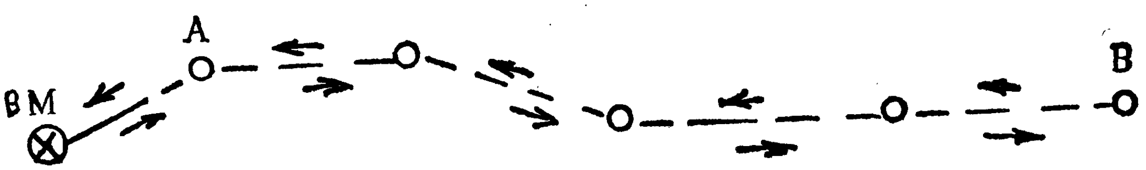


图 3 —32

在水准测量的过程中，如果附近没有国家水准点，可假设其里程桩起点高程，并采用往返复合水准测量的方法，测出各桩的相对高程。这种方法在我们小型渠道的测量中，应用是较多的。

进行往返测量每一测站允许误差 $\leqslant \pm 5$ 毫米；整个路线往返测量高程闭合差允许值 $\leqslant \pm 30\sqrt{L}$ 毫米，（L 为往返距离的平均数，以公里计算），若是山区或者测量时用

土仪器，允许误差可适当放宽。

例如卫东渠道已知起点高程为10.000米，经过往返距离为1公里的高程测量，又回到起点，测得高程为9.084米，则高程闭合差为

$$10.000-9.084=+0.016\text{（米）}.$$

而高程允许误差为

$$30\text{毫米}\times\sqrt{0.5}=30\text{毫米}\times0.7=21\text{毫米}=0.021\text{（米）}。$$

∵ 0.016米<0.021米 ∴测量精度满足要求。

当高程闭合差在允许范围内，就可以将其误差反号按测站数目或按路线长度成正比的进行分配与调整。

如果超过允许范围，则需返工重测。我们知道，渠道必须按一定的坡度下降，水才能畅流，如果测量不慎，发生错误，可能导致渠水倒流，因此，我们必须以高度负责的精神进行测量工作。

第三节　渠道设计

在进行踏勘选线和纵横断面水准测量的基础上，我们得到了大量的数据和资料。但是，到底修怎样的渠道才能把水从渠首引到渠尾，保证灌区用水？这就需要对所得到的资料，如灌区的面积、高程、地形、地质等方面进行综合分析，确定设计方案，为施工提供依据。因此应该掌握渠道纵、横断面的设计，引水量的设计，以及土方计算等知识。

（一）渠道纵断面设计

所谓渠道的纵断面，就是假设有个平面沿水流方向通过渠道中心线上的各测点把大地切开，从侧面正对切开的断面所看到的那个平面。如果我们把渠道纵断面上所看到的图形

在毫米方格纸上绘出来，就得到通常所说的渠道纵断面图（如图 3—33）所示。

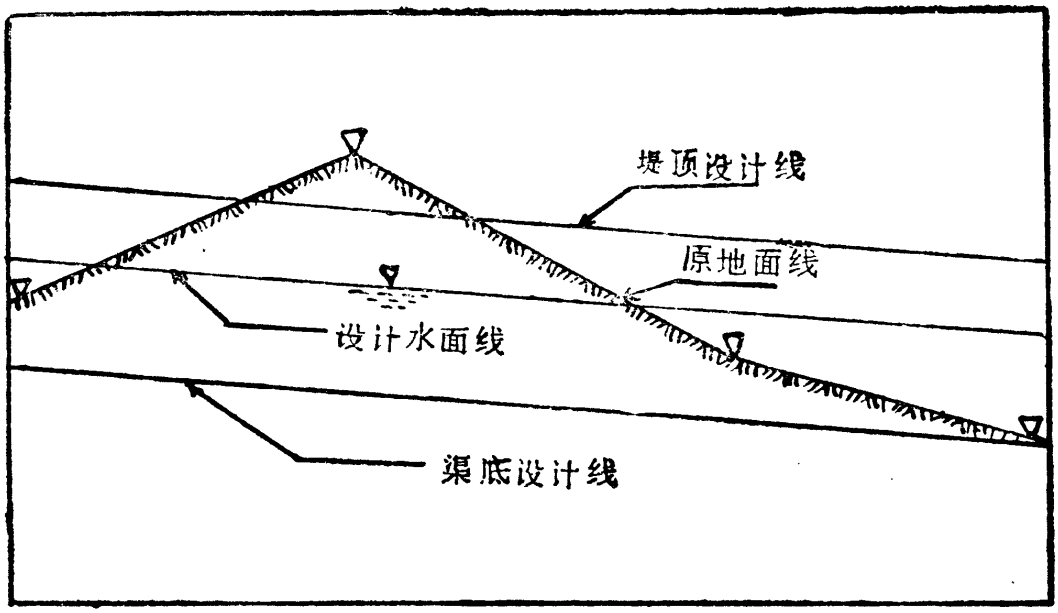


图 3—33

在渠道纵断面示意图上，可以明显地看到四条线：渠底设计线、原地面线、设计水面线与堤顶设计线。根据伟大领袖毛主席关于**“研究任何过程，如果是存在着两个以上矛盾的复杂过程的话，就要用全力找出它的主要矛盾”**的教导，我们来分析这四条线。他们彼此相对地独立但又有密切的联系。原地面线是依据前面测量所得的地面点高程的数据绘出来的；渠底设计线是依据地面线的起伏情况及其它原因确定的；另外两条线都与渠底设计线彼此平行，其间的位置关系是，渠底设计线上任一点的高程加上渠道的设计水深，就得到相对应的设计水面线上一点的高程；如果再加上渠道的超高，又得到相对应的设计堤顶线上一点的高程。可见，只要设计出渠底线，则设计水面线与堤顶线也就相应确定了。所以，这四条线中，原地面线是设计的基础，渠底线是设计的关键。

为了能使渠水畅通地输送到灌区，渠道底面从渠首到渠

尾必须保持一定的坡度。通常把渠道底面的坡度称为渠道的比降（也称纵坡），常用符号“i”来表示。若用h表示渠底任意两点之间高差，用d表示这两点之间的水平距离，则

$$i=\frac{h}{d} \tag{1}$$

确定渠道比降的大小有很多因素，但主要应根据渠底首尾两端的高差、地形及渠道流经地段的土质、流量等情况而定。一般说来，力求使渠道的比降和原地面坡度大体一致，以避免过大的填方或挖方，并应使灌区农田较大的面积能达到自流灌溉。此外，渠道比降与流速还有很大关系，比降大，流速也大，相应的过水断面就小，这样可以减少工程量；但流速过大，渠道就会因冲刷严重而崩塌。反过来若流速过小，则渠道易于淤积且工程量也要相应的增大。根据群众长期积累的经验，流量较大的渠道，纵坡应稍缓；流量较小的渠道，纵坡可稍陡。如果地面起伏过大，可在适当地点修建跌水，来减小渠道纵坡。如图3—34所示：

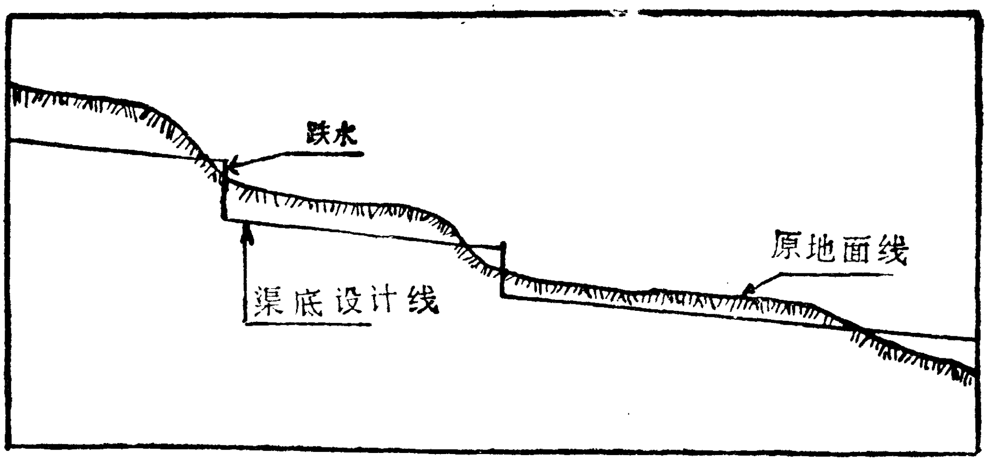


图3—34

通常把比降用分子化为1的分数来表示，写成如$\frac{1}{500}$、

$\frac{1}{1000}$、$\frac{1}{2000}$等形式。

一般渠道采用的比降范围如下：

干支渠： 1/500～1/2500；

斗 渠： 1/200～1/1500；

引 渠：按地形和流量确定。

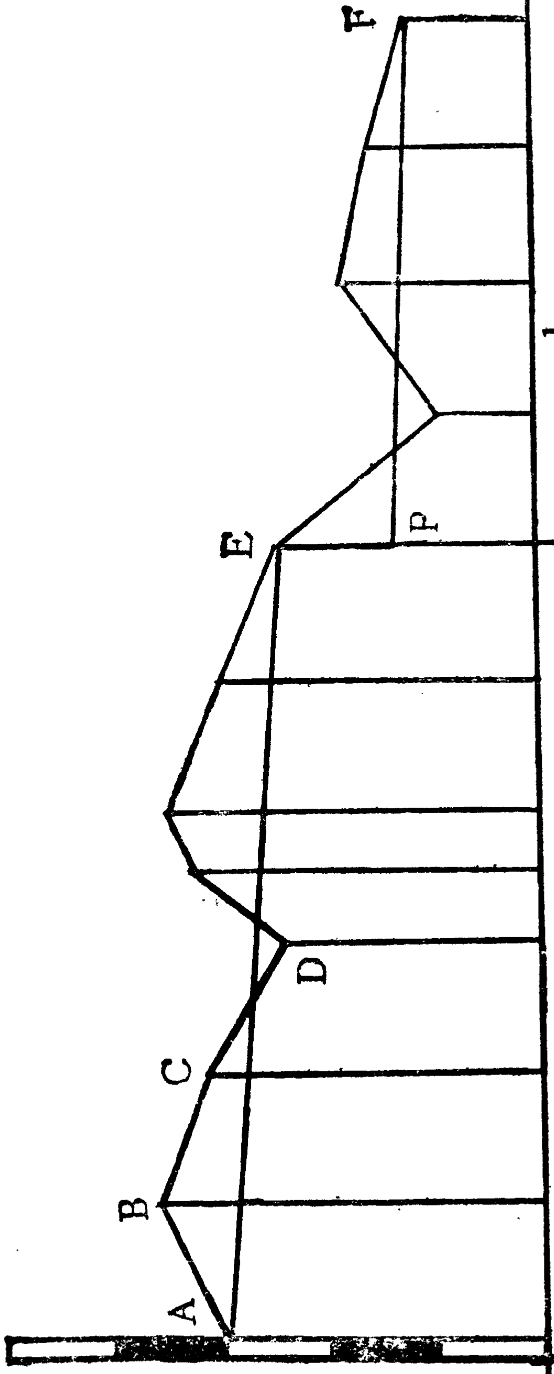
渠道纵断面设计，主要是根据渠道所采用的比降求出渠底设计线上各点的高程，然后绘出指导施工的渠道纵断面图。

现以卫东渠道纵断面的设计来说明具体作法。根据前面测量卫东渠纵断面得到的数据，如图 3—35所示，先在毫米方格纸上建立直角坐标系。横轴表示水平距离，纵轴表示高程，并依据实际数据确定适当的比例尺。横轴采用 1:2500；纵轴采用 1:100。用点表示测点高程在图上的位置，如点 A 表示0＋000 桩号这一测点，且高程为 10 米。又如点 B 表示 0＋050 桩号这一测点，且高程为 10.600 米……。依次连接 AB、BC……，即为原地面线。

因原地面线在E 点起伏过大，在此处设计一个跌水，比降就可以分段设计。AE段选用了$\frac{1}{500}$；EF 段选用$\frac{1}{1000}$。又因该渠需要在 A 点处引水，所以 A 点的渠底设计高等于测得的地面高程（10米）。然后用下边的公式（2）计算各桩号测点上的渠底设计高程。

各里程桩的渠底设计高程＝（渠首设计高程）－〔（渠首至里程桩的距离）×比降〕 （2）

如，0＋050桩渠底设计高程 $=10-50\times\frac{1}{500}=9.900$（米）



桩号	原地面高程	渠底设计高程	填高	挖深	比降
0+000	10.000	10.000	0	0	$\frac{1}{500}$
0+050	10.600	9.900		0.70	
0+100	10.20	9.800		0.40	
0+150	9.300	9.700	0.40		
0+175	10.20	9.650		0.55	
0+200	10.40	9.600		0.80	
0+250	9.895	9.500		0.395	
0+300	9.400	9.400			
0+350	7.900	8.350	0.450		$\frac{1}{1000}$
0+400	8.800	8.300		0.50	
0+450	8.600	8.250		0.35	
0+500	8.200	8.200	0	0	

图 3—35

$$0+100\text{桩渠底设计高程}=10-100\times\frac{1}{500}=9.800(\text{米})$$

将渠底线各点的高程算出后，就可用绘地面线相同的办法，描点连线画出渠底设计线。如直线 AE 和 PF。

对比原地面线与渠底设计线上对应点的高程，就可计算填挖数，如：

0＋050 桩的挖深数＝原地面高程－渠底设计高程

＝10.600－9.900＝0.700（米）。

0＋150桩的填高数＝渠底设计高程－原地面高程

＝9.700－9.300＝0.400（米）。

为了便于记忆，每点的填挖量可用 $hi=Hi-Ho$ 计算，若得正值，表示挖深量，若得负值，表示填高量，其中hi表示某点的填挖量，Hi 为某点原地面高，Ho 为渠道设计高程。

最后将所有的桩号、原地面高程等数据填在图中相应的栏内，以便指导施工和计算土方。

（二）渠道引水量的确定

渠道的引水量也叫流量，它是指在单位时间内流过某一断面的水量，其单位为"米^3/秒"。通常所说的渠道能引"几方水"或"几个水"都是指流量而言。若平均流速为V（米/秒），过水断面的面积为W（米^2），流量为Q（米^3/秒），则有：

$$Q=W\cdot V。$$

流量设计的偏大偏小，都会造成工程造价的加大或灌溉需水量不足，而降低工程效益。所以必须**"按照实际情况决定工作方针"**。

灌溉渠道的流量，主要依据渠道所负担的灌区内农作物的需水量和渠道输水损失的总和进行设计。

1.灌区农作物需水量的设计

灌区农作物需水量的设计与灌水制度、灌溉面积等方面

的因素有关，所以这是一项密切联系实际的工作。要做好这一工作，必须向下作调查。在这方面广大的贫下中农和水利工作同志，积累了丰富的实践经验，我们必须虚心向他们请教，根据当地的情况进行设计。

1）灌水制度，是指在土壤、气候、雨量等不同地区，各种农作物在全部生长期所需的灌水次数、灌水定额（米^3/亩），灌水方法以及每次灌水持续的天数。我省一些主要作物的灌溉制度可参考下表：

表3—3　　**灌水制度参考表**

地区	年份	作物名称	灌水时间		灌水定额（米^3/亩）	备注
			发育阶段	月份		
关中	平年	冬小麦	拔节期	中/3—中/4	40—50	
	干旱年	棉花	花蕾期	上/7	30—40	
陕南	干旱年	冬小麦	分蘖期	元月上、下旬	40—50	
	干旱年	水稻	泡田插秧	上/5—上/6	90—100	
陕北	干旱年	玉米	抽穗灌浆	下/7	40—55	

2）灌溉面积　是指在用水最紧张时期，灌区内需要灌水的作物种植亩数。

一般来说，在一个灌区内种植好几种农作物，各种农作物又因其生长期的不同，需水量也不同。但是为了保证供给各种作物的需水量，在设计作物需水量时，只挑选各种作物用水最紧张，全部轮灌一次的最大需水量作为灌区农作物的设计需水量，中小型渠道引水量设计的计算公式如下：

$$Q_{需}=\frac{w_1m_1+w_2m_2+\cdots\cdots+w_im_j}{86400T} \quad (1.8)$$

其中，W_i 代表某种作物的种植亩数。

M_j 是对应于 W_i 的那种作物的灌水定额。

T 是灌水时间，即轮灌一次的天数。

86400 相当于一昼夜 24 小时的秒数。

2. 渠道输水损失的设计

由于渗漏、蒸发、渠线的长短、土质地形不同等原因，使渠道在输水过程中有一部分流量要损失掉。通常把输水过程中损失掉的那一部分水量叫做渠道的输水损失。计算时通常采用“估算法”，根据渠道流经地段的土质等情况进行估计。在轻、砂壤土地区，中小型渠道一般采用输水损失为总流量的 20～30%。

例：卫东斗渠的灌溉面积共 4800 亩，其中小麦 1800 亩，玉米 1400 亩，棉花 2600 亩，试计算该渠道的引水量。

解 第一步，求灌溉净需水量

根据当地的具体情况，采用灌水定额：小麦为 50米³/亩；玉米、棉花为 45米³/亩；灌水天数，在天气炎热时期全部轮灌一次要求小麦 15 天灌完，玉米、棉花为 7 天，应用公式（1.8）计算得

小麦灌期净需水量为

$$Q_1=\frac{50\times1800}{15\times86400}\approx0.07\ （米^3/秒）.$$

棉花、玉米秋作物夏灌净需水量为

$$Q_2=\frac{45\times(1400+2600)}{7\times86400}\approx0.29\ （米^3/秒）.$$

比较上面两个数字，因为 $Q_2>Q_1$，所以根据 0.29米³/秒的净需水量来计算设计流量。

第二步，求渠道的设计引水量（也称毛流量）。

根据渠道流经地段土质的含沙量等情况，假定我们估计渠道的输水损失为30%，则引水量应比净流量加大，其加大的数字应按70%的有效利用来计算，即

$$Q(\text{毛流量})=\frac{Q_{\text{需}}(\text{净流量})}{0.7}=\frac{0.29}{0.7}$$

$$\approx 0.4\ (\text{米}^3/\text{秒})$$

故设计引水量采用 0.4米³/秒。

（三）渠道横断面设计

所谓渠道的横断面，就是假设有个平面通过渠道中心线上任一点（如某一桩号位置），沿与渠道中心线相垂直的方向将大地切开，从侧面正对切开的断面所看到的那个平面。如果我们把渠道横断面的轮廓绘成平面图，就得到通常所说的渠道横断面图。渠道横断面的类型很多，有矩形、梯形、半梯形等断面，但是中小型土渠大多数都采用梯形断面。所以下面主要介绍梯形横断面的设计。

1.按填挖量的不同，梯形横断面的渠道可分为以下三种：

1）挖方渠道（如图3—36）。这种渠道，不利于灌溉，多用于排水。

2）填方渠道（如图3—37）这种渠道，占地多、造价大，应少设计。

3）半挖半填渠道（如图3—38）。这种渠道既省工，又便于灌溉，被广泛采用。

挖方渠道横断面示意图

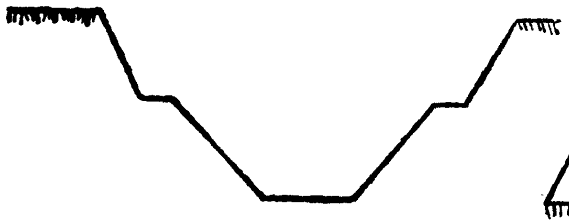


图3—36

填方渠道横断面示意图

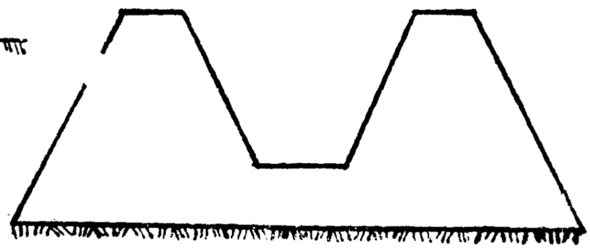


图3—37

半挖半填渠道横断面示意图

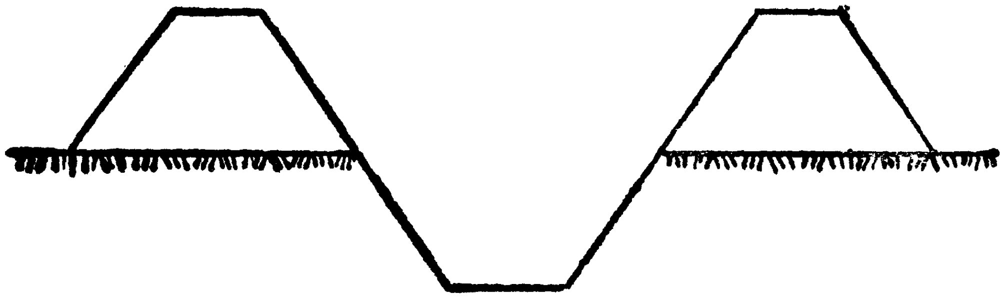


图3—38

2.梯形断面各部分的名称如图3—39所示

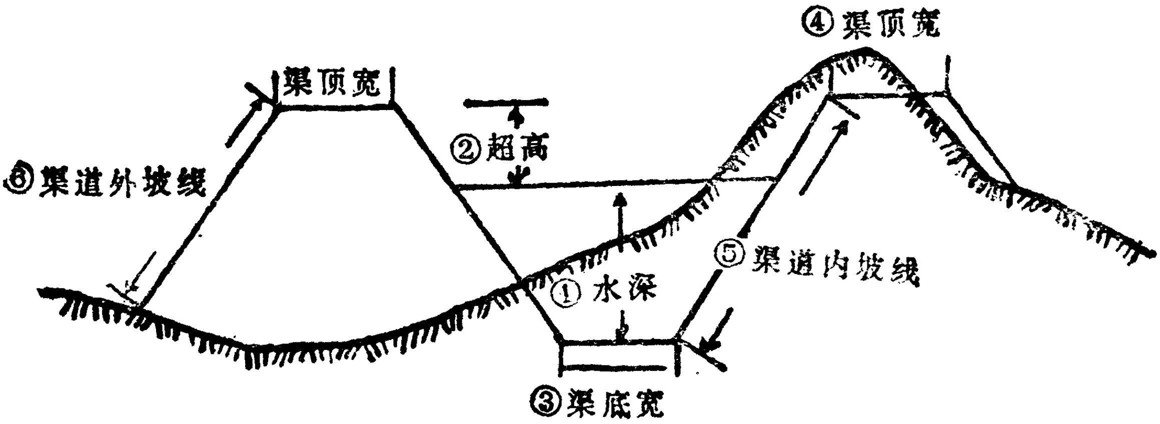


图3—39

3.边坡设计

渠道的边坡，就是指渠道横断面内(外)坡线的倾斜度。数值上等于垂直距离(h)与水平距离(d)的比值。如图3--40

所示。

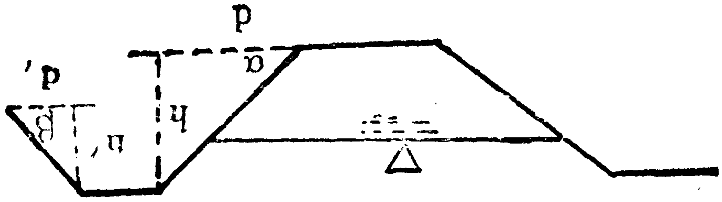


图 3—40

$$内边坡=\frac{h}{d}=tg\alpha.$$

$$外边坡=\frac{h^1}{d^1}=tg\beta.$$

根据土质和地形情况，可以使 $\alpha=\beta$；也可以设计 $\alpha\neq\beta$，应依具体情况而定，不必强求一律。

在渠道设计中，常用到边坡数值的倒数，叫做边坡系数（m），即 $m=\frac{d}{h}$.

当 $h=1$ 时，$m=d$.

$$\therefore\quad 内边坡=\frac{h}{d}=\frac{1}{m}.$$

同理可知，外边坡 $=\frac{1}{ml}$.

一般常用 $1:m$ 表示，就是说，当坡线的垂直距离是 1 个单位长度时，水平距离是 m 个单位长。m 越大边坡越缓；m 越小边坡越陡。$m=0$ 时，渠道为矩形横断面(多用于石渠)。如图 3—41 所示。

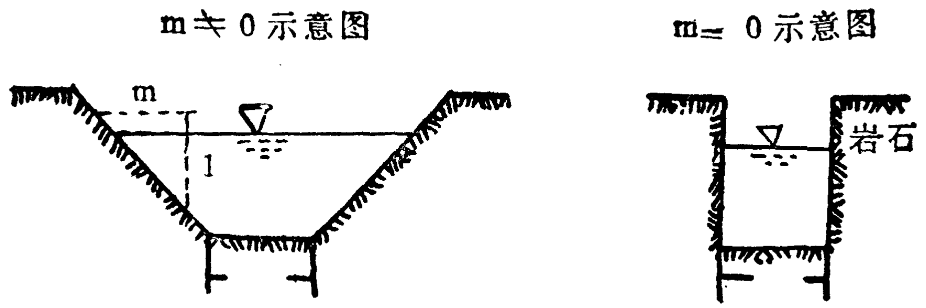


图3—41

边坡的大小，主要取决于灌区的土质和渠道横断面的大小。其边坡系数（m）值可参考下表。

表3—4　**边坡系数（m）值参考表**

土质种类	坚硬岩石	重粘土	粘壤土	砂壤土	砂　土
m　值	0—0.5	0.5—1	1—1.5	1.5—2	2—3

4.超高与堤顶宽的设计

为了避免下暴雨或其他异常情况，渠水漫溢渠堤，造成渠堤崩毁危险，所以渠道的堤顶高程必须高于设计水面，其高出部分叫做渠道的超高。一般采用渠水深的三分之一。它与渠道级别、流量有关，可参考表3—5。

表3—5　**渠道超高表**

渠道流量（米^3/秒）	超高（米）
干支渠10—2	0.4～0.6
干支渠小于2	0.35
斗　渠	0.25
引　渠	0.15

渠堤顶部的宽度叫堤顶宽。它是按照渠岸高度及流量的大小设计的。如果堤顶用作道路，则堤顶宽应根据道路的需要确定其宽度；如堤顶不结合道路可参考表 3 — 6 选用。

表 3 — 6　　**堤顶宽度表**

渠道流量（米^3/秒）	堤顶宽（米）	附注
干支渠	1.0 -1.2	渠岸土质为粘土及粘壤土时用水值；为沙壤土时用大值。
斗渠	0.5—0.8	
引渠	0.3	

5. 水深与底宽的设计

水深是指水面到渠底的垂直高度；底宽是指渠道底部的宽度。在一定的流量与比降下，水深与底宽互相影响；相对地来说，水深时则底窄，水浅时则底宽。同时它们还与边坡有关，应根据地形、土质、流量等因素选择。所以在水利上要经过水力学计算而得到。为了便利使用，中小型土渠可查表

表 3 — 7　　**土渠水深底宽尺寸表**

流量（米^3/秒）	比降	边坡为 1:1 的横断面		边坡为1:1.5的横断面	
		水深（米）	底宽（米）	水深（米）	底宽（米）
0.05		0.22	0.30	0.20	0.30
0.10		0.31	0.30	0.27	0.30
0.20		0.40	0.40	0.36	0.40
0.40	$\frac{1}{500}$	0.52	0.50	0.46	0.50

0.60		0.59	0.60	0.53	0.60
0.80		0.63	0.60	0.60	0.60
1.00		0.69	0.80	0.67	0.60
0.05		0.27	0.30	0.23	0.30
0.10		0.37	0.30	0.32	0.30
0.20		0.47	0.40	0.42	0.40
0.40		0.61	0.50	0.54	0.50
0.60	$\frac{1}{1000}$	0.70	0.60	0.62	0.60
0.80		0.74	0.80	0.70	0.60
1.00		0.83	0.80	0.73	0.80
1.25		0.92	0.80	0.81	0.80
1.50		0.92	1.00	0.88	0.80
1.75		1.00	1.00	0.89	1.00

表 3 — 7 中的流量是指设计的渠道引水量（即毛流量）；糙率（渠道内流水部分的粗糙程度）都等于 0.0225；比降应选择对渠道影响较大（该比降的渠段较长），且数值较小（比降数值小，相应的渠道横断面尺寸较大）的用，以保证将所设计的引水量全部从渠首输送到灌区；边坡主要指渠道的内边坡。

例如：卫东斗渠设计毛流量为 0.4米^3/秒，内、外边坡均为 1:1，渠段中有两个比降$\frac{1}{500}$与$\frac{1}{1000}$，如何设计其横断面？

解　以 0.4米^3/秒流量查表 3 — 7 得

比降为$\frac{1}{500}$时，水深 0.52 米，底宽 0.50 米；

比降为$\frac{1}{1000}$时，水深 0.61 米，底宽 0.50 米。

选用横断面较大的尺寸，确定设计水深为 0.61 米，底宽为 0.5 米。

查表 1 — 5 得，　超高 = 0.25米，

查表 1 — 6 得，　堤顶宽取 0.50 米，

渠深 = 水深 + 超高 = 0.61 + 0.25 = 0.86（米）．

设计横断面如图 3—42 所示。

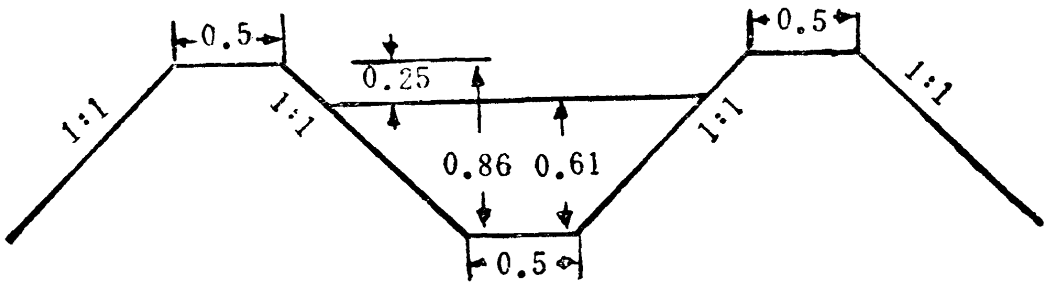


图3—42

用查表法设计水深、底宽比较简单，但是局限性较大。如果实际情况与表 1 — 7 中数据不符，就将无法设计。为了弥补这一缺限，下边仍以卫东渠为例，介绍一下应用公式计算法。

通常应用的公式是明渠等速流基本公式（也称谢才公式或经验公式），即

$$Q = wc\sqrt{Ri} \qquad (1.9)$$

式中：Q—渠道引水量（即毛流量，单位米^3/秒）．

w—过水断面面积（单位平方米）。

对于梯形横断面渠道有以下公式：

$$w = (b + mh)h.$$

这里，b—渠底宽；　h—水深；　m—渠道内边坡系数。

C—流速系数，确定 C 时与渠道的糙率（反映渠道表面粗糙程度的数值，用 n 表示）有关（可参看表 3—8 与表 3—9）。

R—水力半径；x—湿周（渠道横断面上被水淹没的周长），对于梯形横断面的渠道 $x=b+2h\sqrt{1+m^2}$（单位米）。

$R=\frac{w}{x}$，即 $R=\frac{\text{过水断面面积}}{\text{湿周}}$。

表 3—8 **渠道糙率 n 值表**

渠槽特征			糙率
土质	流量 25～1（米³/秒）	平整顺直，养护良好	0.0225
		平整顺直，养护一般	0.025
		渠床多石，杂草丛生，养护较差	0.0275
	流量小于 1（米³/秒）	渠床弯曲。养护一般	0.025
		支渠以下的固定渠道	0.0275—0.030
岩石	经过良好修整的		0.025
	经过中等修整的无凸出部分的		0.030
	经过中等修整的有凸出部分的		0.033
	未经修整的有凸出部分的		0.035～0.045
砌石	干砌块石护面		0.033
	浆砌块石护面		0.025
	料石砌护		0.015
	砌砖护面		0.015
	混凝土护面		0.015

表3—9　　流速系数（C）值表

R \ n	0.011	0.012	0.013	0.014	0.015	0.017	0.018	0.020	0.0225	0.025	0.0275	0.030	0.035	0.040
0.10	67.36	60.33	54.46	49.43	45.07	38.00	35.06	30.85	26.18	22.48	19.53	17.50	14.00	11.43
0.12	69.00	61.92	56.00	50.86	46.47	39.29	36.34	32.05	27.29	23.56	20.51	18.40	14.80	12.15
0.14	70.36	63.25	57.30	52.14	47.74	40.47	37.50	33.10	28.26	24.48	21.38	19.23	15.51	12.80
0.16	71.64	64.50	58.46	53.29	48.80	41.53	38.50	34.05	29.15	25.28	22.18	19.96	16.20	13.40
0.18	72.73	65.58	59.46	54.29	49.80	42.47	39.45	34.90	29.95	26.04	22.87	20.63	16.80	13.95
0.20	73.73	66.50	60.46	55.21	50.74	48.74	40.28	35.65	30.71	26.76	23.56	21.23	17.34	14.48
0.22	74.64	67.42	61.31	56.07	51.54	44.11	40.89	36.40	31.37	27.40	24.14	21.80	17.86	14.95
0.24	75.55	68.25	62.08	56.86	52.34	44.88	41.78	37.05	32.00	28.00	24.72	22.36	18.34	15.40
0.26	76.27	69.00	62.85	57.57	53.00	45.53	42.45	37.70	32.62	28.56	25.27	29.86	18.83	15.83
0.28	77.00	69.75	63.54	58.29	53.67	46.17	43.06	39.25	33.15	29.08	25.78	23.33	19.26	16.23
0.30	77.73	70.42	64.23	58.93	54.34	46.82	43.67	38.85	33.69	29.60	26.25	23.80	19.68	16.60

表 3 — 9 续 1　　流速系数（C）值表

R \ n	0.011	0.012	0.013	0.014	0.015	0.017	0.018	0.020	0.0225	0.025	0.0275	0.030	0.035	0.040
0.36	79.64	72.25	66.00	60.46	56.07	48.47	45.28	40.35	35.15	31.00	27.60	25.03	20.83	17.68
0.40	80.73	73.33	67.08	61.72	57.07	49.41	46.28	41.25	36.00	31.80	28.40	25.80	21.51	18.30
0.45	81.91	74.50	68.23	62.86	58.20	50.53	47.34	42.30	36.97	32.76	29.31	26.66	27.31	14.05
0.50	83.09	75.67	69.31	63.30	59.27	51.59	48.39	43.25	37.91	33.64	30.14	27.46	23.06	20.10
0.55	84.09	76.67	70.31	64.93	60.20	52.53	49.28	44.10	38.75	34.44	30.94	28.20	23.74	20.40
0.60	85.09	77.58	71.23	65.86	61.14	53.41	50.17	44.90	39.51	35.20	31.67	28.90	24.40	21.03
0.65	86.00	78.42	72.08	66.64	61.94	54.17	50.95	45.70	40.26	35.92	32.36	29.53	25.00	21.60
0.70	86.82	79.25	72.93	67.50	62.72	54.94	51.73	46.40	40.93	36.60	33.01	30.16	25.57	22.15
0.75	87.55	80.00	73.69	68.22	63.47	55.70	52.45	47.05	41.60	37.24	33.63	30.76	26.14	22.68
0.80	88.27	80.75	74.46	68.93	64.20	56.35	53.12	47.70	42.22	37.84	34.25	31.30	26.66	23.18
0.90	89.64	82.17	75.69	70.22	65.47	57.64	54.39	48.90	43.37	38.96	35.34	32.36	27.66	24.13

表 3 — 9 续 2　　**流速系数（C）值表**

R \ n	0.011	0.012	0.013	0.014	0.015	0.017	0.018	0.020	0.0225	0.025	0.0275	0.030	0.035	0.040
1.00	90.91	83.33	76.92	71.43	66.67	58.82	55.56	50.00	44.44	40.00	36.36	33.33	28.57	25.00
1.10	92.00	84.33	77.92	72.36	67.54	59.64	56.34	50.75	45.15	40.72	37.05	34.00	29.20	25.60
1.20	93.09	85.33	78.92	73.29	68.40	60.47	57.12	51.50	45.82	41.40	37	34.63	29.79	26.18
1.30	94.09	86.25	79.77	74.07	69.14	61.17	57.78	52.15	46.48	42.04	38.32	35.23	30.34	26.70
1.50	95.82	87.83	81.38	75.57	70.54	62.53	59.06	53.35	47.60	43.20	39.41	36.30	31.37	27.68
1.70	97.36	89.25	82.85	76.93	71.80	63.70	60.17	54.45	48.62	44.27	40.43	37.26	32.28	28.55
2.00	99.45	91.17	84.77	78.72	73.47	65.76	61.67	55.85	50.00	45.64	41.78	38.56	33.51	29.73
2.50	102.45	93.72	87.46	81.22	75.80	67.47	63.73	57.90	51.91	47.60	43.67	40.40	35.18	31.43
3.00	104.82	96.08	89.69	83.29	77.74	69.35	65.51	59.60	53.55	49.28	45.30	42.00	36.70	32.80

公式（1.9）的应用，常用试算的办法。先给定一个值如b，再给h以不同的值，确定一系列相对应的Q值；当算出的Q值与所需的实际引水量相近时，与之对应的b、h值即为所求的底宽与水深。如卫东渠道实际需要的设计引水量为0.4米^3/秒，试算结果如下表：

表3－10　**卫东渠水力试算结果表**

b	h	W	C	$\sqrt{Ri}$	Q
0.5	1.0	1.50	36.97	0.021	1.17
0.5	0.8	1.04	36.97	0.021	0.81
0.5	0.4	0.36	31.37	0.015	0.17
0.5	0.61	0.68	33.69	0.017	0.39

由上表可以看出，当$b=0.5$(米)，$h=0.61$（米）时，$Q=0.39$(米^3/秒)与设计要求的0.4米^3/秒相近，所以确定取$b=0.5$米；$h=0.61$米为设计的底宽与水深。超高、顶宽等其它部分的尺寸确定与前面所讲的相同。

（四）土方计算

通过渠道引水量与纵横断面的设计，渠道各部分的尺寸基本确定。那么，要动工修成我们所设计的渠道，需要花多少劳力呢？这就需要计算土方量。土方量的大小往往是工程量的主要指标，必须认真做好。

在渠道设计纵断面图上，我们看到地面上有需要挖深和填高的地方。被挖或被填的土的数量在水利工程上称为土方。由于挖、填情况的不同，土方又分为挖方和填方。土方的单位是立方米。计算土方时，在平坦地区一般不必测绘渠道横

断面图。在地形变化复杂时，还必须测绘渠道横断面图，依据横断面图进行土方计算。

1.横断面图的绘制

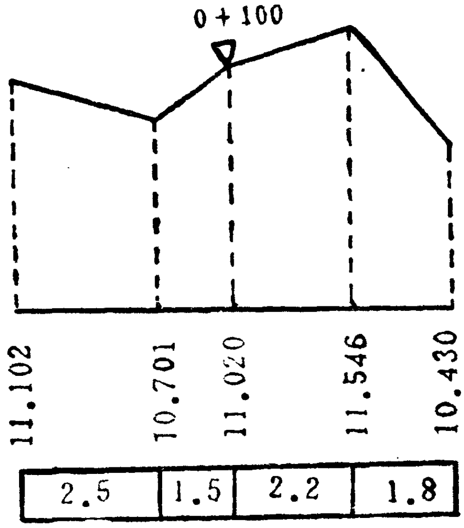


图3—43

通过横断面水准测量，我们得到了渠道中心线两旁一些点与中心桩间的距离以及高程等数据（表3—2）。为了更直观地了解渠道中心线两旁的地面起伏情况和进行土方计算，必须根据表3—2中心的数据在毫米方格纸上绘制横断面图。绘制方法基本与纵断面图的绘法相同，所不同的是为了土方计算的方便，在横断面图上横轴与纵轴都采用同一比例尺、一般采用$\frac{1}{100}$或$\frac{1}{200}$等，图3—43是卫东渠0+100桩的横断面图，其它横断面图可仿此绘制。

2.横断面面积计算

一般作法是在渠道横断面图上，根据地面线上中心桩的位置，按照渠底设计高程绘出渠道设计横断面的轮廓线。然后计算出原地面线与设计轮廓线之间所围图形（地面平坦时为梯形；当地面起伏较大时为不规则图形）的面积，即为该桩号位置的（填方或挖方）横断面面积。

例： 应用分割法计算卫东渠0+200桩的挖方横断面面积。如图3—44所示，实际地面线与设计轮廓线所围图形是一个不规则的四边形，我们把它分割为四个三角形进行计算，其面积分别以A_1、A_2、A_3、A_4表示：

$$A_1 = \frac{1}{2} \times 0.8 \times 1.0$$
$$= 0.4 \text{（米}^2\text{）；}$$

$$A_2 = \frac{1}{2} \times 0.8 \times 0.5$$
$$= 0.2 \text{（米}^2\text{）；}$$

$$A_3 = \frac{1}{2} \times 0.25 \times 0.25$$
$$\approx 0.03 \text{（米}^2\text{）；}$$

$$A_4 = \frac{1}{2} \times 0.25 \times 1.65$$
$$\approx 0.21 \text{（米}^2\text{）。}$$

∴ 断面面积：w

$$= A_1 + A_2 + A_3 + A_4$$
$$= 0.4 + 0.2 + 0.03 + 0.21$$
$$= 0.84 \text{(米}^2\text{)。}$$

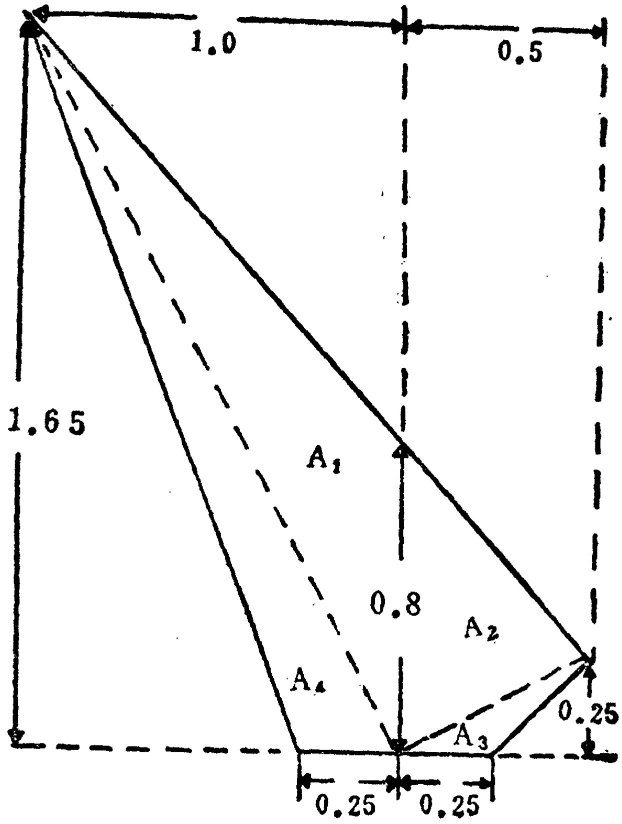


图 3—34

当断面图绘在毫米方格纸上后，也可用数方格的方法计算出断面面积。

3.土方计算

土方计算一般是分段进行的。根据地形变化状况及施工需要每隔一定距离（如一百米或五十米），计算一个渠道横断面面积，然后把每两个相邻横断面间的填挖量计算出来，再一一相加，就得到渠道总的土方数。

计算相邻两个横断面之间的土方，常用下面两个公式近似计算。

如图3—45 所示，A、B 分别代表相邻两个横断面的面积；L 代表 A、B 间的水平距离。V 代表 A、B 间的土方量。则

常用的两个计算公式是：

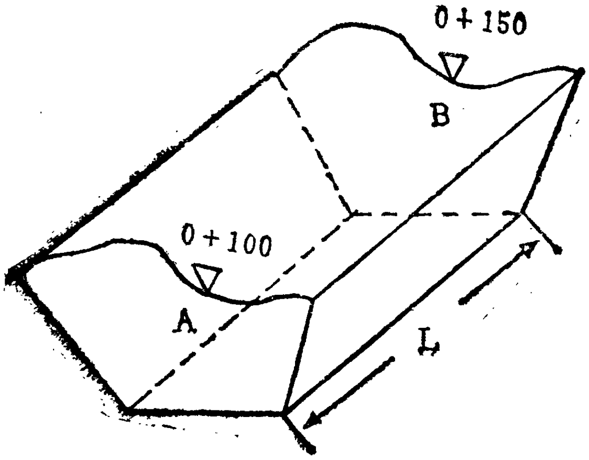


图 3—45

1）截锥公式： $V=\frac{L}{3}(A+B+\sqrt{AB})$ （1.10）

2）梯形公式： $V=\frac{L}{2}(A+B)$ （1.11）

通常当 $\frac{A-B}{A}>40\%$ 时，采用截锥公式；而当 $\frac{A-B}{A}<40\%$ 时，采用梯形公式计算。

计算时，一般做法是列一个土方计算表（表3—11），将所有计算数据按各个横断面的桩号详细填写清楚，以便指导施工。

有关卫东渠道的土方计算如表3—11 所示，以供参考。

表 3 —11

卫东斗渠土方计算表

桩号	地面高（米）	设计高（米）	中心桩		断面积		平均断面积		距离（米）	土方数（立方米）		备注
			填	挖	填	挖	填	挖		填	挖	
0+000	10.000	10.000	0	0	2.16							
0+050	10.600	9.900		0.700	0.26	3.46	1.21	1.73	50	60.5	86.5	
0+100	10.200	9.800		0.400	1.32	2.48	0.79	2.95	50	39.5	147.5	
0+150	9.300	9.700	0.400		4.36		2.84	1.24	50	142.0	62.0	
0+175	10.200	9.650		0.550	0.16	2.68	2.26	1.34	25	56.5	33.5	
0+200	10.400	9.600		0.800	0.46	0.82	0.31	1.75	25	7.8	43.8	
0+250	9.895	9.500		0.395	1.46	1.78	0.96	1.30	50	48.0	65.0	
0+300	9.400	9.400	0	0	2.16	4.68	1.81	3.23	50	90.5	161.5	
0+350	7.900	8.350	0.450		3.34		2.75	2.34	50	137.5	117.0	
0+400	8.800	8.300		0.500	0.68	2.44	2.01	1.22	50	100.5	61.0	
0+450	8.600	8.250		0.350	1.24	2.62	0.96	2.53	50	48.0	126.5	
0+500	8.200	8.200	0	0	2.02		1.63	1.31	50	81.5	65.5	
										$\Sigma_{填}=812.3$	$\Sigma_{挖}=969.8$	

第四节　渠道的施工设计

经过渠道的测量、设计等工作，我们基本确定了修怎样的渠道（流量、断面尺寸等）。但是，到底如何修呢？怎样把纸上的设计反映到实际地面上去指导施工呢？遵照伟大领袖毛主席的教导：**“我们不但要提出任务，而且要解决完成任务的方法问题。”“不解决方法问题，任务也只是瞎说一顿。”**因此，我们还必须掌握渠道施工放样的基本知识，在动工之前把渠道的断面、开挖线和附属建筑物的位置等按设计所要求的尺寸，在实际地面上反映出来，以便施工。

施工放样的一些基本名称如图 3—46 所示。

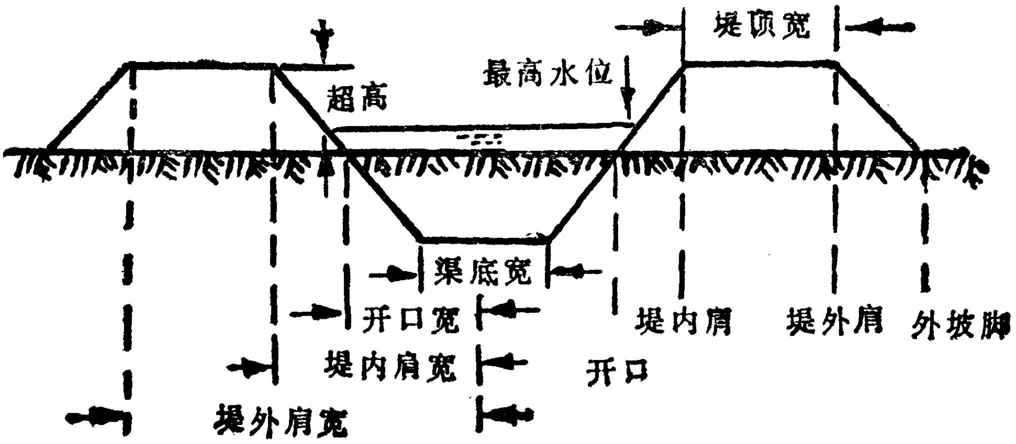


图 3—46

由图 3—46 可以看出，在挖方渠段，首先应标清横断面的开口点；而在填方渠段，应先标清横断面的外坡脚点，分别打上木桩，然后把相邻断面之间用线联接起来，撒上石灰粉，就可动工修渠，具体作法如下：

1.标定中心桩的填（挖）土深度

中心桩的填(挖)土深度，可以从渠道纵断面图上查出，注记在各个中心桩上，以便随时检查工程情况和最后验收。

在施工过程中，如中心桩相距太稠，也可去掉一些，但是间隔一定距离必须保留一部分中心桩(采用留土墩或其他办法)。

2.平地上定边桩

（1）挖方　如图3—47所示，平地上定挖方渠道的边桩。边桩距中心桩的距离(d)可用下式计算：

$$d=\frac{b}{2}+hm.\quad(1.12)$$

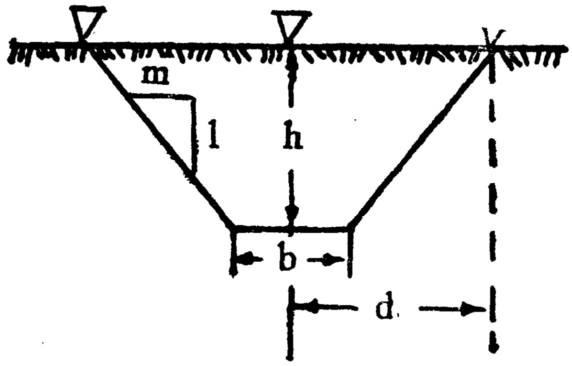


图3—47

（2）填方　平地上定填方渠段的边线桩，如图3—48所示。

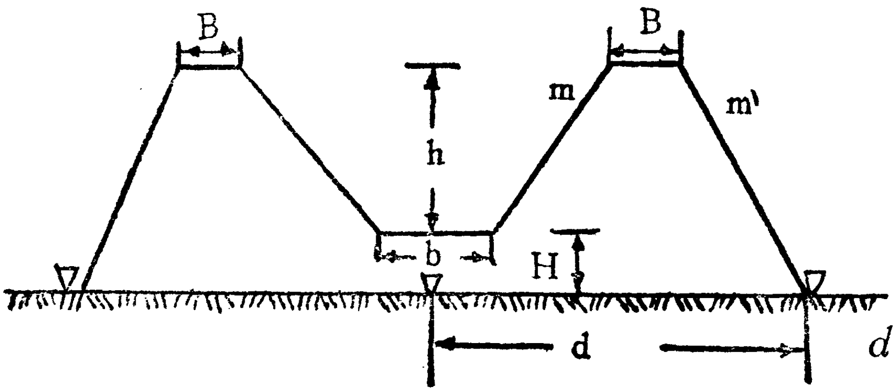


图3—48

由图3—48可写出下列公式：

$$d=B+\frac{b}{2}+mh.\quad 1.13$$

3.斜坡上定边桩法

在测得的横断面图上可以直接量出中心桩到边桩的距离。具体作法是，用硬纸片剪成设计横断面的形状（或者将设计横断面轮廓线绘在透明胶片上），在绘得的渠道中心桩的横断面图上，根据应挖（或填）的深度（或高度），放置剪成的断面，设计断面与实测断面的交点就是边桩的位置。然后量出图上的边桩距，再按绘图比例尺计算出实际地面上的边桩距即可放线。如图3—49所示。

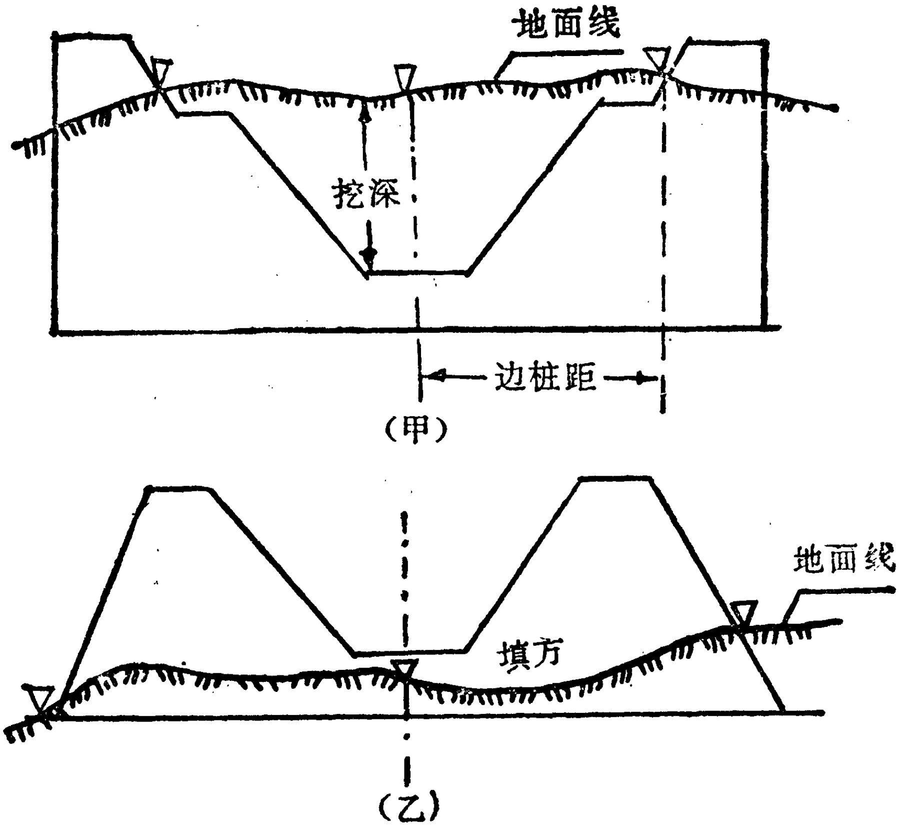


图 3—49

4.施工中应注意的问题

（1）掌握断面尺寸　在挖方渠段初挖时，距边桩应留1－2公寸倾斜下挖；在填方渠段，开始填土时应较设计坡度稍大。等大部分土方快完成后，再按设计尺寸进一步修理整削。这样做既不致返工，又能保证质量。

（2）为了掌握边坡的标准，可用板条根据设计的尺寸

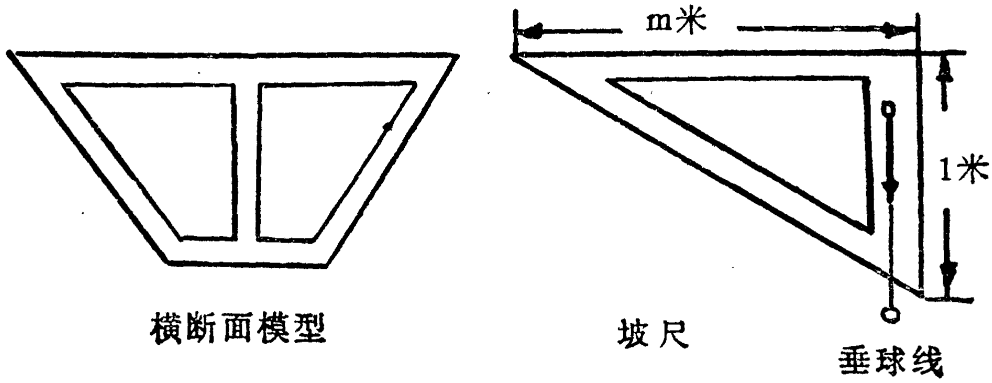


图 3—50

作成渠道横断面的模型或坡尺，以便随时检查工效。如图3—50所示。

（3）填方及夯实 填土时应先清基将老土挖去，使新旧湿土密切结合，填到25—30公分夯实。一般要求“填三打二”，即填土30公分厚，夯实到20公分。土料不宜过干或过湿，一般能把散土用手握在一起为宜。夯土时有大土块应先打碎再夯，土块直径一般不宜超过3公分。

第二章 土地平整

在“农业学大寨”普及大寨县的群众运动中，我省广大贫下中农以阶级斗争为纲，大搞农田基本建设，取得了很大成绩。大量的引水上原工程迅速发展，机耕面积越来越大，因而土地平整就成为农田基本建设的主要组成部分。土地平整是从根本上改变农业生产条件，建设旱涝保收田，达到蓄水均匀，最大限度的保水、保土、保肥，实现高产稳产的首要措施。

第一节 土地平整的测设

（一）方格水准测量

1.布设方格网

例如要平整一块农田（图3—51）。根据地形及平整要求，先将地面划分成许多相同的正方块（或矩形），边长每隔10—20米打一木桩（或撒上石灰点），也可以做成15米或30米边长的方格。为了方便起见，画一个和地形相似的方格网草图，如图3—51，然后对各点自上而下，从左到右，依次编号，并写在图上各点的左上角。

2.测定方格网各点高程

如果高差不大，范围不广，只需安置一次仪器即可完成测量工作，则将水准仪（或简易水准测量工具）安置在适当地点（一般在地块中心），测尺沿桩号摆点，便得出各点的读数，填入图中各点的右下角。以1点为后视点，其余各点为前视点。1点假定高程$H_1=10.00$米，可得视线高$H_I=$后视读数+1点的高程。这样其余各点的高程利用公式：未知点高程=视线高－未知点读数，即可求出。

则2点高程=11.60－1.73=9.87（米），……，并写在各点的右上角（图3—51）。

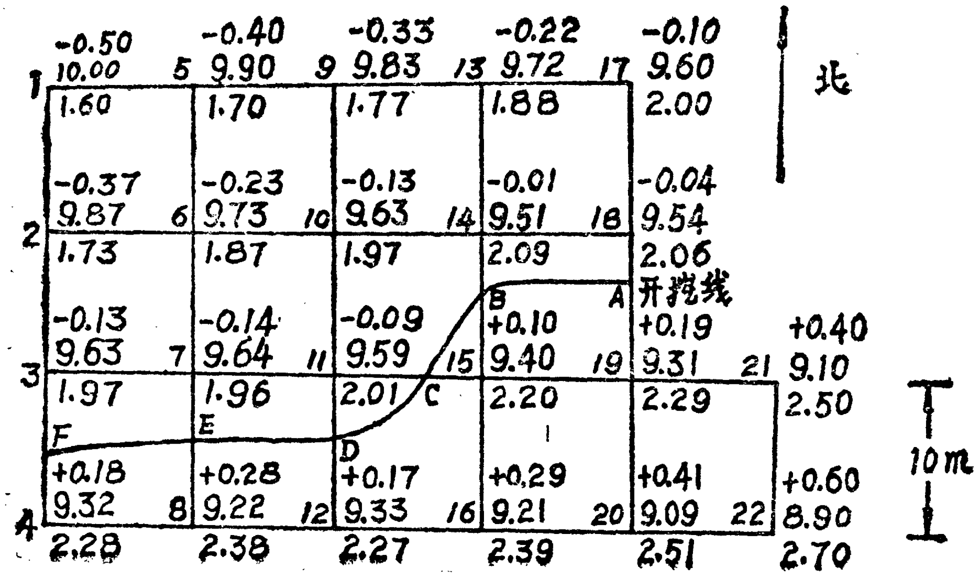


图3—51

如果面积较大、地形复杂安置一次仪器不能完成测量工作，可先在平整地块内布设若干临时水准点，精确测定其高程，然后用它们再将其余各点高程测出。

3.求地面设计高程和各桩号填挖数

地面设计高程应使其填挖土方量达到平衡，因此以地面

平均高程作为地面的设计高程。一般采用下列两种方法求设计高程。

（1）算术平均法　将各测点高程总和除以总点数。根据图2—1各桩点高程得：

$$平均高程H_0=\frac{1}{22}(10+9.87+\cdots\cdots+8.9)=\frac{209.07}{22}$$

$$\approx 9.50（米）.$$

（2）加权平均法

平均高程H_0＝{各角点高程之和＋2〔各边点高程之和〕＋3〔各拐点高程之和〕＋4〔各中点高程之和〕}÷〔各桩点相关方格数之和〕.

由图3—51可看出，1、4、17、21、22为角点；2、3、5、9、13、18、8、12、16、20为边点；19为拐点；6、10、14、7、11、15为中点。在以方格计算平均值时，角点只属一个方格，边点属于两个方格，拐点属于三个方格，中点属于四个方格，这样我们将角点高程之和乘以1，边点高程之和乘以2，拐点高程之和乘以3，中点高程之和乘以4，并求和，再除以方格数的4倍就可得到加权平均高程：

$$\begin{aligned}平均高程H_0=\{&[10.00+9.32+9.60+9.10+8.90]\\&+2[9.87+9.63+9.90+9.83+9.72\\&+9.54+9.22+9.33+9.21+9.69]\\&+3\times 9.31+4[9.73+9.63+9.51\\&+9.64+9.59+9.40]\}\div(4\times 13)\end{aligned}$$

$$=\frac{496.73}{52}\approx 9.55(米).$$

从计算结果看，一般加权平均法较算术平均法精确。

平均高程算出后，由平均高程分别减各点高程，若差数为负，则为该点的挖深数；若差数为正，则为该点的填高数。

由图3—51可知，9.50－10.00＝-0.50，为负数，即1点下挖0.50米；9.50－8.90＝0.60，为正数，即22点应填高0.60米。为了便于施工，可把各点的挖填数标记在各点高程的上面（图3—51）。

（二）开挖线的确定

利用图3—51可找出与9.50米等高的点连接成线（等高线），从图上看出18点与19点之间有9.50的高程点A，14点与15点之间有9.50的高程点B，……3点与4点之间有9.5的高程点F，将这些点连接起来，就绘出了平均高程9.50米的等高线，也就是开挖线（图3—51）。根据草图，利用水准仪（或简易水准工具）测出地面18点与19点之间9.50高程的点A，以及其他9.50米的等高点，然后用石灰在地面上联结这些点，这样就在地面上实际划出了开挖线。

开挖线是由许多地面平均高程点联结起来的，它的形状和位置随着地面坡向、坡度、坡长的不同而变化。坡向一致，田面均整的田块，它的中腰线就是开挖线。四周高，中间低，或四周低中间高的田块，开挖线为环形曲线。三面高一面低的田块，开挖线为弧形曲线等等。

（三）土方量的计算

要计划把平整地块的高出部分，合适的填到低处，就需计算土方量。方法：①用挖（填）方深（高）度之和乘以单位面积；②用割补法计算挖（填）面积乘以挖（填）的平均高度，便得出挖（填）土方量。如图3—51所示地块中，每

个桩点间距离为 10 米，挖方深度合计 274 厘米，以 13 个桩点计算挖方的平均高程是 0.21 米。

总挖方量 = 挖方面积 × 挖方平均深度

$$= 740米^2 \times 0.21米 = 155.4(米)^3.$$

填方合计高度是 262 厘米，以 9 个桩点计算填方的平均高度是 0.29 米。

总填方量 = 填方面积 × 填方平均高度

$$= 560米^2 \times 0.29米 \approx 162.4米^3.$$

计算结果，填挖方量基本相等。

在计算土方量时，往往出现填方和挖方差数较大现象，这时需要调整设计高程，使填挖方量得到平衡。方法是当填方大于挖方时，可统一降低设计高程；反之，若挖方量大于填方量时，可统一升高设计高程。一般采用以下公式：

$$设计高程降低数 = \frac{填方量 - 挖方量}{总面积}.$$

$$设计高程升高数 = \frac{挖方量 - 填方量}{总面积}.$$

掌握土方量就能够更好的作好平地规划和劳力安排。

（四）有坡降控制的田面高程的计算

由于引水到田，土地必须有一定的坡度，因而对这些土地就不能仅仅整成平面，而应根据渠水自流灌溉和井灌的要求，以及田地长度等情况来确定一定的坡降。为了保证达到所需的坡度，就要准确计算各桩点的设计高程。

如图 3 —52 ，田块平整要求从西到东。坡降为$\frac{3}{1000}$，

南北向水平。若方格测点间距离均为10米，则每两桩点间等差为3厘米。选第三列（即地块中线，因它到地两边基本等距）的点(9、10、11、12)为准点，平均高程9.50米为准值，向东每列递增3厘米(即第二列为9.53厘米，第一列为9.56厘米），向西每列递减3厘米，（即第四列为9.47厘米，第五列为9.44厘米，第六列为9.41厘米）所得出的高程就为设计高程。

设计高程与地面实际高程之差，差为正就为填方高度，差为负就是挖方深度（例22号桩点应填高0.51米，1号桩点应挖深0.44米等）。

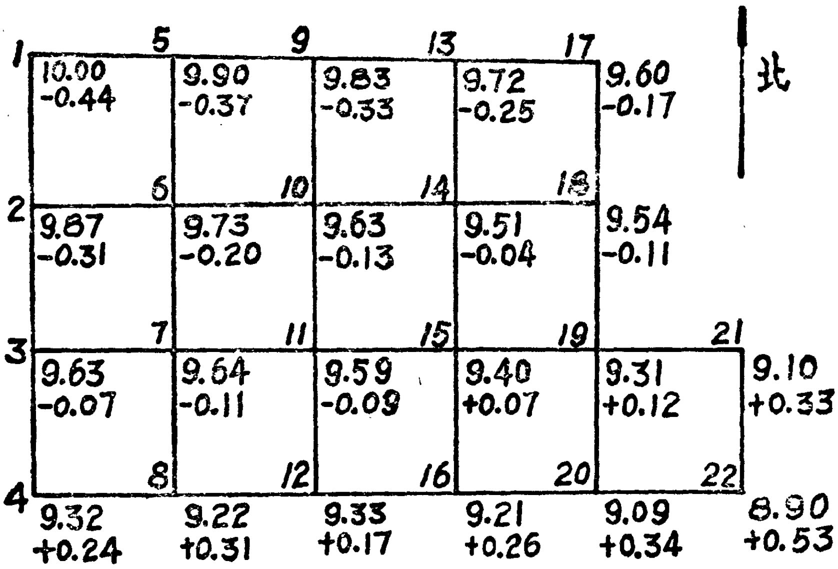


图3—52

第二节　平整土地的施工方法

（一）“倒行子”平整土地

“倒行子”，也叫“挖三（0.3米）填三（0.3米）取生（土）留熟（土）加深翻”。这是个平整土地和深翻改土结合起来的好办法。经过实践，效果很好，深受群众欢迎，

在不少地区得到了推广。它的具体作法是：

1.划带挖填

开挖线确定以后，即可沿开挖线分别向上向下，在地面上划带编号，确定取土带和填土带（图3—53，取土带用1、2、3、……表示，填土带用Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ……表示）。带宽的原则是，编号相同的带（例1和Ⅰ），挖方和填方应基本上保证相等。平整时，以开挖线高程为基准，先将第一带(1和Ⅰ，0.3米深的表土挖下堆置在施工区外，取1带生土下运至Ⅰ，直挖至低于平均高程0.3米处，并将第二个取土带和填土带(2和Ⅱ)的表土分别平铺在第一个取土带和填土带上。再将第二个取土带设计高程以下0.3米内应挖的生土填至第二个

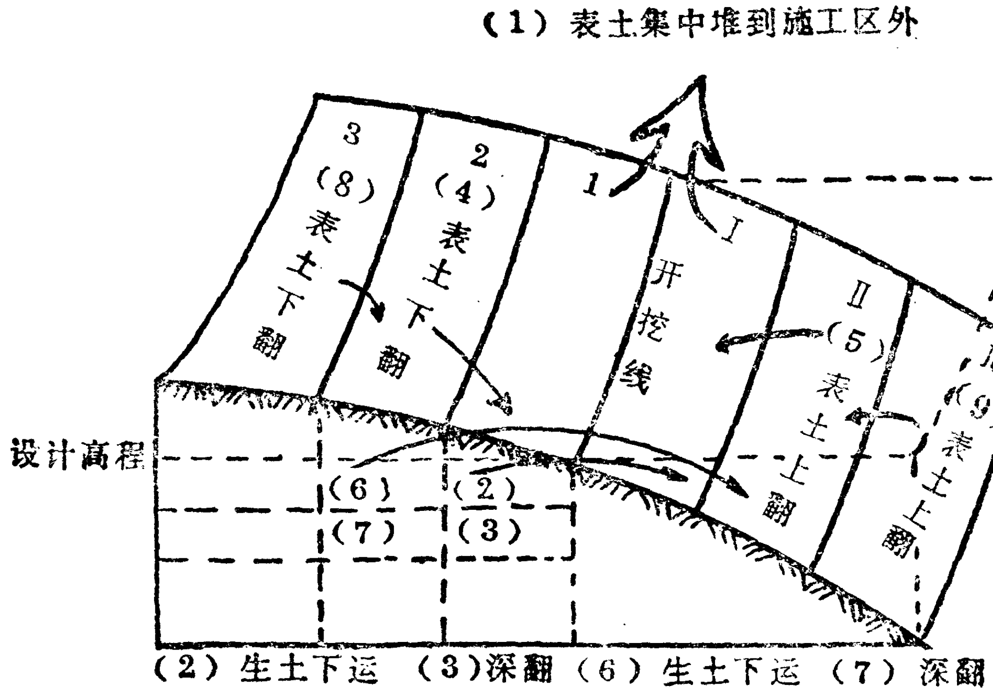


图3—53

注：图上划出开挖线两边分带，从起土开始的步骤，以①、②……⑦为顺序工作，对于三带以上的各带工作，按照④、⑤、⑥、⑦的同样顺序工作。

填土带上，然后在第二取土带挖松生土层0.3米，并将第三取土带和填土带的表土分别平铺到第二取土带和填土带上直至设计高程。依次类推向前推进，最后到达地边，再把施工区外的第一表土运回地边最后一带填平为止。这样划带施工，由近及远，车走平路，土倒下坡，多上劳力，互不干扰。

施工时可将所有劳力划分成若干组，分别垂直开挖线方向，在划分的几个带上各自施工（图3—54）。挖土时可先用畜力将土犁松，以提高工效。

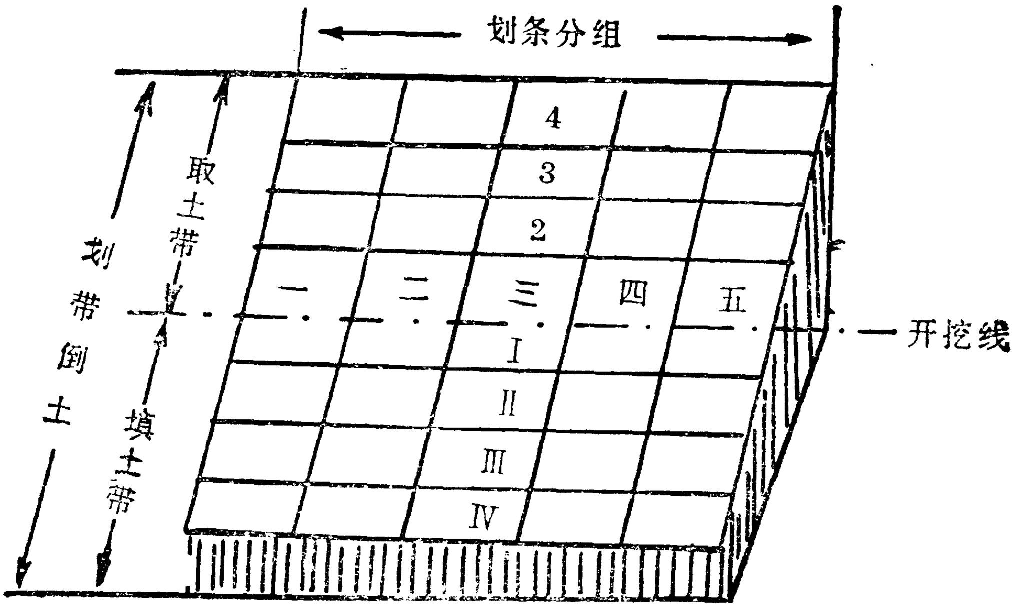


图3—54

由于填土部分所填虚土有逐渐沉陷现象，因此，填土厚度应比计算厚度高七分之一左右，以便田面发生沉陷后，仍然符合设计要求。

2.平后翻犁、修筑埂坎。

挖填土方平衡后，为了使土地熟化，保证增产，平整后田面要及时耕犁，并且稍加耙磨碾压，整理平展，使之均匀受水。另外在坡度较大或临路临渠的田块，还要筑拦水埂，一般埂高以0.3米为宜。

3.“倒行子”平地方法适应范围

“倒行子”平地方法一般适应地面坡度 2°至10°的川塬农田,对于2°以下的农田,填方部分深度在0.3米左右的,可以用“倒行子”,也可以采用满挖满填的方法。对于10°以上的农田,应改用中间堆土等方法(见第三节修梯田),进行施工。

(二)“抽槽子”平整土地

在凹凸不平,地形复杂的原地或旧式台田里,适宜用“抽槽子法”平整土地。方法是沿垂直开挖线的方向间隔开槽,将槽上0.3米深的熟土刮放在两旁槽梁上,把生土运到填土部位。槽宽,一般架子车运土,2米左右,推土车运土,1—1.5米,槽深应较设计深度深一定尺寸,然后还原表土。再采用相同方法,整平槽梁(图3—55)。

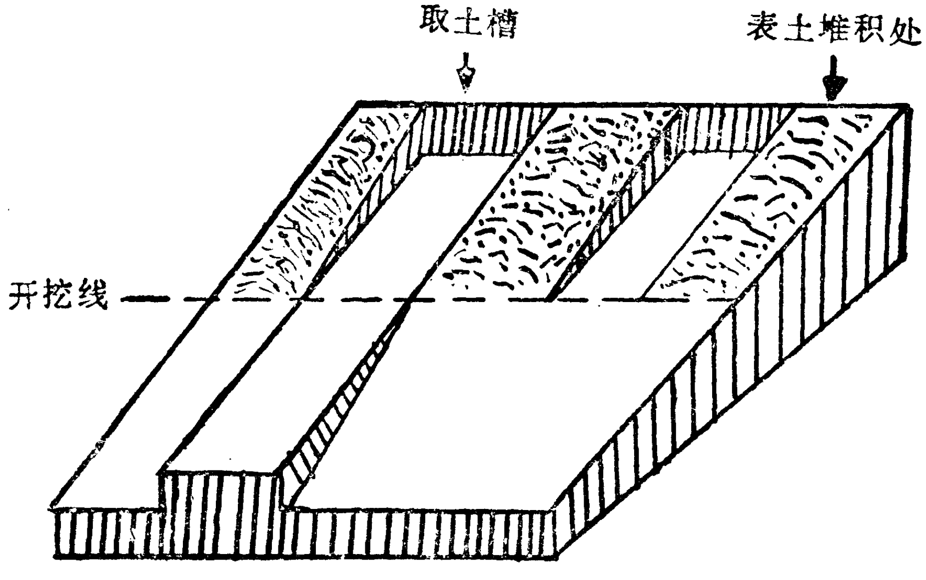


图3—55

第三节 修梯田

在坡耕地上沿等高线修成的田面水平,埂坎均整的台阶式田块叫作水平梯田。它是用修筑土坎或面坡的办法,经过

平整土地，把坡变成一台一台的平地，从而达到蓄水保墒、保土、保肥、保证增产的目的。它的规划原则是：

1.本着集中连续治理的原则，一条沟、一道原、一面坡、自上而下，全面规划、统一安排，分期修筑，避免零敲碎打。

2.田面要水平，田坎要等高、正直，遇有小沟、凹地要按地形，大弯就势，小弯取直。

3.规划田块要考虑上下邻近田块的布置，使新修田坎尽量与老田坎、左右两边的田坎连接起来。排水沟和道路的布置，一般宜修在地头、地边、梯田地块交界的地方。

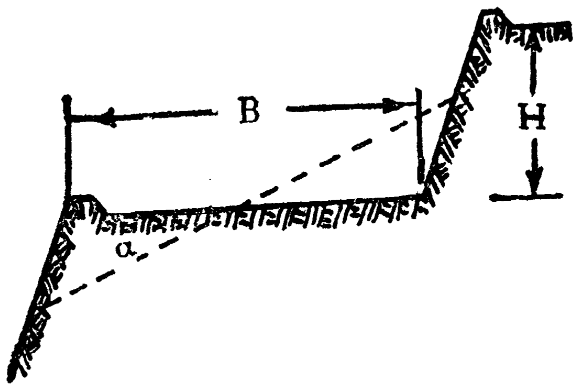


图 3—56

水平梯田的施工分为测坡定线、修筑田坎、平整田面三道工序：

1.测坡定线

测坡定线即根据梯田规划测定地面坡度（一般用测斜仪、手水准仪等仪器测得），确定田面宽度和田坎高度，进行定线。实际上，当坡度 α 一定，田坎高 H 与田面宽 B 是互相制约的。

$$H = Btg\alpha。$$

广大的贫下中农在战天斗地、征山治水的斗争中，积累了丰富的经验。根据当前丘陵区群众经验，一般比较缓的坡地，田坎高应掌握在 1.5—2 米，田面宽应在 10 米左右。过陡的坡地，梯田面宽最窄不应小于 3.7 米，田坎最高不超过 3.5 米。

2.修筑田坎

田坎施工质量好坏是保证梯田工程安全的关键，根据群

众经验，修筑田坎时，应先修成一个坚固的土埂，并且所修土埂的侧坡不能太陡，而应与水平面成50°—70°的夹角。土埂的高度等于田坎高度的一半。

田坎边坡。面坎取5：1，土坎取3：1，并在田坎上面筑高5寸左右，宽8—9寸的蓄水埂。

3.平整田面

平整田面，保留表土，是决定水平梯田施工质量和当年能否增产的主要因素，因而施工方法的选择尤为重要。目前群众常用以下几种：

（1）逐台下翻法　逐台下翻法，群众又叫蛇退皮。按照规划好的田埂线，自下而上逐台兴修（图3—57）。下一

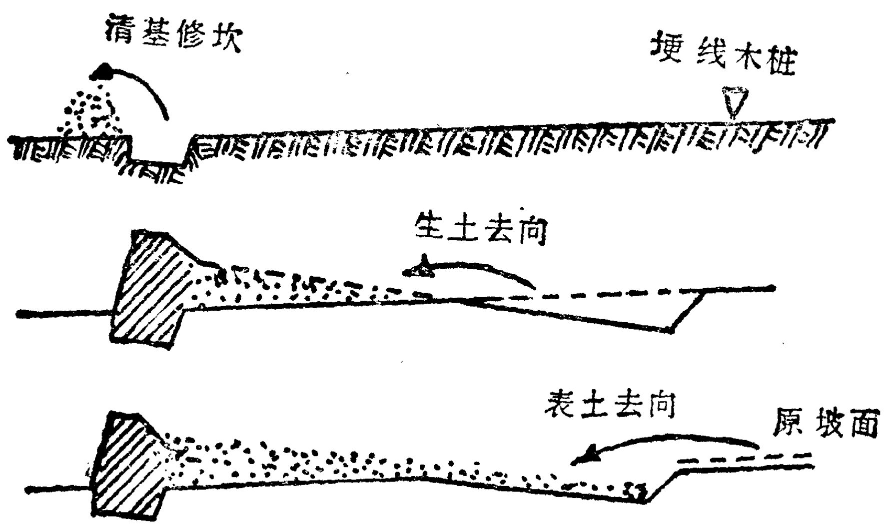


图3—57

台里切外垫，修平后，将上一台表土全部刮到下台摊平、铺匀，继续修平上一台，依次类推修到最上一台。最上一台没有表土，可把附近陡崖上的表土借来垫上，或增施肥料，保证当年增产。

这种方法，适合于坡度大，田面窄的田块，优点是保留表土多，可达百分之九十以上。

（2）中间堆土法　施工时，把每台田面从上到下划为三段，将上下挖填部位的表土全部堆放在中部，然后开壕筑埂，起高填低，平整田面（图3—58），再把堆积表土均匀平铺在田面上。开壕时，应低于修成田面0.3米。回填时，结合深

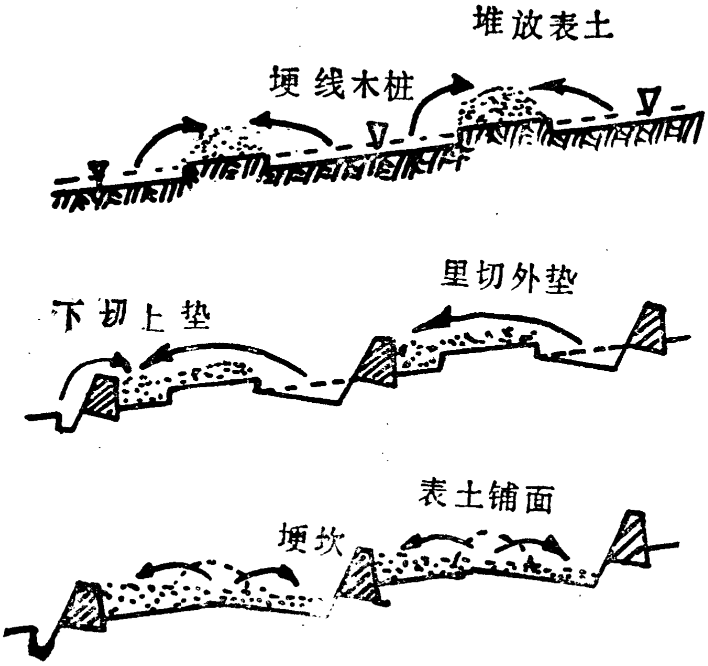


图3—58

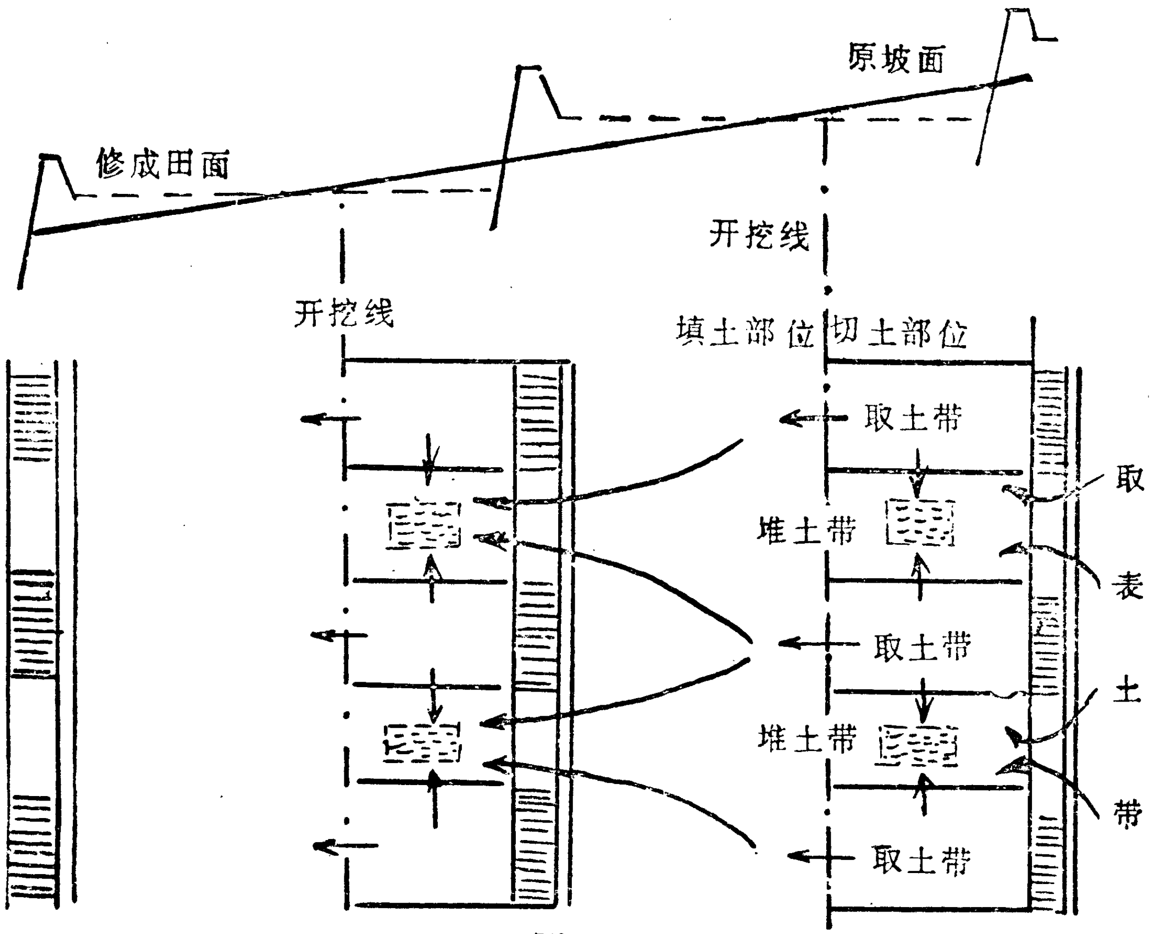


图3—59

翻，保证当年增产。这种施工方法适于15°—20°的坡地。

（3）顺坡开沟法　施工时把田面顺坡划成若干带，带宽一般2—3米。方法是隔一带修一带，先将取土带上的表土，取去堆放在相邻的堆土带上，然后切高垫低，待到切土部位达到要求田面水平时，进行深翻，再将相邻堆土带上的表土堆放回来，用同样的方法，修平堆土带，就可把土均匀铺在各带上。这种方法适用于坡度缓、田面宽的田块（图3—59）。

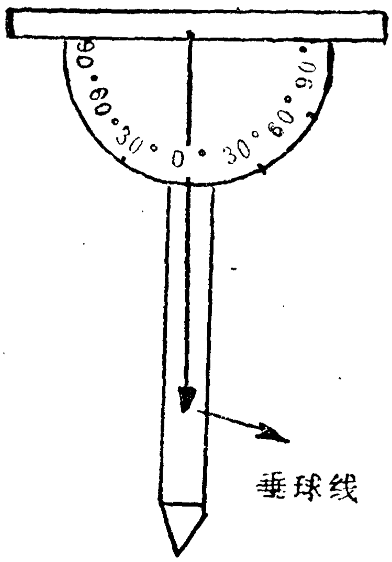


图3—60

平整田面之前，对于开挖线的确定，和平整土地一样的办法处理。另外，水平梯田一般要求田面水平，但为了蓄水，横向坡要外高里低，纵向要求要平。

附注：测斜仪是可以在木杆上旋转的半圆组成（图3—60），其工作原理如图（3—61）所示。

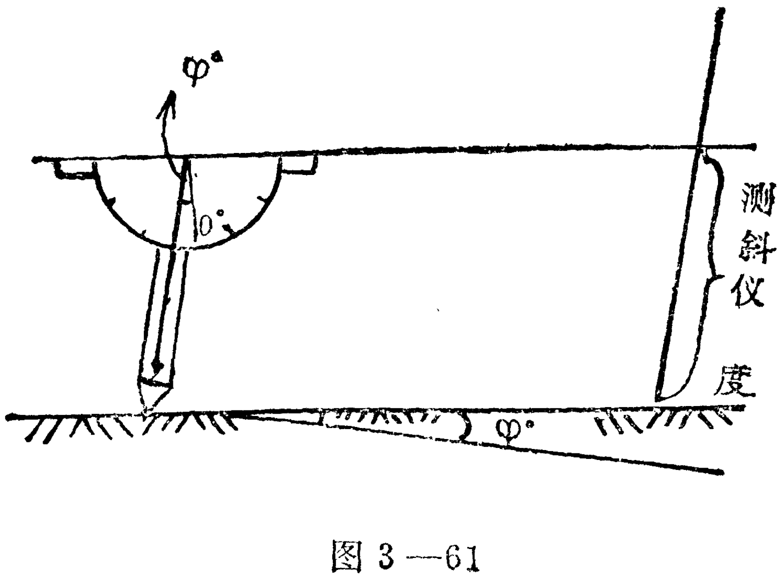


图3—61

四、画图、看图基本知识

第一章　图示基础

劳动人民在长期的生产实践中，为了制造机器、建筑房屋、架设桥梁等，就需要通过一定的方法准确地表达物体的形状和大小。常见的立体图，虽然容易看懂，但却不能准确地表达物体的形状结构、尺寸，不便加工制作。“人民群众有无限的创造力。”在长期的生产斗争，生活实践中，创造了利用正投影法画出视图，以准确、完整地表达物体的形状、结构，满足生产上的需要，解决生产中的问题。

第一节　正投影原理

把物体放在灯和墙之间，或放在太阳光下，就会看见墙或地面上出现影子。我们把这影子叫做物体的投影。光线叫做投影线。墙面或地面叫做投影面（图4—1）。

这种把空间物体的形状投影到投影面上的方法叫投影法。可分两大类：

1.中心投影法——所有的投影线都从一点出发的投影法。如图4—1（甲）。

2.平行投影法——所有的投影线都互相平行的投影法。图4——1（乙）和（丙）都是平行投影。若投影线和投影

面斜交，叫斜投影法如图 4 — 1 （乙）。若投影线与投影面垂直，叫正投影法如图 4 — 1 （丙）。也就是说，用一组平行射线，通过物体的轮廓，将其结构，形状投影到与投影线垂直的平面上，这样在投影面上获得的投影，在机械制图国家标准中，称为正投影法。

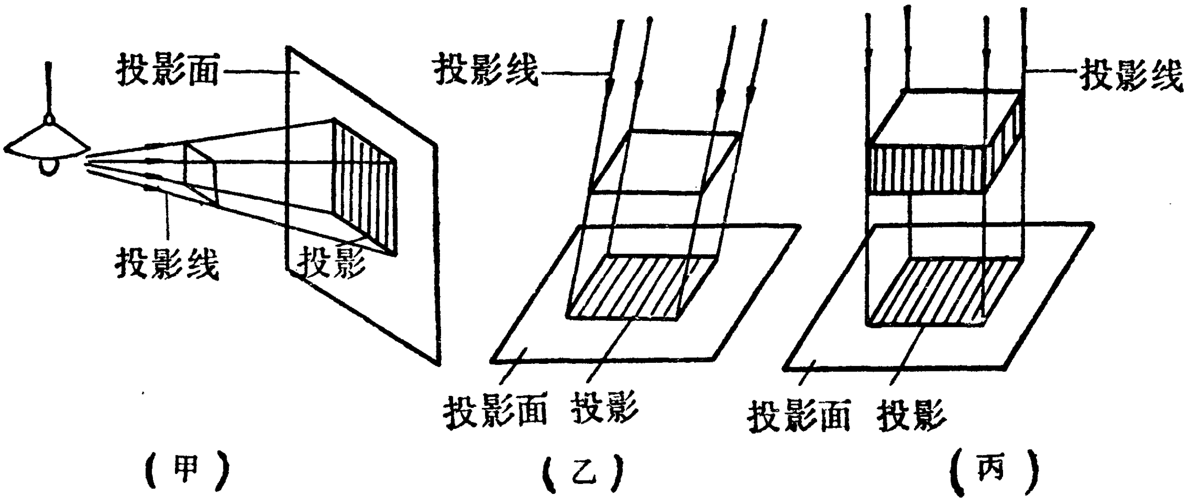


图 4 — 1

正投影法的特点：

1）物体位置规定在观察者与对应投影面之间，即始终保持人—物体—投影面这个相对位置关系。

2）投影线互相平行，且垂直于投影面。

根根正投影的特点可以看出，线段 AB 投影于一投影面时，若线段 AB 平行于投影面，则其投影 ab 与原线段长度

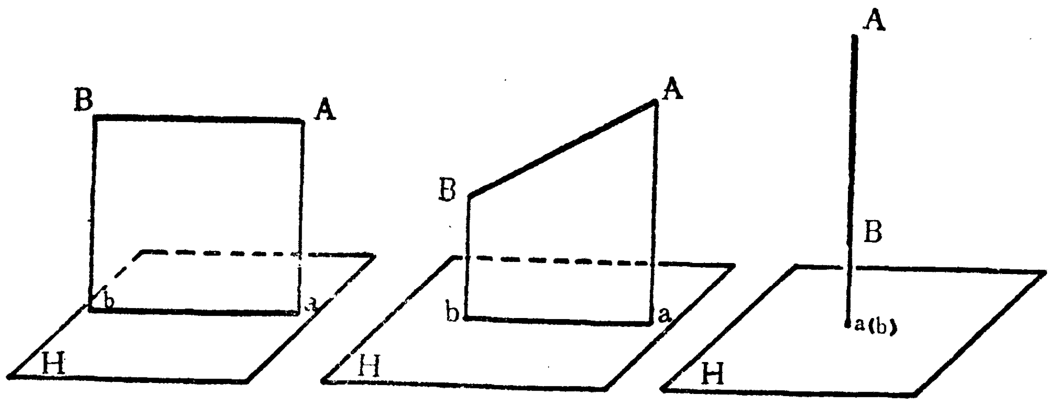


图 4 — 2 （甲）

一样；若线段 AB 和投影面不平行，则其投影 ab 与原线段长度不一样；若线段 AB 垂直于投影面，则其投影 ab 变为一点。如图 4 — 2（甲）。

由此我们可得关于线段的投影特点：

1)线段平行投影面，它的投影长不变；

2)线段倾斜投影面，它的投影缩短；

3)线段垂直投影面，它的投影成一点。

同样，若图形所在平面平行于投影面，则它的投影保持原来的形状；若图形所在平面和投影面倾斜，则它的投影改变形状；若图形所在平面和投影面垂直，则它的投影变为一条直线。如图 4 — 2（乙）。

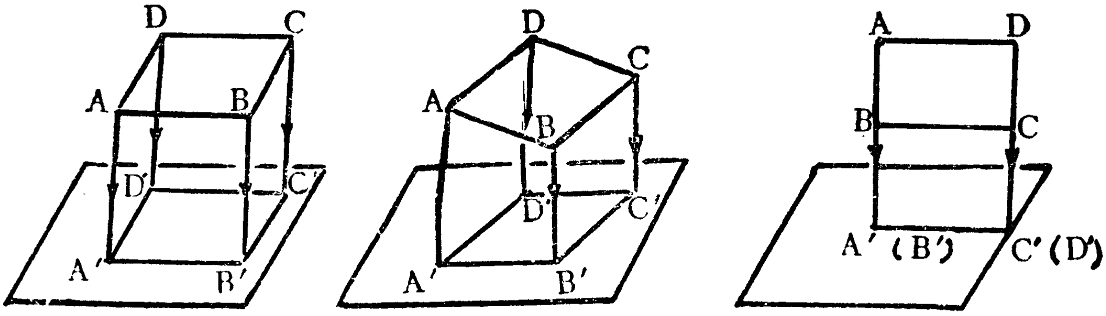


图 4 — 2（乙）

由此我们也可得平面的投影特点：

1)平面平行投影面，它的投影真形现；

2)平面倾斜投影面，它的投影形改变；

3)平面垂直投影面，它的投影成直线。

第二节　视图的基本知识

毛主席教导我们说："看问题要从各方面去看，不能只从单方面看。"如图 4 — 1（丙），它只反映了长方块的长

和宽，而未能表示其高。再如图4—3，两个不同的物体却得到了同样的投影。因此，物体一个方面的投影不一定能够完整的表达物体的形状和大小。这就需要我们研究如何用几个方面的投影来反映物体的形状和大小。

由于正投影法所得到的投影相当于人正对着物体观察所看到的图形，所以称投影图为视图。

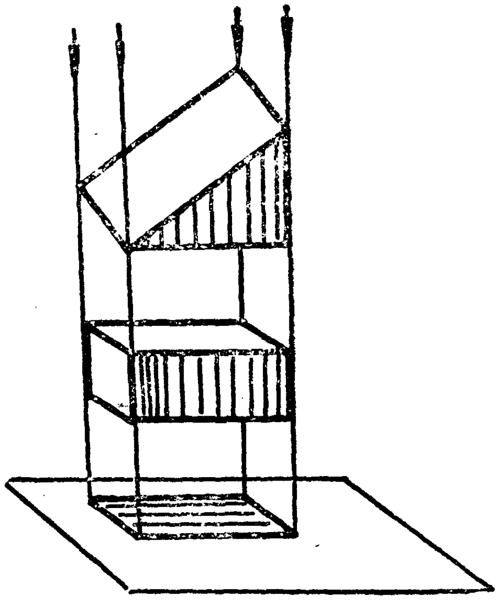


图4—3

（一）三视图的形成

1.任意选定三个互相垂直的平面为投影面。如图4—4（甲）。

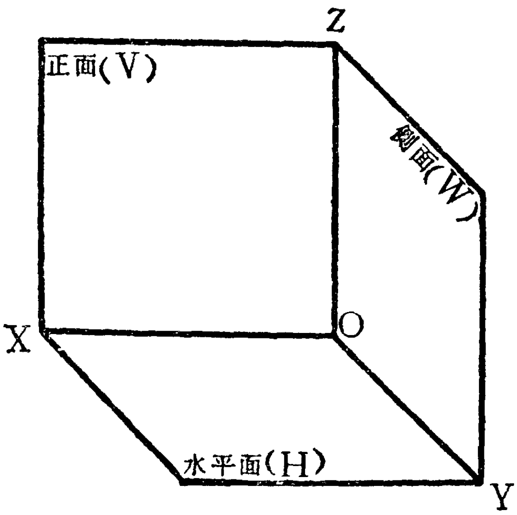


图4—4（甲）

正对着我们的投影面称为垂直投影面，水平摆着的称为水平投影面，旁边立着的称为侧立投影面。分别简称为：正面，水平面、侧面。而且也分别用字母V、H、W表示。三个投影面的交线OX、OY、OZ称为投影轴。

2.将三角筋放在投影面中，如图4—4（乙），同时使三角筋前后两个面平行于正面，底面平行于水平面，右面平行于侧面。然后分别向三个投影面作投影，所得到的投影分别称为正面投影，水平面投影，侧面投影。

3.拿走三角筋，使其正面不动，如图4—4（丙），沿

OY 线剪开，然后将 H 面向下旋转 90°，W 面向右旋转 90°、使这两个面落在正面所在平面上，这就得到了三角筋的三个投影。

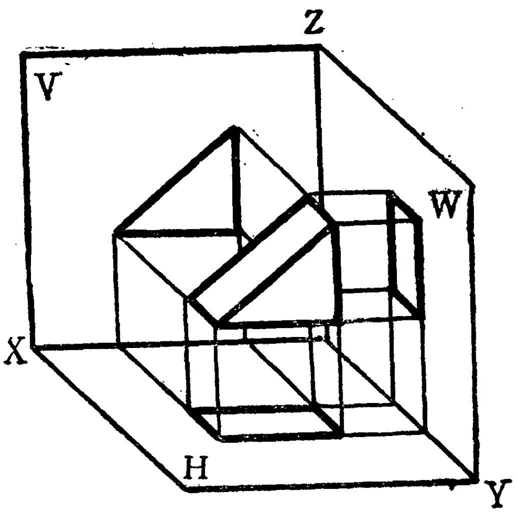


图 4 — 4 （乙）

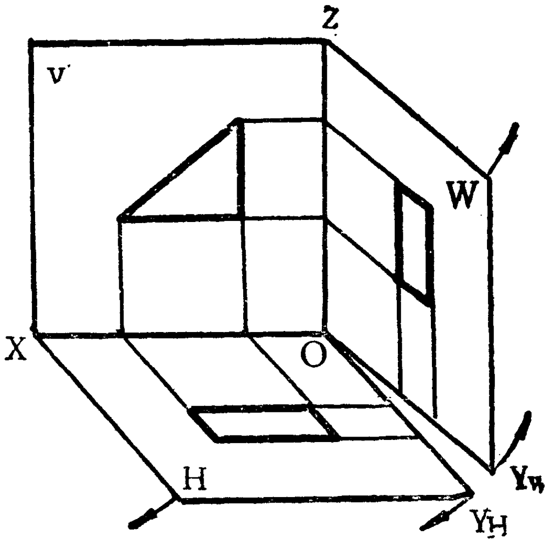


图 4 — 4 （丙）

擦去投影面的线框及辅助线，所得到的图称为三视图。按国家机械制图标准规定：正面投影为主视图；水平面投影为俯视图；侧面投影为左视图。三个视图的名称反映了我们

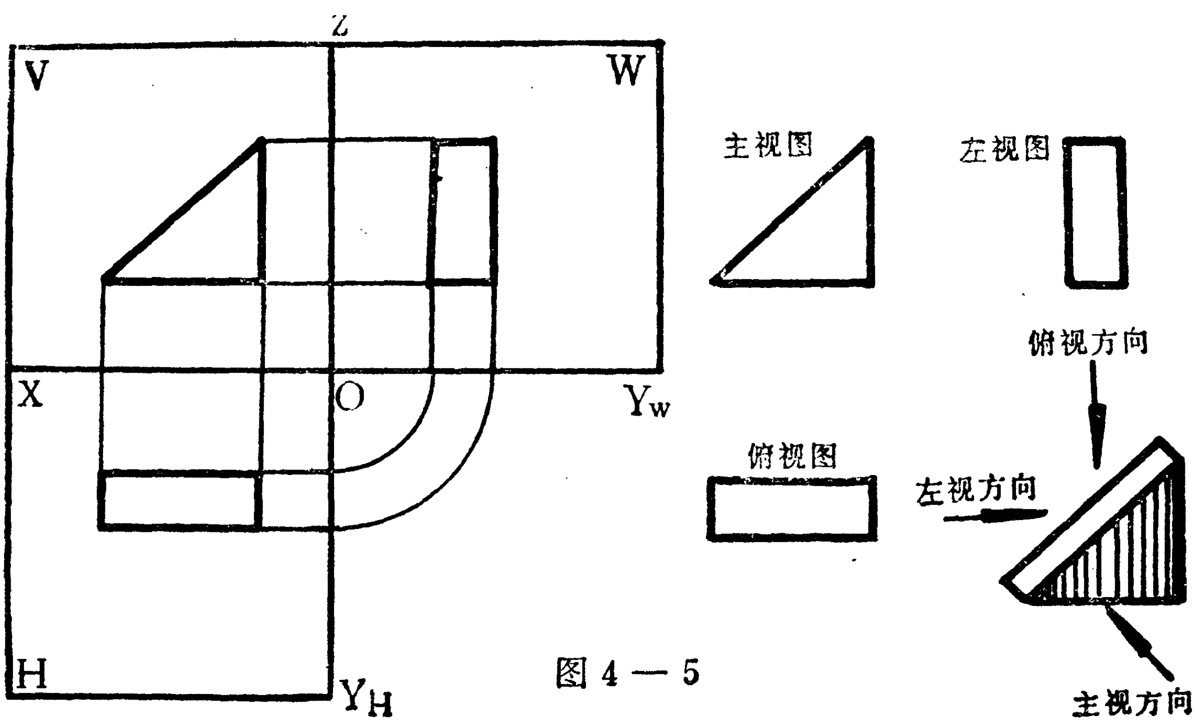


图 4 — 5

对物体的观察方向，如图4—5。

（二）三个视图的关系

从三视图的形成，我们可知三个视图之间并非互相孤立，而是有着密切的联系。所以，我们应当研究它们的内在联系，从中找出规律性的东西。

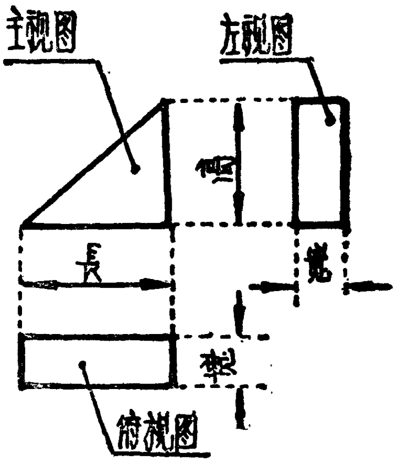


图4—6.

1.三视图的位置关系

三视图是将物体投影到三个互相垂直的投影面上。并将其中两个投影面分别绕轴线旋转90°后置于垂直投影面上而形成的。这就决定了三个视图在图纸内上、下、左、右的位置不能错开。其位置关系如下：

正面画着主视图，俯视就在它下边；

右面画着左视图，三图位置常不变。

2.三个视图的投影关系

三视图里的长度由主视图和俯视图反映；高度由主视图和左视图反映；宽度由俯视图和左视图反映。其投影关系如下：

主视、俯视长对正；

主视、左视高平齐；

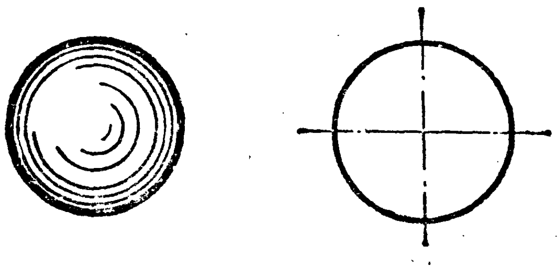
俯视、左视宽相等。

可简称“长对正；高平齐；宽相等”。

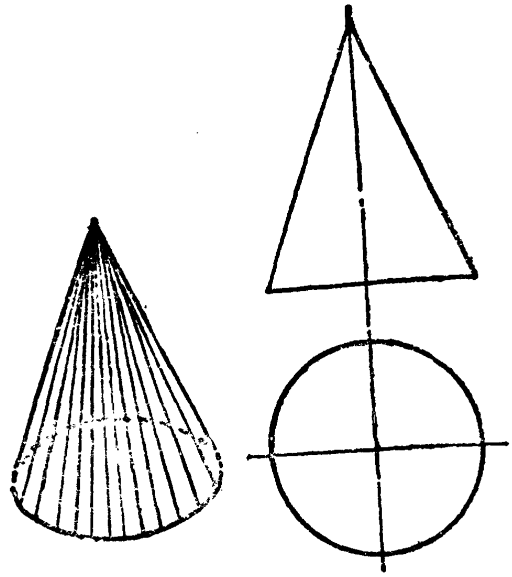
在实际生活中，我们所见的物体是多种多样的，有的复杂、有的简单，所以不一定都必须用三视图来表示。例如：圆球用一个视图就可表示出其形状，圆锥用两个视图就可以

表示其形状、大小，如图 4 — 7（甲）、（乙）。

有些构造复杂的物体则需要更多的视图。那么，为了能够清



（甲）圆球的一视图



（乙）圆锥的二视图

图 4 — 7

楚完整地表达物体的形状、大小、结构，究竟用几个视图合适呢？对于具体情况我们应该作具体的分析，根据实际物体来决定其视图的多少。

若一物体的结构较为复杂，用三个视图还不能清楚的表达形状时，可以增加视图。除了原来的三个外，还可以增加三个，它们构成一个正方体的六个面，将物体置于这六个投影面构成的正方体内。除了原介绍的三视图外。如图 4 — 8（甲），我们可将物体从右向左看，画出右视图，从下向上看，画出仰视图；从后向前看，画出后视图。然后按规定排列起来就得到了六视图。

六视图的位置关系，如图 4 — 8（乙）。一般的除后视图注出名称外，其它五个视图按规定排列，无须注出名称。

在画视图时，按照国家制图标准规定，对称物体的中心线用点划线表示，看得见的轮廓线用粗实线表示，看不见的轮廓线用虚线表示。

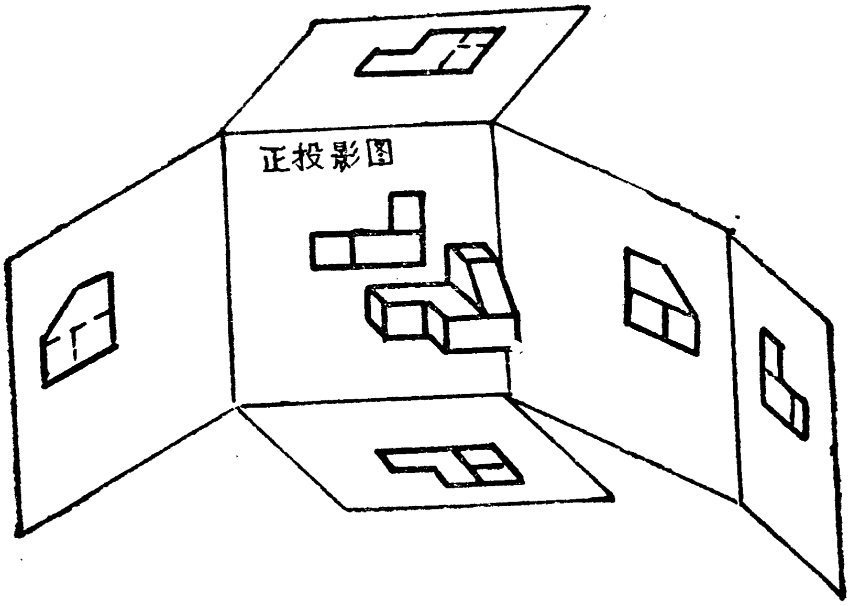


图 4 — 8 （甲）

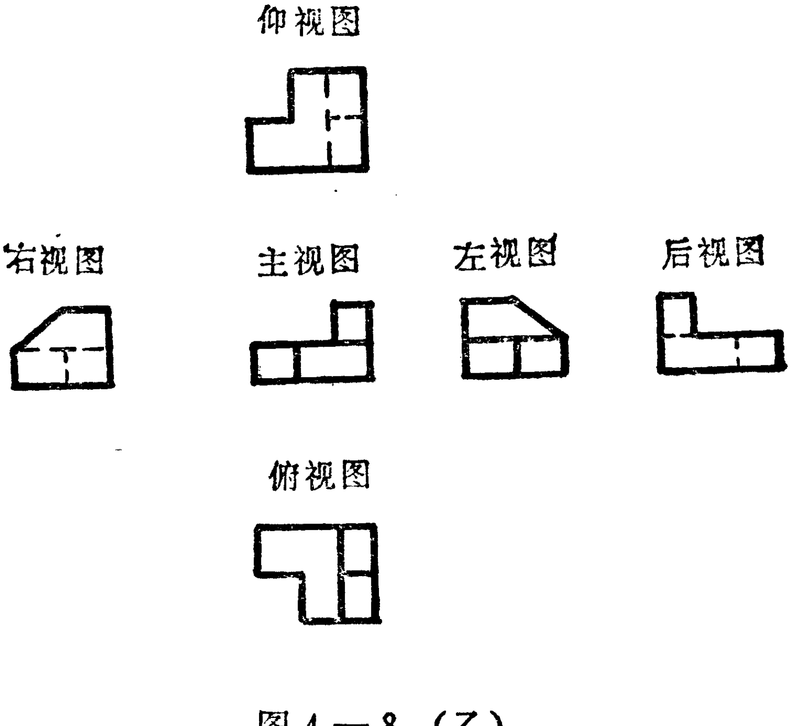


图 4 — 8 （乙）

第三节　剖视与剖面

在前面，我们基本上解决了如何用正投影法来表达物体形状这个问题。但当遇到内部结构比较复杂的机件时，用虚实

线交错重叠，就会给看图画图带来很大困难。为了避免画过多的虚线，将不可见的部分变为可见的，即由“内”转化为“外”，使图纸由不清晰转化为清晰，就得有一个简便的方法。在生产实践中，劳动人民创造了剖视及其他表示方法，解决了表达物体内部结构这类特殊的矛盾。

（一）剖视及其种类

1.什么是剖视

图4—9（甲），是填料盖的立体图和三视图。

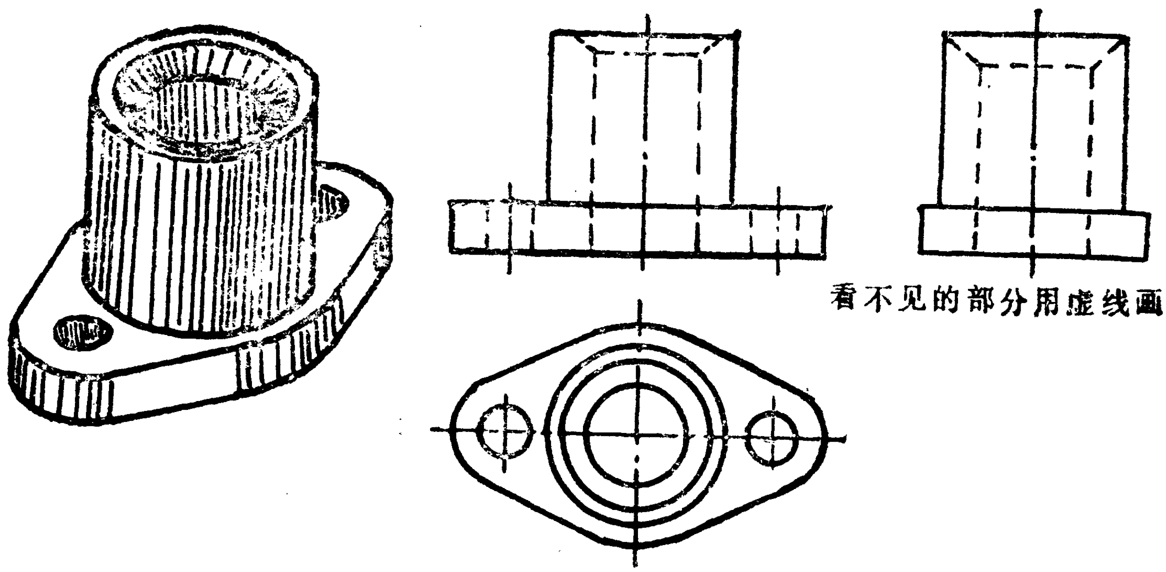


图4—9（甲）

就主视图来说，外形虽已表达清楚，但视图上出现了许多虚线，使图形既不清晰，又不便标注尺寸，看图比较困难。怎样解决这个矛盾呢？

如图4—9（乙），假想用一剖切平面剖切物体，然后把物体在观察者与剖切面之间的部分移去，将余下部分向投影面投影。这样得到的图形在机械制图国家标准中称为剖视图，如图4—9（丙）。

“剖”是“切”的意思，“视”是看的意思。因此，剖

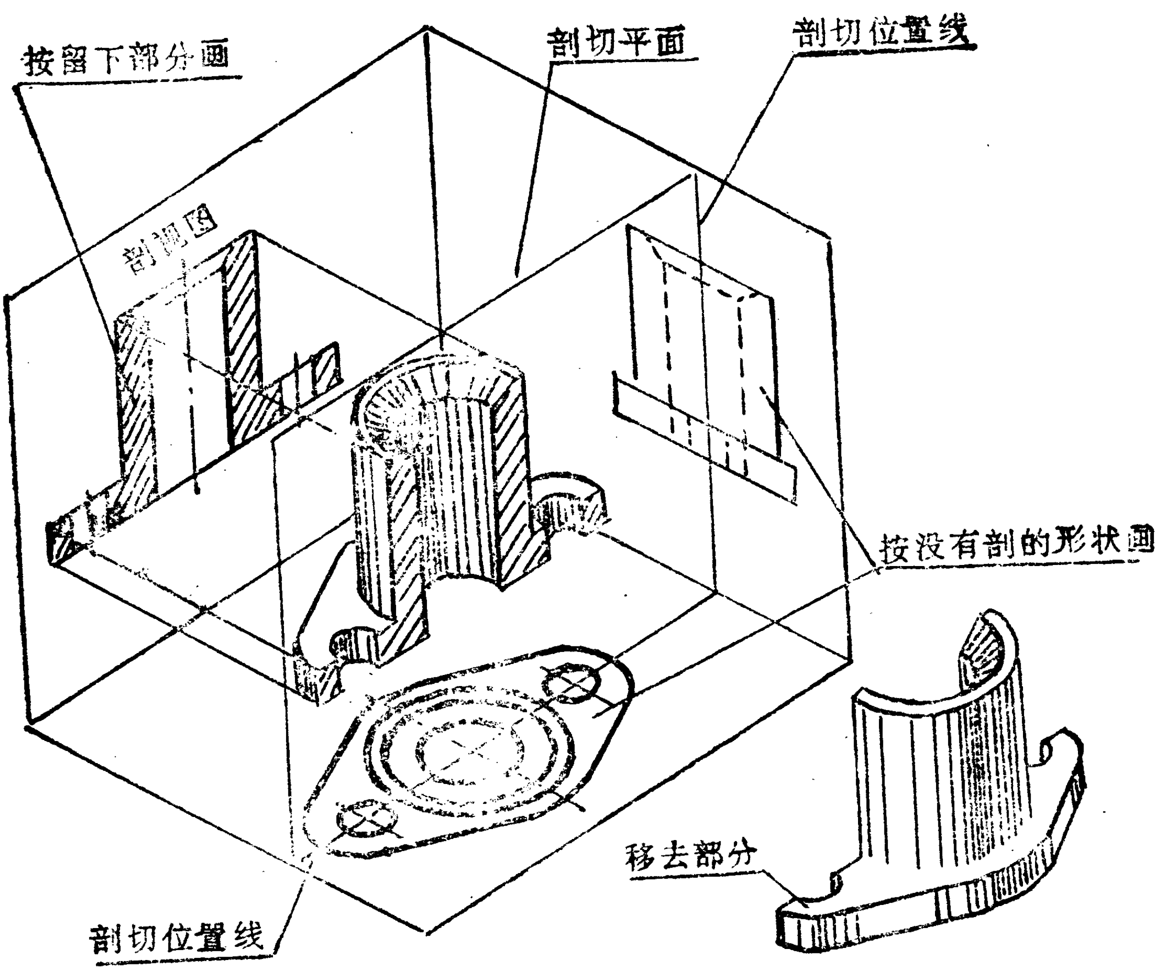


图4—9（乙）

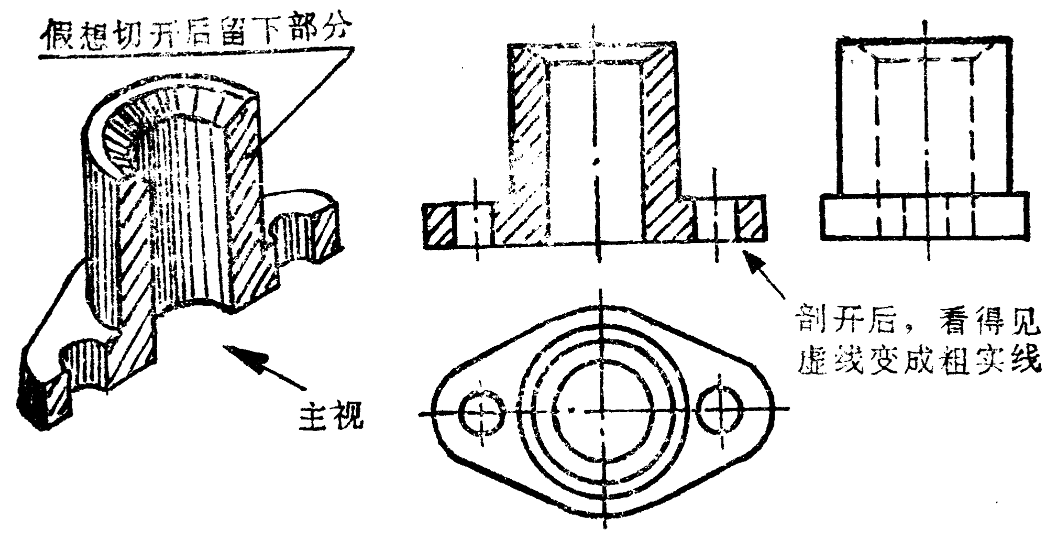


图4—9（丙）

视图简单地说，就是将零件从适当的地方切开后，再正对着

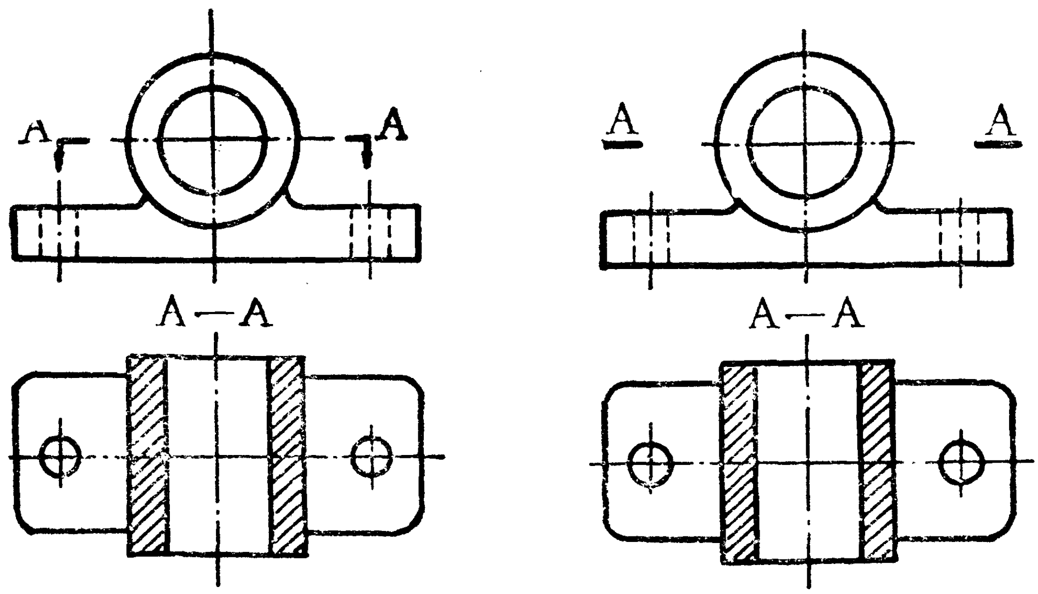
物体的切口和切口后面部分用正投影方法所画出的视图。并在切口上画出表示零件材料的代号，通常称剖面代号（也叫剖面符号）。

剖视图中的基本要素是剖切平面和剖切位置线。平行于基本投影面的平面，称为剖切平面。剖切平面作投影面的交线，称为剖切位置线。要知道剖视图中零件从什么地方剖开而画出来，就必须找到剖切位置线。通过剖视图，就可以把物体“空”与“实”，“远”与“近”的关系表示清楚，使物体内部结构暴露在外，并加上剖面代号的表示，图纸就比较清晰易读，如图 4 — 9（丙）。

注意：

1）因为剖切本来是假想的，因此物体的一个视图取了剖视图后，其它视图仍需要按物体的原形完整的投影而得出。

2）画剖视图时，一般应用不与轮廓线相交的剖切位置线（断开的两段粗实线，并标注字母，如$A—A$）及箭头表示



(甲)　　　　　(乙)

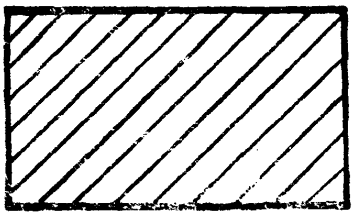
图 4 —10

剖切位置和投影方向，并在所画出的剖视图上方注出相应字母，如图4—10(甲)。当剖切后，图形按投影关系配置，中间没有其它图形隔开时，允许省略箭头，如图4—10（乙）。

3）剖视图内的一些“线”、“面”是和视图对应的，仍保持“长对正；高平齐；宽相等”的投影关系（旋转剖视图例外）。

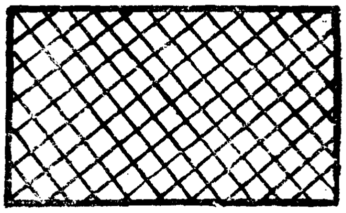
4）剖视图切口的投影线框中一定要画出剖面代号。如图4—11（甲）所示是金属的剖面代号，金属的剖面代号也叫剖面线。图4—11（乙）是橡胶、塑料剖面代号。

金属



(甲)

塑料



(乙)

图4 -11

剖面线用细实线绘制，与轮廓线或轴线成45°夹角，可向左或向右倾斜。同一零件的剖面线的方向和距离应保持一致。当数字需要注在剖面线中时，在填写数字的地方，不画剖面线。

2.常见的几种剖视

1）全剖视　用一个剖切平面将机件完全剖切开后，所画出的剖视图，称为全剖视。全剖视通常用来表达外部形状比较简单而内部结构比较复杂的机件。如图4—12是轴承的全剖视图。

2）半剖视　有些机件外部形状和内腔都比较复杂，若采用全剖，则外形表达不完全，这样，若机件是对称的，便可

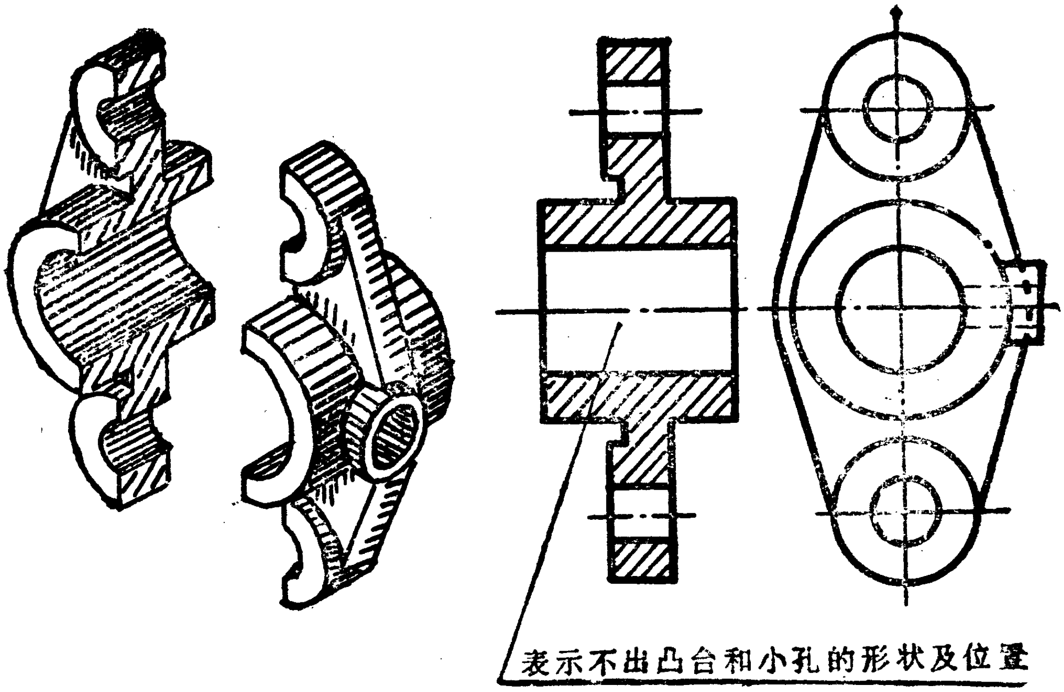


图 4 —12

以对称轴（点划线）为界线，画视图和剖视各一半的合成图形，称这种视图为半剖视图。在这种视图上可以同时表达出机件的内部和外部形状，如图 4 —13。

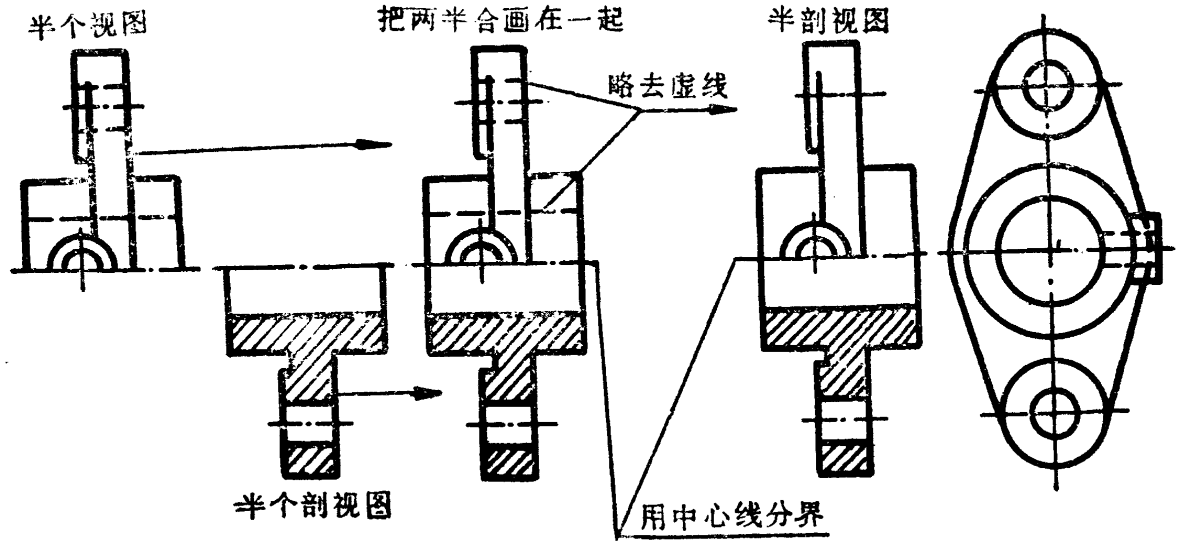


图 4 —13

3）局部剖视　用剖切平面把机件的某一部分剖开所画出的剖视图，称为局部剖视图。在剖视和外形间画一条波浪线

分界。局部剖视图用来表达机件的局部结构，一般用于表达不对称的机件。如图 4 —14，用局部剖视表示直立圆筒的内腔，又保留了其外形。

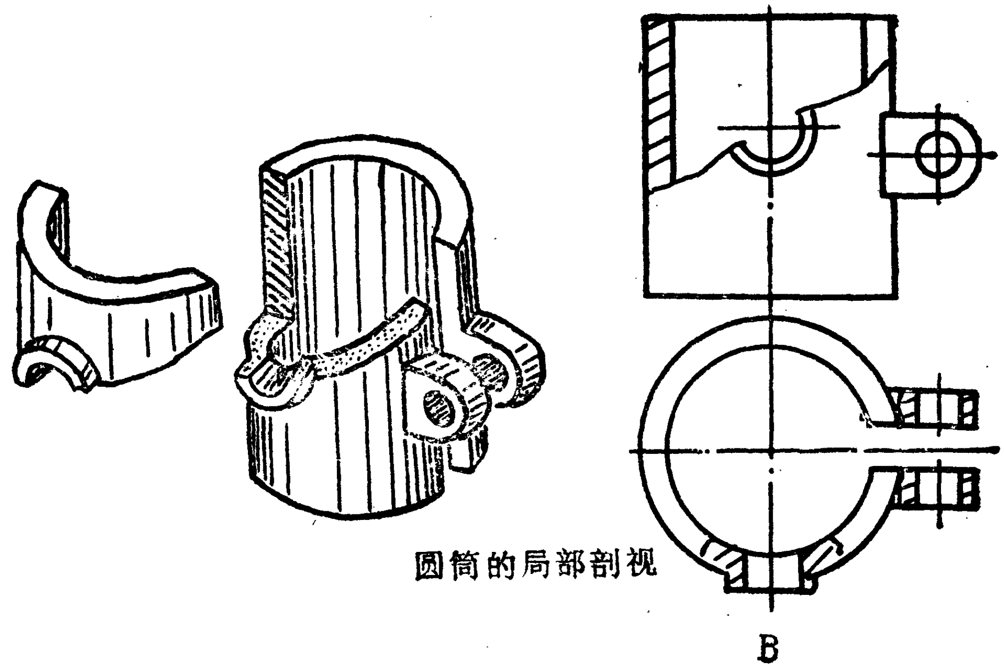


图 4 —14

4）阶梯剖视　机件内部结构比较复杂，并且轴线不在同一剖切平面内，如果采用一个剖切平面就表示不出全部形状，可假想用两个(或更多)互相平行的剖切平面（它们同时与某一投影面平行），分别沿各孔洞的中心切开，拿走剖切平面的前面部分，将留下部分合起来，画成一个图，这样得到的剖视图叫阶梯剖视图，如图 4 —15。

阶梯剖视必须画出剖切位置线和注上字母，并在剖切图的上方相应地说明，如 A—A 剖视、B—B 剖视 等。若机件上孔洞分布复杂，可用更多的相互平行的平面来剖切才能表示清楚，其方法与两个平面剖切是一样的。

5）旋转剖视　有些物体的孔洞，用一个平面不能切到几

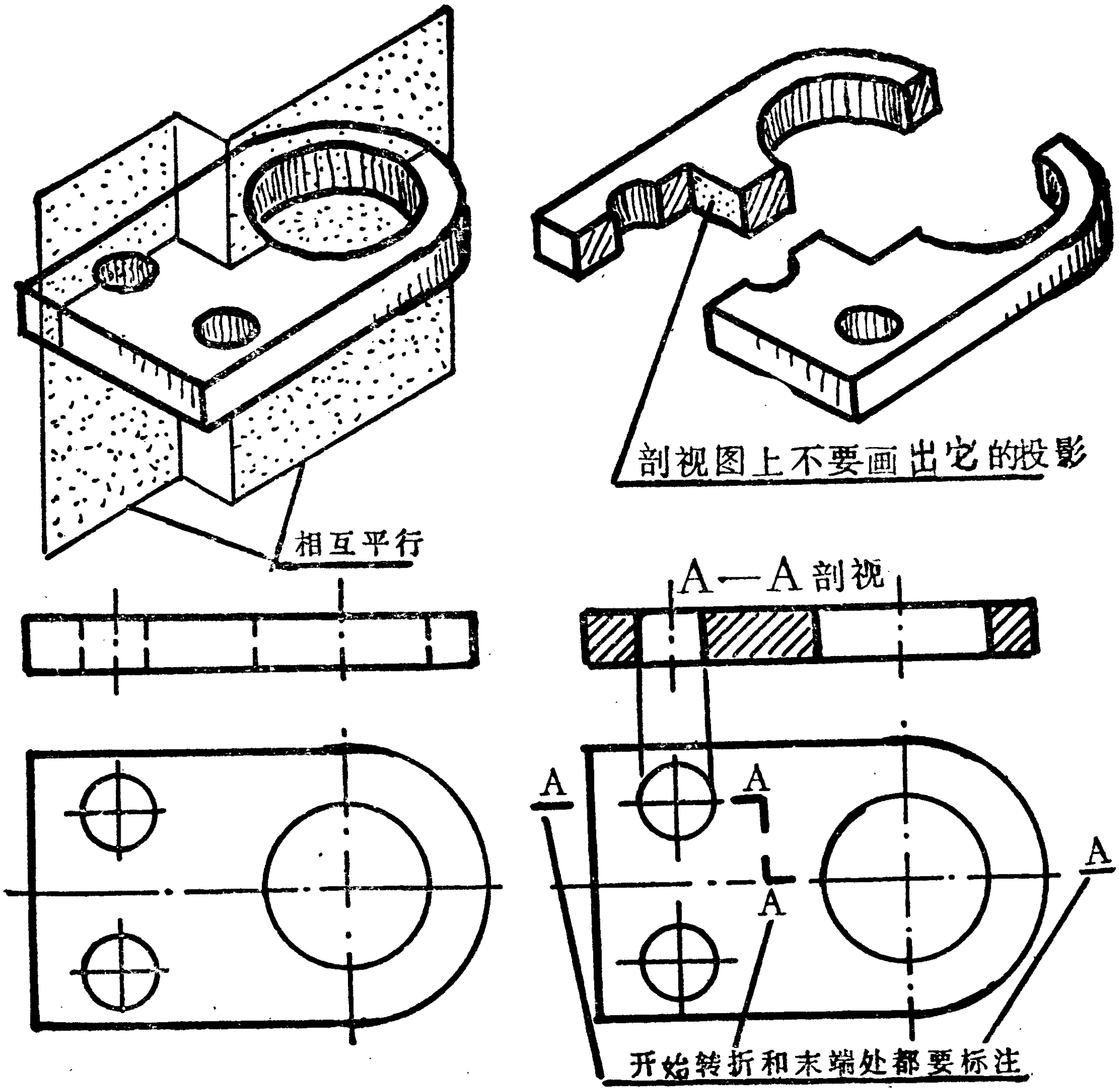


图 4 —15

个孔，也不适宜用阶梯剖视，如图 4 —16。

要在一个剖视图上将三个孔都表示出来，只有用两个相交的平面通过孔洞来剖切，并且将倾斜的一个切平面（切口），绕大孔的中心旋转到与投影面平行的位置，然后投影，这样得到的剖视图叫做旋转剖视图。

（二）剖面图

1.什么是剖面图

剖面主要用于表达机件断面形状（如图 4 —17）。为了将

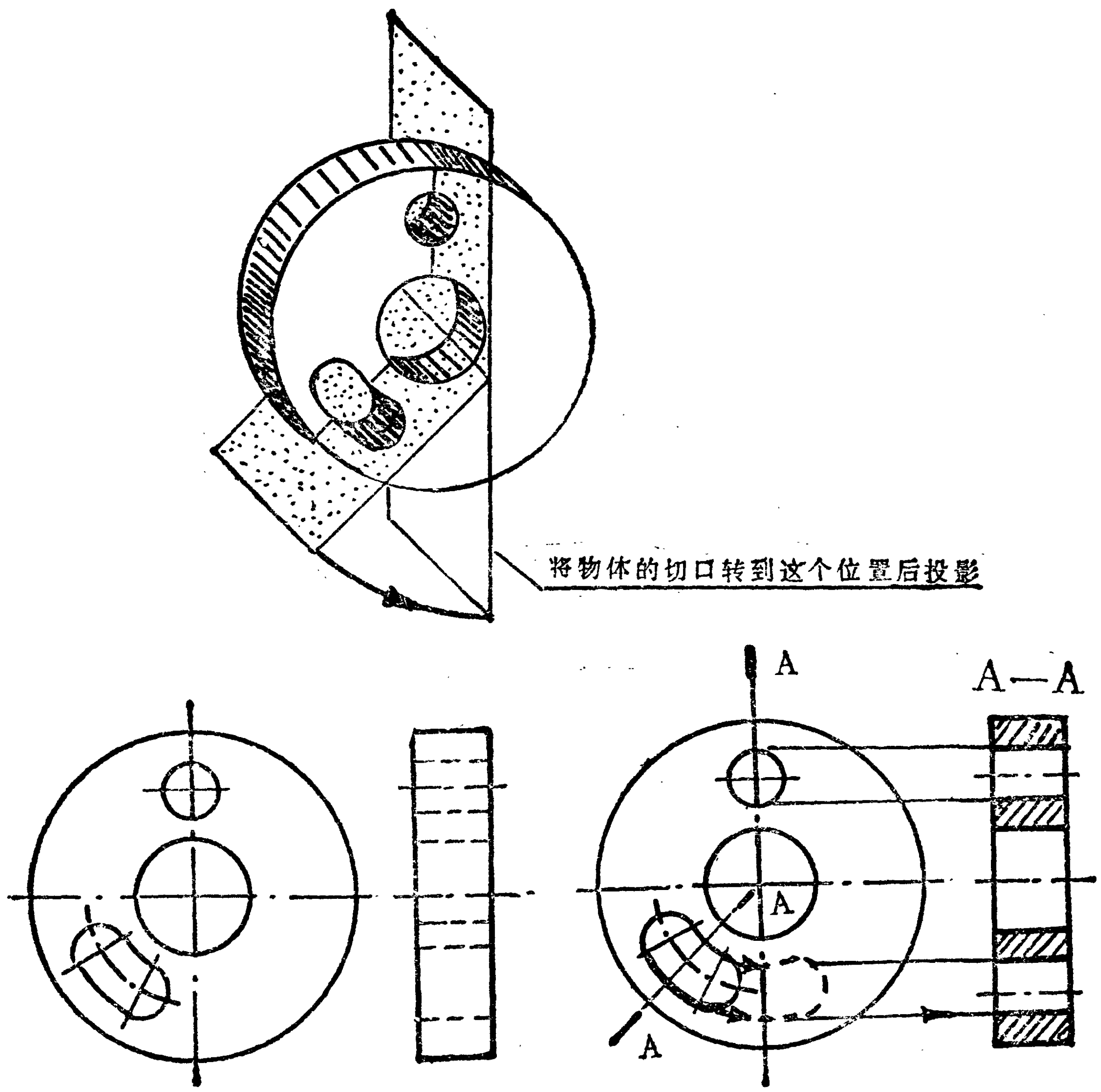


图 4 —16

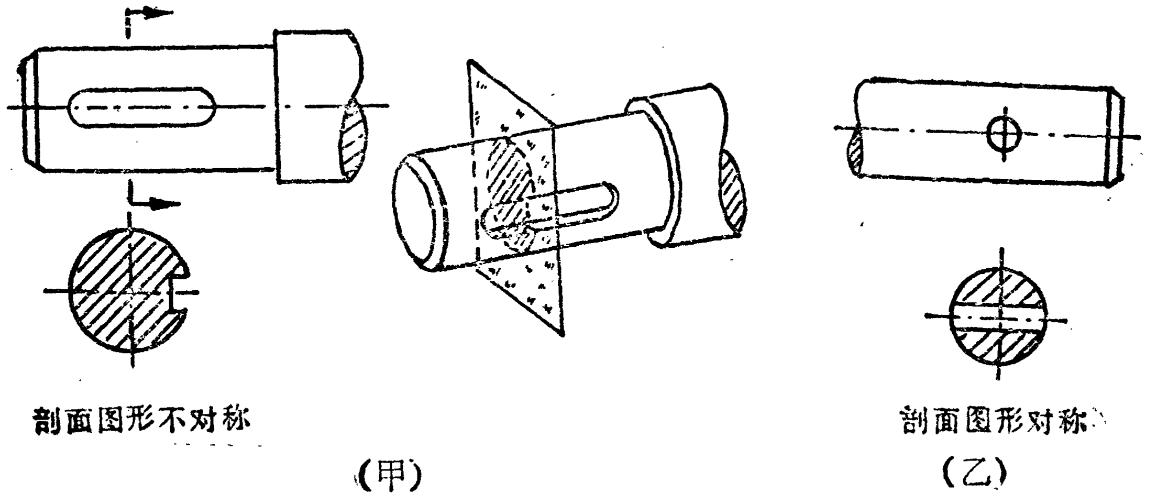


图 4 —17

轴上的键槽表达清楚，假想用一剖切平面(垂直轴线方向)切轴，该平面切轴所得的断面形状，向右或向左旋转 90°，一般按指向旋转 90°，就得到了剖面图，简称剖面。

2.剖面与剖视的区别

剖面只表示机件某一部分的断面形状，它是一个“面”的视图。而剖视，除表示剖切机件所得的断面形状外，还要画出剖切平面后面的形状。

3.剖面的标注

剖面的标注取决于剖面的图形是否对称和放置的位置。剖面图形不对称，所以需要用剖切符号表示剖切面的位置，并用箭头表示其投影方向，如图 4 —17（甲）。若图形对称，图形的中心线又画在剖切平面的位置的延长线上，则不需标注、如图 4 —17（乙）。

4.剖面的种类

（1）移出剖面　将剖面图画在视图外面，它的轮廓线用粗实线画出，这样的剖面称为移出剖面，如图 4 —17(乙)。

（2）重合剖面　将剖面画在视图里面，它的轮廓线用细实线画出，这样的剖面称为重合剖面。注意：当重合剖面的轮廓线与机件的轮廓线相交时，不要将机件的轮廓线断开(如图4—18)。

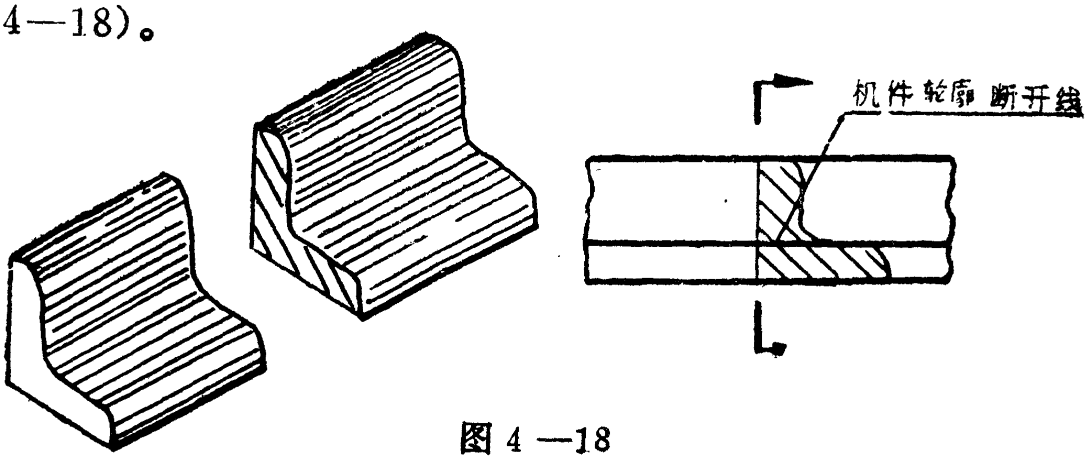


图 4 —18

以上我们把剖视、剖面的简单知识作了介绍，在表达机件时必须分析机件的特点，抓住主要矛盾。**“用不同的方法去解决不同的矛盾”**。灵活地运用剖视和剖面，使机件清楚地表示出来。

第二章　画图基本知识

通过图示基础学习，我们初步解决了怎样把一个物体反映在图纸上的投影方法和表示方法，但是如何将零件图画出来，这还不够。这一章我们再作进一步的介绍。

第一节　画图常识

（一）图纸幅面的规定和格式

画图使用的图纸幅面，按 GB126—70（GB 为国家标准的代号，数字 126 表示该标准的编号，70 表示该标准是 1970 年批准的）的规定有 6 种不同尺寸，并以号数来称呼。0 号图纸幅面最大，5 号图纸幅面最小，其具体尺寸见表 4—1，其中 B 表示图纸幅面的宽度，L 表示图纸幅面的长度。

无论图纸是否装订，均应画出边框，左边距图纸边缘25毫米，其余三边距图纸的边缘尺寸，0—2 号图纸10毫米，

表 4—1

幅面代号	0	1	2	3	4	5
B×L	841×1189	594×841	420×594	297×420	210×297	148×210
C	10			5		
a	25					

3—5号图纸5毫米。

图框用粗实线画出，如图4—19。其中a表示装订线距图纸边缘的距离，c表示其它三个边框距图纸边缘的距离。

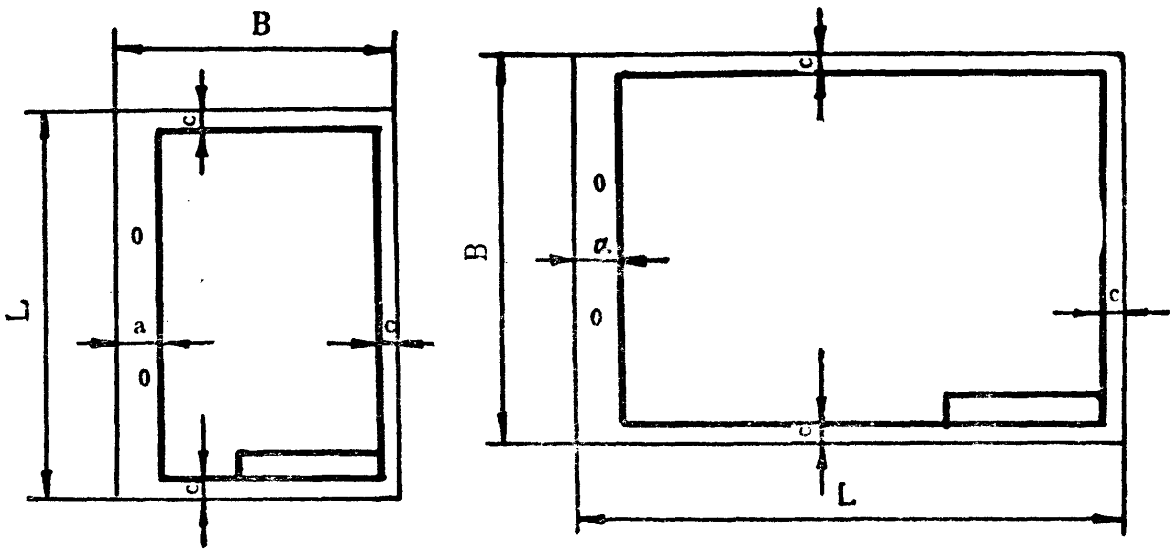


图4—19

图框右下角必须有一标题栏（在国家标准中，尚无标题栏的规定），如图4—20。

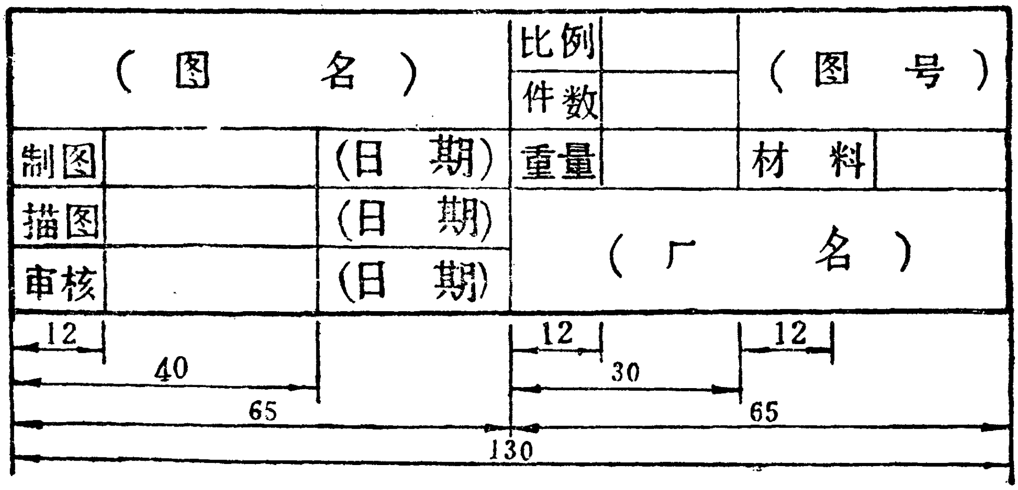


图4—20

（二）比例及其标注

图纸幅面如何确定，除与视图的选择有关外，还与画图比例有关，通常所说的比例是指所画图形的大小与实际物体

的大小之比。

如比例1：1，表示图形与实物一样大。比例1：2，表示图形的有关线段只有实物的相应部分的一半长。比例2:1，表示图形的有关线段是实物相应部分长的二倍。

图纸上常用的比例是1：1，因为这样可以直接从图纸上得到物体大小的直观概念。但当画较大物体或较小复杂物体时，采用这样的比例就会给我们带来许多困难，因此就需要采用缩小比例或放大比例。如1：2，1：5等为缩小的比例；2：1，5：1等为放大的比例。

常用的比例见表4—2

表4—2

与实物相同	1：1
缩小比例	1：2，1：3，1：4，1：5，1:10n，1:2×10^n
放大比例	2：1，4：1，5：1，10：1，(10×n)：1
注	n为正整数

比例的标注形式如M1:1，M1：2，M2：1，当标题栏内有比例一项时，可省略符号“M”

（三）图线规定及其应用

画图时用的图线按国家标准规定(GB126—70)有六种，见表4—3。

（四）尺寸注法和光洁度代号的标注

1.尺寸标注

尺寸标注一般包括尺寸数字、尺寸线、尺寸界线三个要素。尺寸线和尺寸界线用细实线画出（也可以利用轮廓线，

表 4—3

图线名称	图线形式	图线宽度	主 要 用 途
粗 实 线	————	b(约0.4—1.2mm)	可见轮廓线
细 实 线	————	b/3或更细	尺寸线、尺寸界线、剖面线
点 划 线	—·—·—	b/3或更细	轴线、对称中心线
波 浪 线	~~~~~~	b/3或更细	中断线
虚 线	--------	b/2左右	不可见轮廓线

中心线作尺寸界线），尺寸线一般应和尺寸界线垂直，和所表示的线段平行，尺寸线两端箭头应指到尺寸界线。尺寸数字一般注在尺寸线的上方或中断处，如图 4—21。

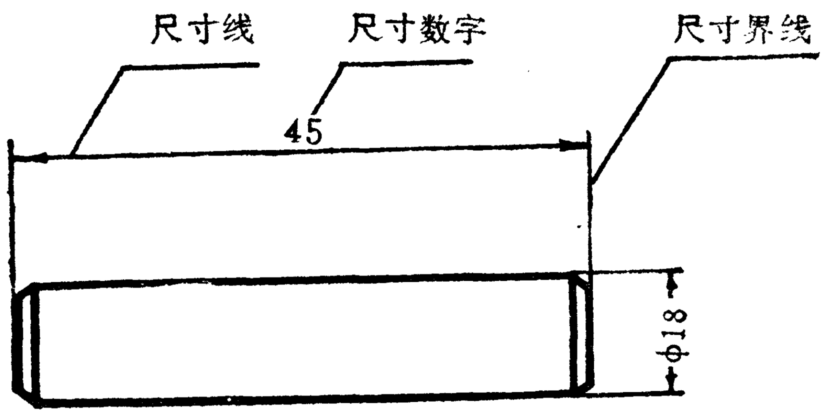


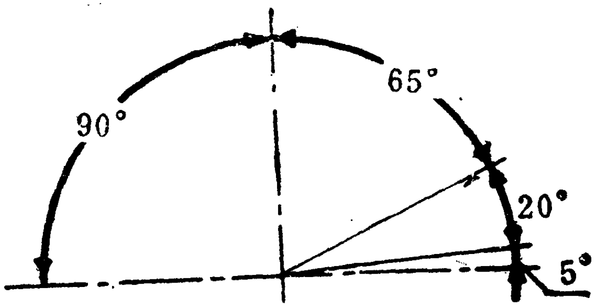
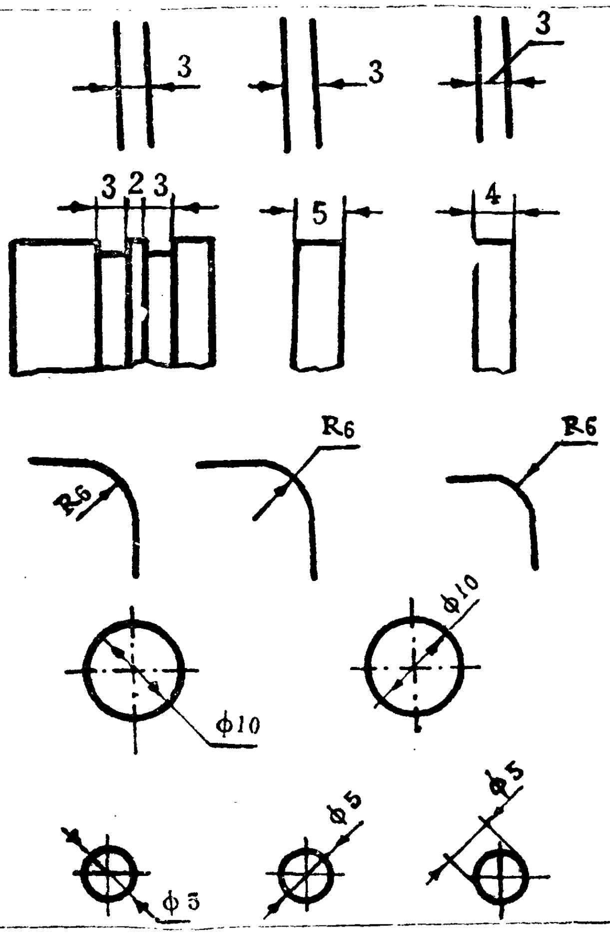
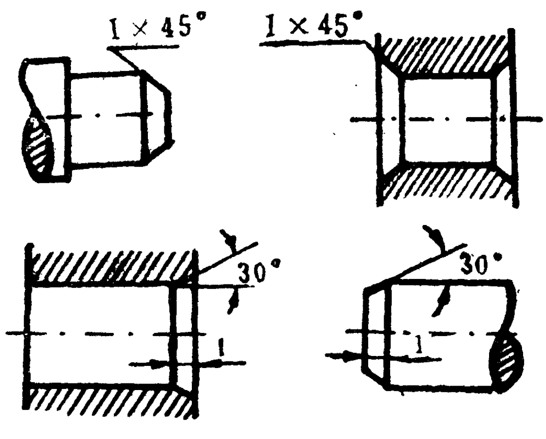
图 4—21

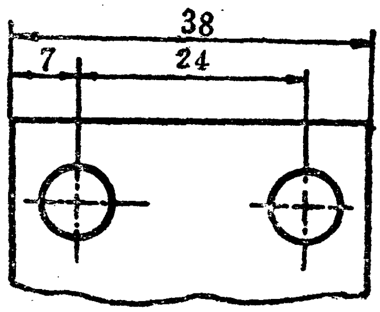
标注尺寸注意以下几点：

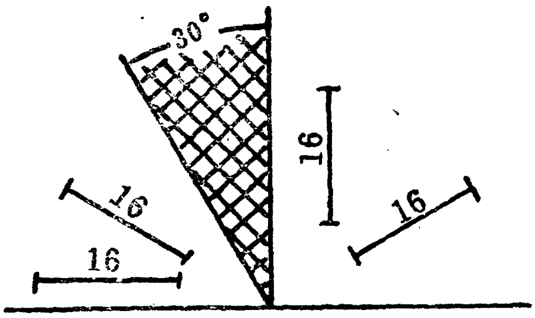
1)机件的真实大小，应以图样上所注的尺寸数值为依据，与图形的大小及绘图的准确度无关。

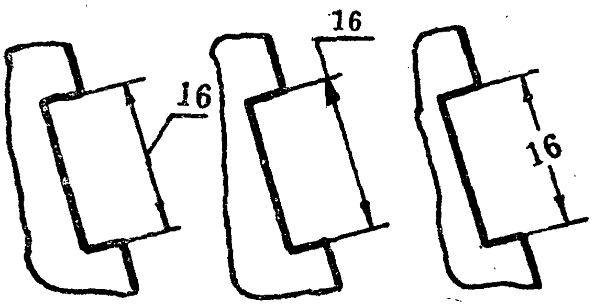
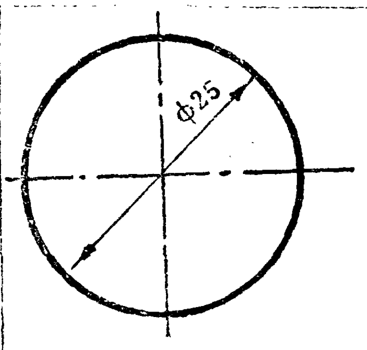
2)图样中的尺寸单位为毫米，标注时一般不写“毫米”二字。

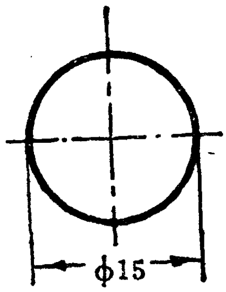
现将有关尺寸标注的常见类型列表如下：

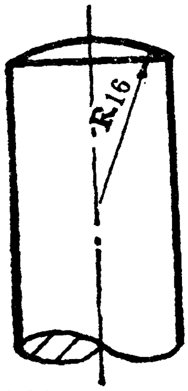
名称	图　　　　例	说　　　　明
角度的注法		标注角度尺寸时，数字应水平填写在尺寸线中断处，也可以标注在外面或引出标注。
小尺寸的注法		尺寸线以细实线绘制，其两端箭头指到尺寸界线、轮廓线、轴线、中心线不可作尺寸使用。 标注线性尺寸时，尺寸线必须与所标注的线段平行，当没有足够位置画箭头或写数字时，可按左图标注。
倒角尺寸标注		上面是45°倒角的标注方法。 下面是非45°倒角的标注方法。

<table>
<tr>
<td>直线尺寸的注法</td>
<td>




</td>
<td>尺寸的数字应按左图所示的方向填写，并尽量避免在图示 30° 范围内标注尺寸，当无法避免时，可引出标注或水平填写在尺寸线的中断处。</td>
</tr>
<tr>
<td>直径和圆弧半径尺寸的注法</td>
<td>




</td>
<td>标注直径尺寸时，应在尺寸数字前加注符号“ϕ”。
标注半径尺寸时，应在尺寸数字前加注符号“R”。</td>
</tr>
</table>

2.光洁度标注

根据国家标准，光洁度共分为四类14级，1级最低，14级最高。其符号是▽1、▽2、▽3（分别读作花一，花二，花三）为一类，是粗表面。▽4、▽5、▽6（分别读作

表4—5

级别代号	表面形状	得到该加工面的加工方法举例	需要这种光洁度的表面举例
∾	除净毛口	用铸锉、砂轮等清理	铸件、锻件、不接触面
▽1 ▽2 ▽3	加工面粗糙有明显的凸出刀痕。	粗车、粗铣、粗刨、钻孔，用毛锉、粗砂轮加工。	阀体、法兰盘表面壁架、精制缧母支承表面、护盖邻接面穿孔等。
▽4 ▽5 ▽6	加工面较光滑但刀痕仍可用目力察觉。	精车、精铣、精刨、扩孔钻、铰、拉、粗磨、镗孔、精锉加工	齿轮、皮带轮、键与键槽、活塞环槽、皮带轮槽，安置滚动轴承的孔及其它不动连接的精细接触表面
▽7 ▽8 ▽9	加工面光滑不能用目力看出加工痕迹。	精磨、精铰、精拉剃、精镗，用钻刀、车刀车削加工。	轴和主轴的轴颈、活塞杆、测量仪器的工作表面、齿轮接触表面汽缸内表面。
▽10 ▽11 ▽12 ▽13 ▽14	加工面极光，明亮如镜，能较清晰地照见人影。	研磨、抛光、超级加工。	滚动轴承的圆球和圆柱面、量规的工作表面、块规工作表面、测量仪器里可动连接的工作表面及其它极重要的零件的接触面。

花四、……）为二类，是半光表面。∇7、∇8、∇9（分别读作花七、……）为三类，是光表面。∇10、∇11，∇12、∇13、∇14（分别读作花十……）为四类，是最光表面。此外，还用符号“∽”表示不需要切削加工的表面。

各级光洁度的加工方法和应用举例，见表4—5。

在标注光洁度时，先从被加工面引出细实线，再标明光洁度代号。需要注意，符号正三角形▽或△的顶角必须指向被加工面，如图4—22。

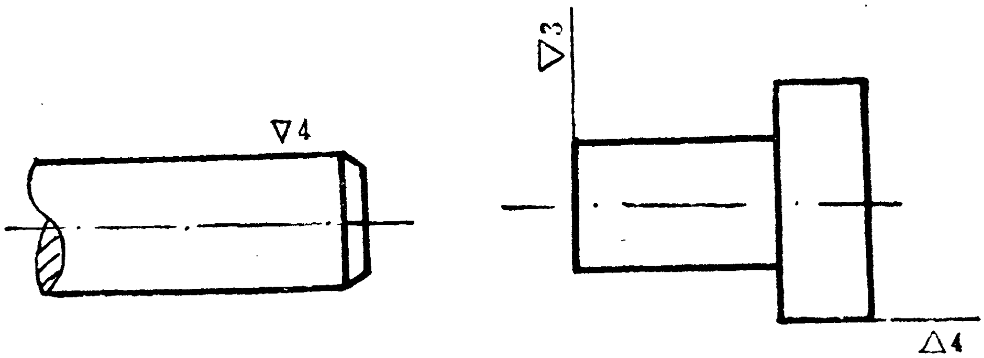


图4—22

还需要注意，图纸右上角的标注代号，如其余“∇3”或其余“∽”，前者表示图纸上除了标注的光洁度代号外，其余未标注的加工面都是∇3；后者表示图纸上除了标注的光洁度代号外，其余未标注的面都不需要切削加工。

（五）零件图中的一些规定画法

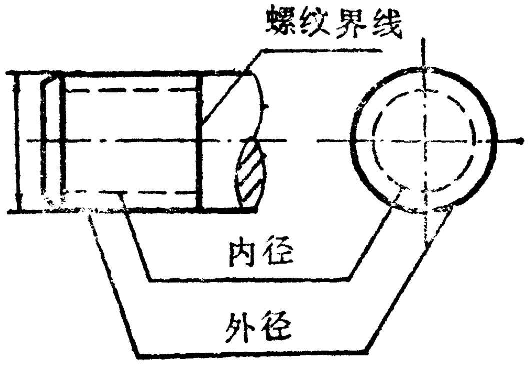
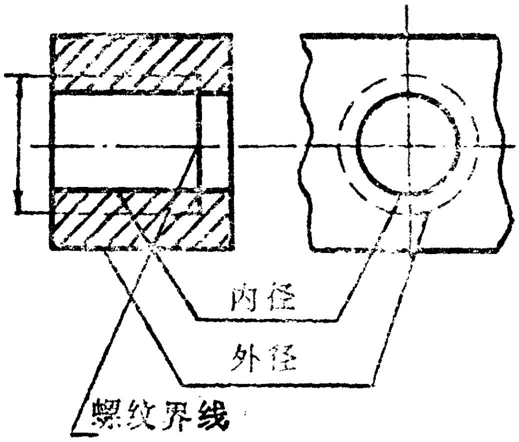
在机械制图中，有许多常见零件，如螺栓、螺母、键、齿轮、蜗轮、蜗杆、弹簧等，这些零件若按投影方法画出图样，比较复杂，在生产实践中就需要简化画法。为了达到既便于画图和看图，又便于加工，对一些常用零件，国家按统一标准规定了画法：

1.螺纹的规定画法

画螺纹的真实形状的视图是十分繁琐的，为了简便，国

家标准中对螺纹的画法作了规定，见表 4 — 6 。

表4—6

形式	说　　明	规　定　画　法
外螺纹	在所有视图上，外径用粗实线，内径用虚线，螺纹界线用粗实线内径 = 0.85 外径。	
内螺纹	在螺孔被剖切的视图上和反映圆孔的视图上，内径用粗实线，外径用虚线，螺纹界线用粗实线。	

螺纹标注如 $M12$ 表示外径为 12 的粗牙螺纹，（M 是普通螺纹代号，12是指螺纹外径）；又如 $M24\times2$，表示外径为 24，螺距为 2 的细牙螺纹。

2．螺栓及螺母的画法

1）画图时，螺栓的各部分尺寸可以参看图 4—23。这个图是以外径 d 为基础近似画出。

2）六角形螺母的比例画法如图 4—24，曲线部分的画法和螺栓头部的一样。

3．花键的画法

花键轴及孔的一般画法如图 4—25 所示。花键的主视图

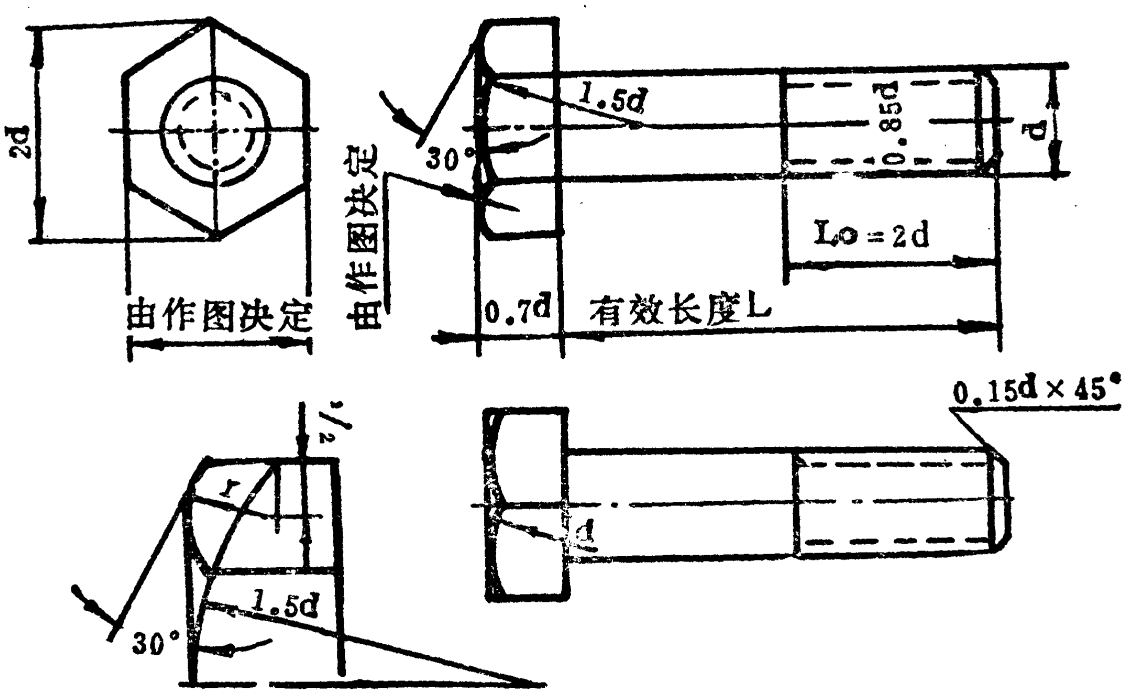


图 4--23

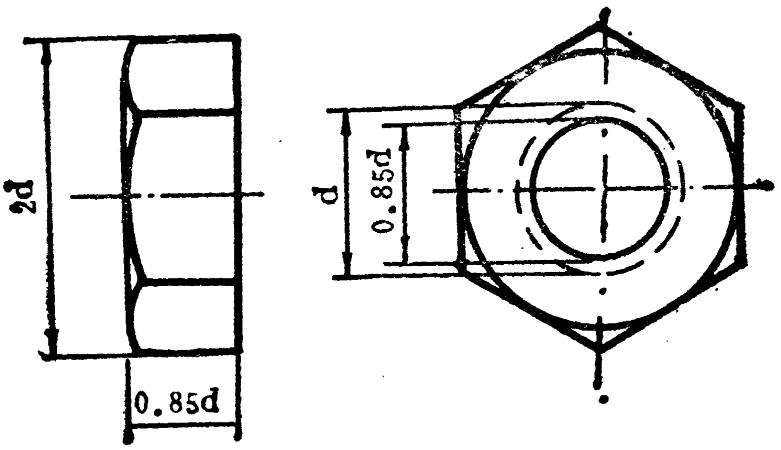
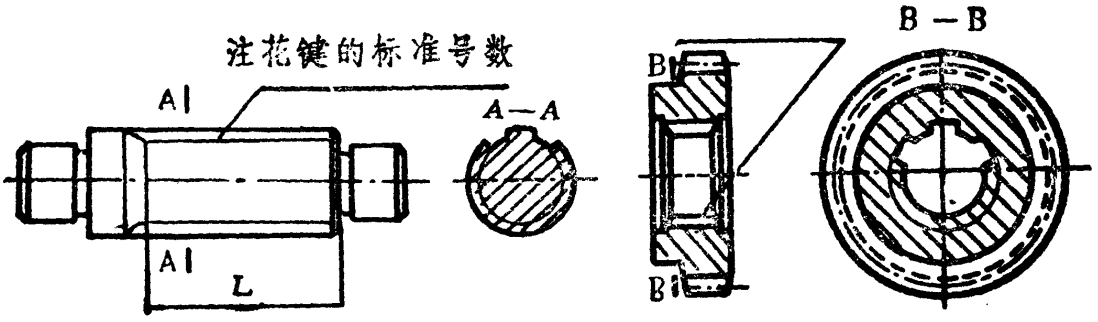


图 4—24



(甲)　　　　(乙)

图 4--25

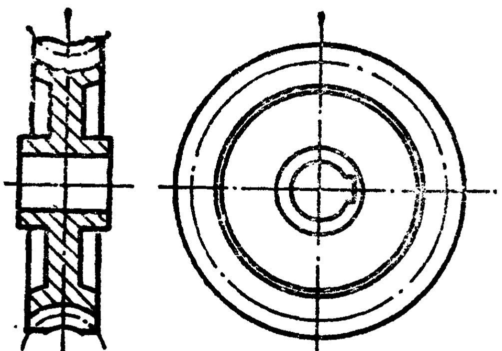
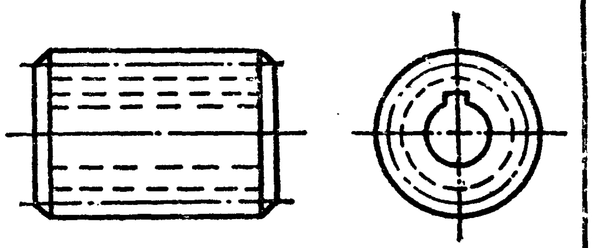
上外径画粗实线，内径画细实线，花键的尾部起迄处画细实线。在剖面图上，可以画出一个齿形，外径画粗实线，内径画实线，如图4—25（甲）。

花键孔的主视图（剖视）上，外径内径都画粗实线，在剖面图上可画出两个齿形，如图 4—25（乙）。

4.蜗轮、蜗杆的画法

单个蜗轮、蜗杆的画法见表 4 — 7

表4—7

蜗　　　　轮	蜗　　　　杆
 剖视图　端视图	
①端视图轮齿部分只画节圆和最大圆。 ②剖视图画法与圆柱齿轮相同。	画法同圆柱齿轮。

5.圆柱直齿轮的画法

关于圆柱直齿轮的一些名称如图 4—26。

在反映圆的视图上，如图 4—27

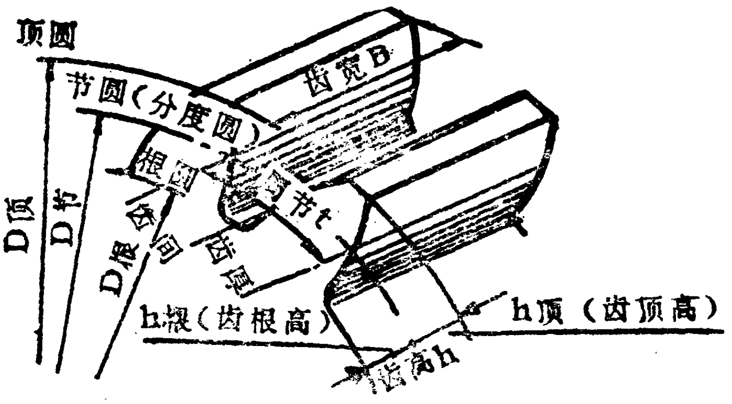


图 4—26

齿顶圆——用粗实线绘制；

齿根圆——用虚线绘制；

节圆（分度圆）——用点划线绘制。

在非圆视图上，如图 4—27

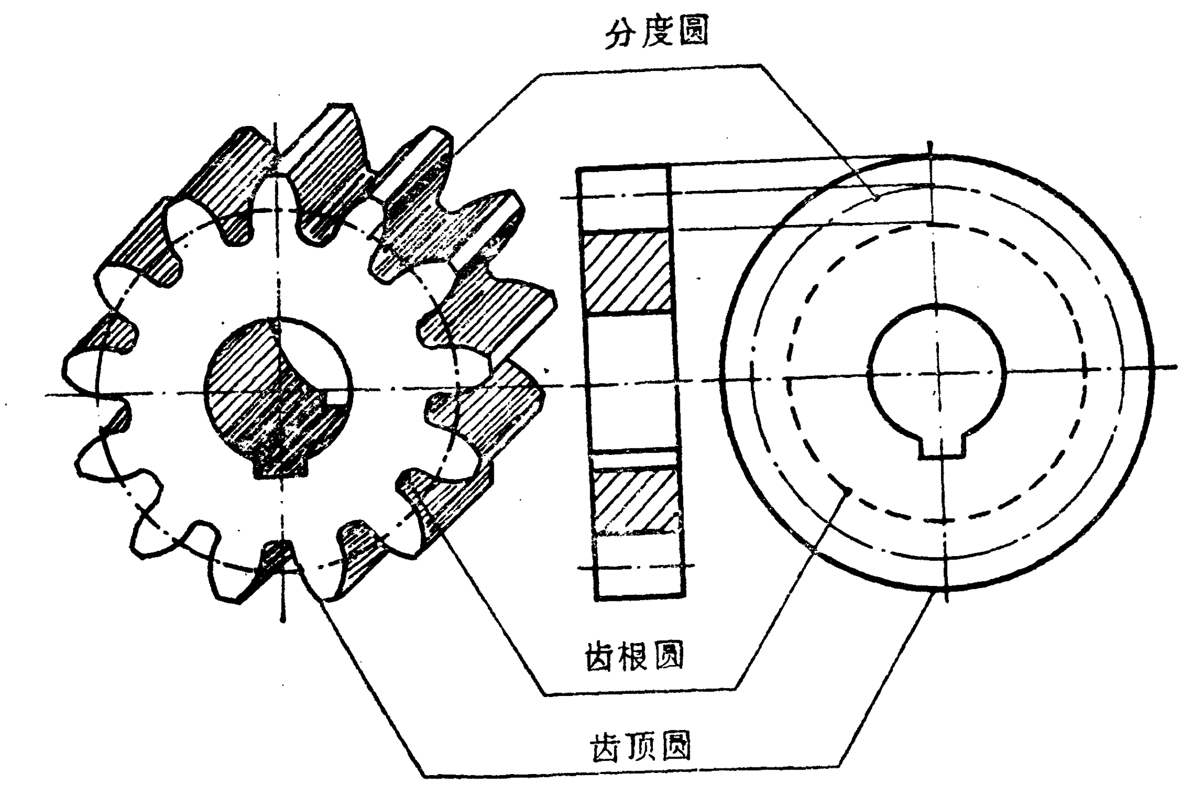


图 4—27

齿顶线——用粗实线绘制。

齿根线——当绘制成全剖视图时，轮齿规定不剖，而将齿根绘制成粗实线。

节线——用点划绘制。

6. 弹簧的规定画法

螺旋弹簧的规定画法，如图 4—28。

1）螺旋弹簧线圈的外形画成直线。

2）单独画螺旋弹簧的时候，最好用通过轴线的全剖视或局部剖视表示。

3）工作圈数多于 4 圈的弹簧，可以只画两端的 1、2 圈，中间各圈省去不画，但是要画两条通过线圈剖面的点划线。

4）弹簧不论在左旋或右旋，都可以画成右旋，但是左旋弹簧必须加注“左”字。

5）当螺旋弹簧直径或厚度在图上小于 2 毫米时，线圈剖面全部涂黑，当直径或厚度小于 1 毫米时，最好采用示意画法。

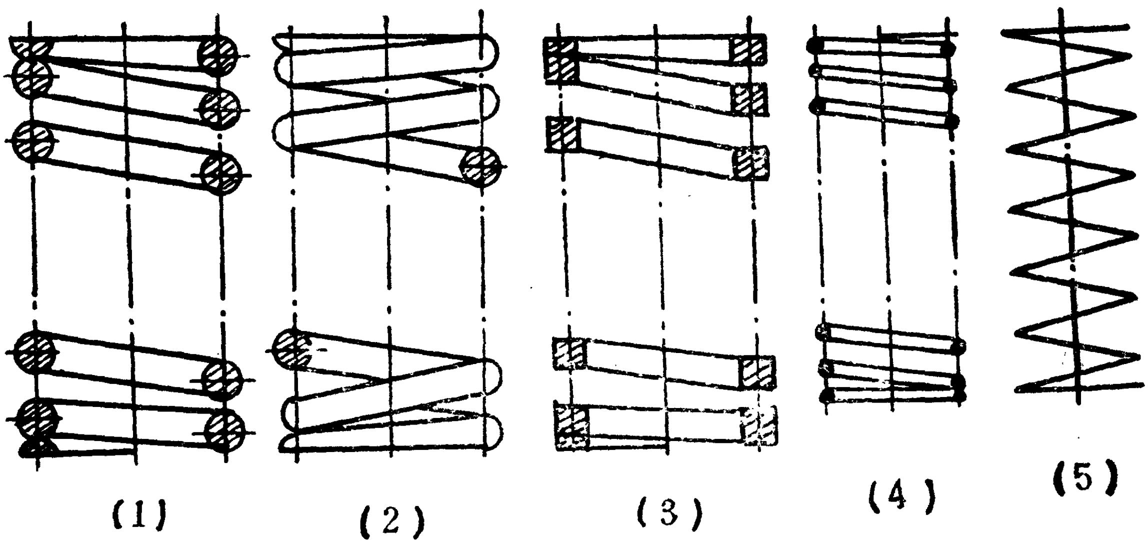


图 4—28

（1）全剖，（2）局部剖，（3）方形，（4）簧丝直径小于 2 毫米时，剖面涂黑，（5）簧丝直径小于 1 毫米时画成示意图。

第二节 零件测绘

在三大革命实践中，经常会遇到画零件图的问题。比如

生产队的水泵，或磨粉机上的零件坏了，一时买不到配件，需要到工厂去加工，就得测量所需零件的实际尺寸，画出图样较为方便。所以掌握画图基本知识是很重要的。

零件测绘是一种细致工作。在测绘过程中，必须细致地进行，要测量准确，绘图正确。

（一）视图选择

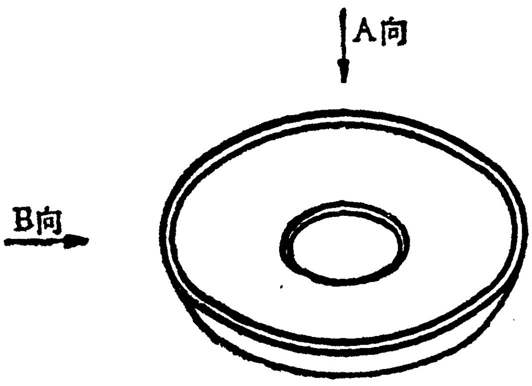


图 4—29

测绘零件的目的，就是要画出零件图，以便加工。在测绘时，如何选择视图，要几个图表达较好，这些问题都需要我们解决。现在我们就以图 4—29 所示的架子车轴里防尘盖为例说明。

拿到零件后，我们首先了解一下它的作用是什么？分析一下它的结构，大致由哪几个部分组成？形状、特点怎样？这个里防尘盖结构很简单，它的形状象一个碗形，只不过底部有一个圆孔。因此我们选 A 向为主图视，就可看出它的大概形状。然后以 B 向为左视图且采取全剖视，就可看出它的厚度和底部孔洞状况。这样就解决了将里防尘盖反映到图纸上这一问题。

（二）画　法

1.当我们选好视图后，根据表达方案，确定比例和图幅大小，并定出各视图的位置，画出基准线、中心线和轴线，留出标注尺寸和填写技术要求的地方，如图 4—30。

2.用形体分析法依次画出零件各主要组成部分视图的轮廓线，并注意各视图的投影关系，即保持“长对正；高平齐；

宽相等”，如图 4—31。

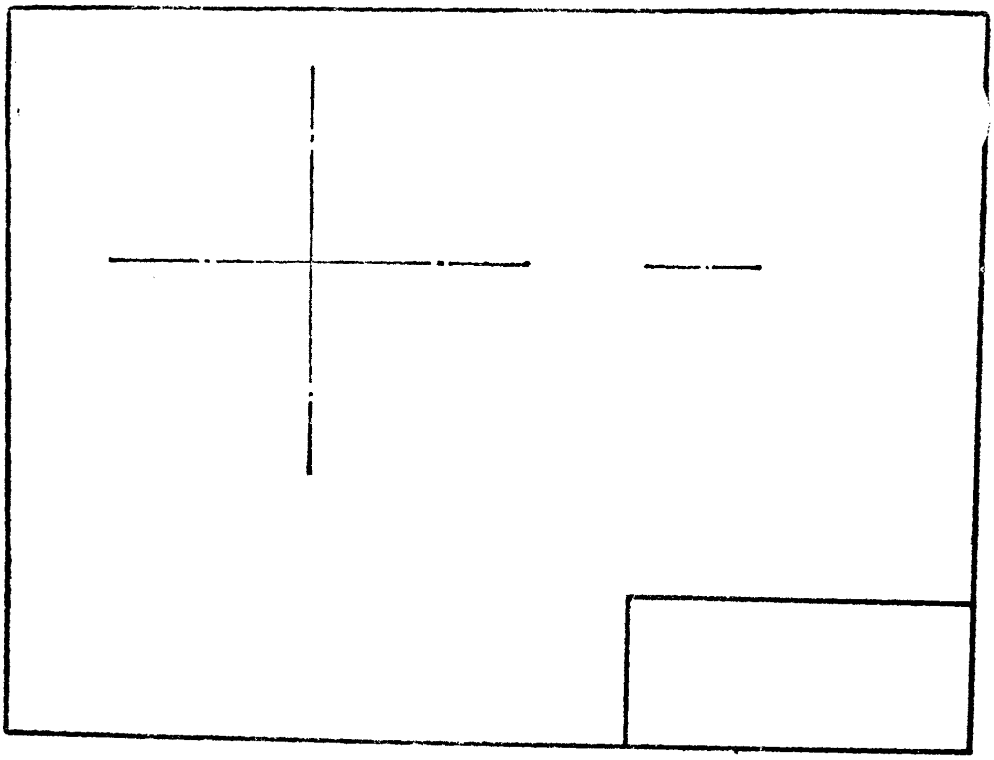


图 4 —30

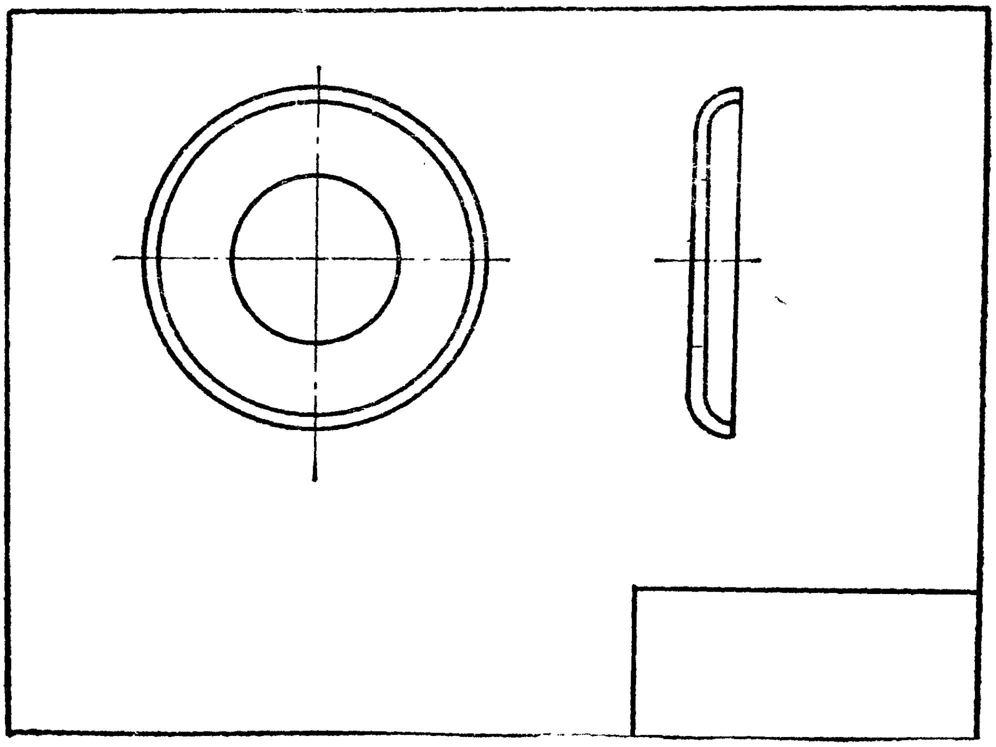


图 4 —31

3.根据对零件的具体分析，画出图形中的细节，即辅助视图、剖视、剖面等，并画上剖面线，如图4—32。

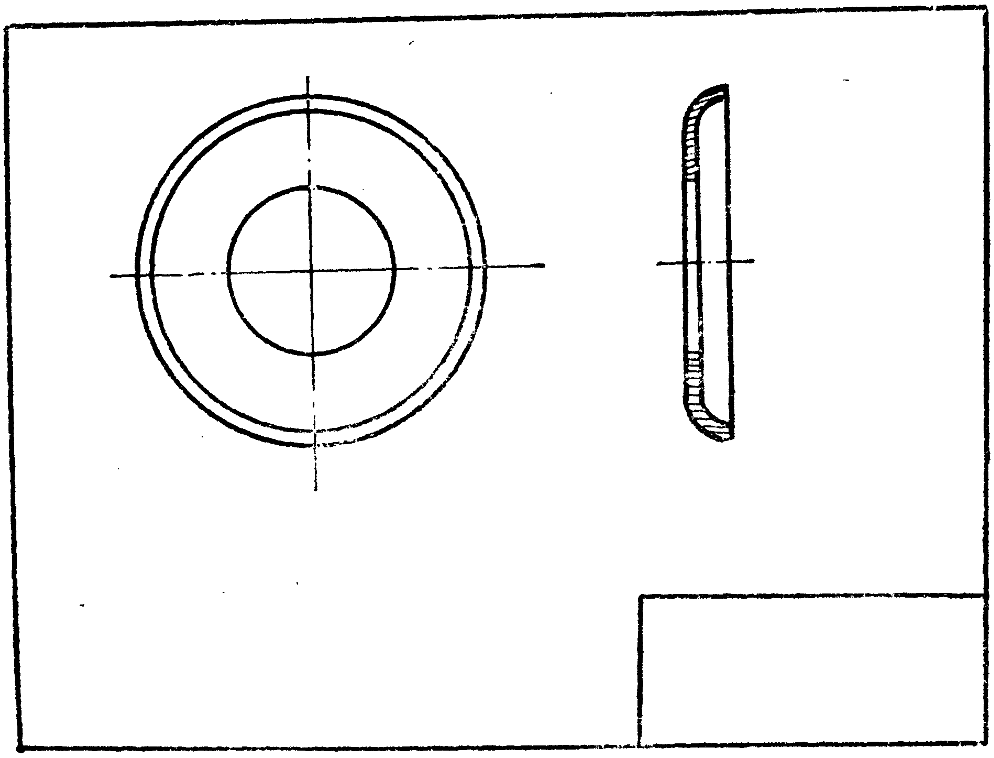


图4—32

4.标注尺寸及光洁度代号

标注尺寸时，首先要在每个方向上最少选定一尺寸基准，也就是选择什么地方作为注尺寸的起点问题。尺寸基准一般有三种：

1)基准点——以图形的中心线的交点作基准。

2)基准线——以图形的中心轴或对称线作基准。

3)基准面——以零件上的某一个面（为装配接触面）作基准。

如图4—33中，我们在左视图上以对称轴作为高度方向基准线。以防尘盖的底面作为宽度方向的基准面。就可标注尺寸。

关于光洁度标注，由于这个防尘盖不要机器加工，所以注“全部∽”。

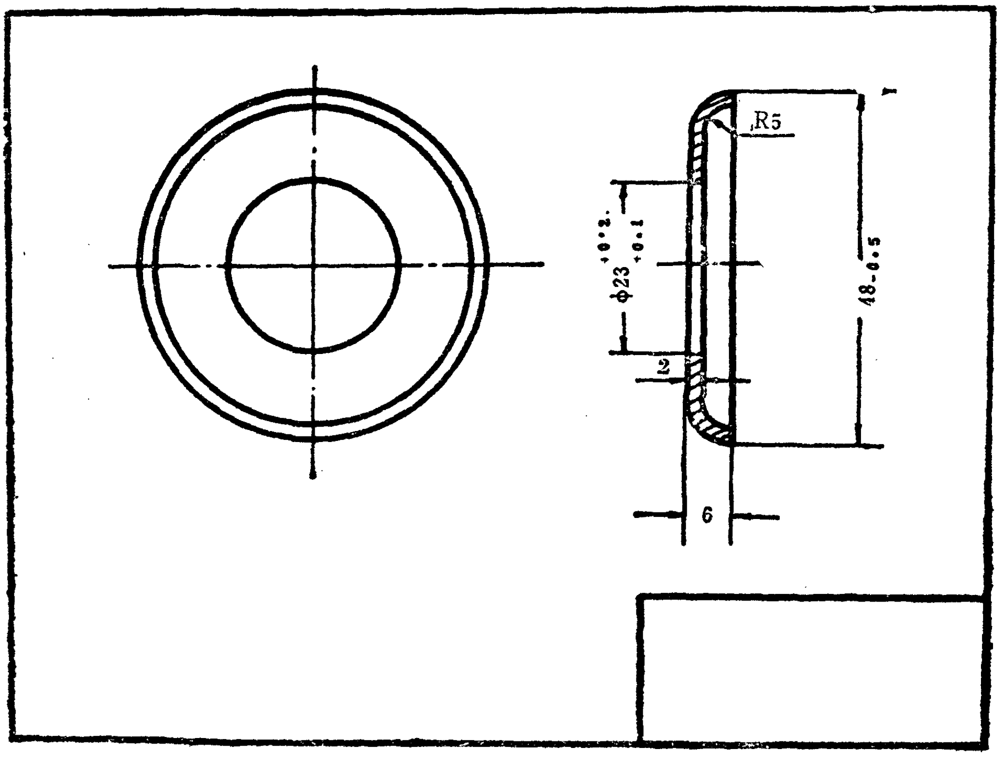


图 4—33

5. 填写技术要求和标题栏

按以上五个画法步骤，我们就可以画出里防尘盖零件图，如 4—34。

现在我们以图 4—35 整体轴承为例，再说明有关零件测绘问题。

（一）视图选择

我们还是首先了解一下它的作用是什么？分析一下它的结构，大致由哪几个部分组成？形状、特点怎样？这个整体轴承由顶部的凸台，中间的圆筒和下部的底板组成，前后，左右都是对称的。从箭头 A 向所得的视图，对底板下边的方形通槽，底板和圆筒的结合情况，圆筒和凸台的结合情况

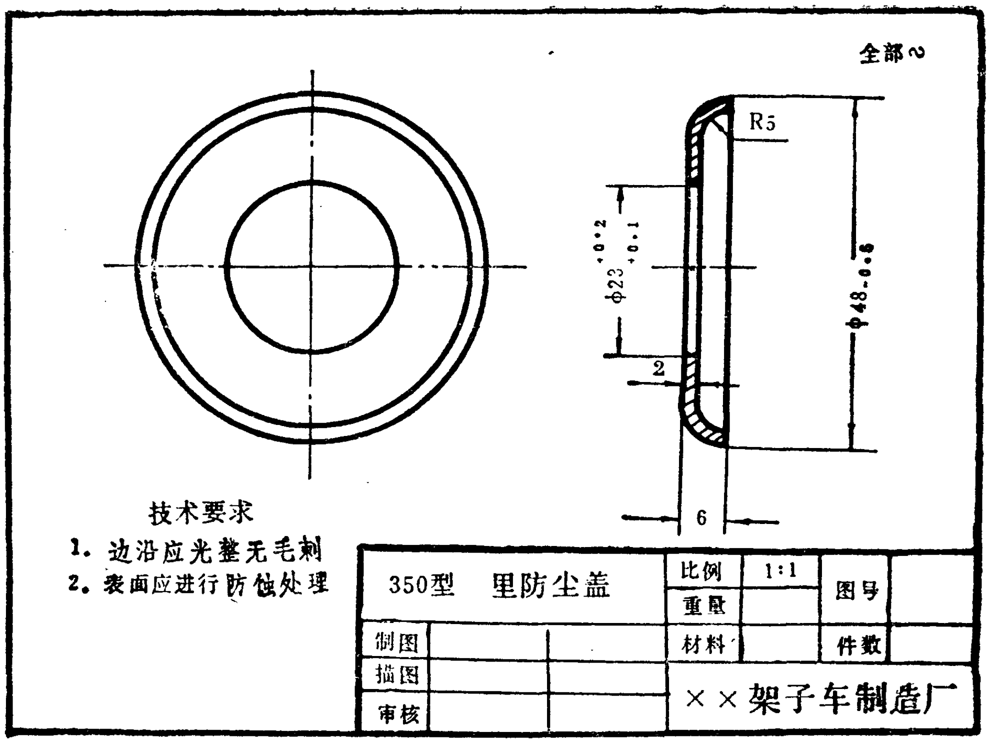

全部∾
R5
φ23$^{+0.2}_{+0.1}$
φ48$_{-0.5}$
2
6
技术要求
1. 边沿应光整无毛刺
2. 表面应进行防蚀处理
350型 里防尘盖
比例
1:1
图号
重量
材料
件数
制图
描图
审核
××架子车制造厂

图 4—34

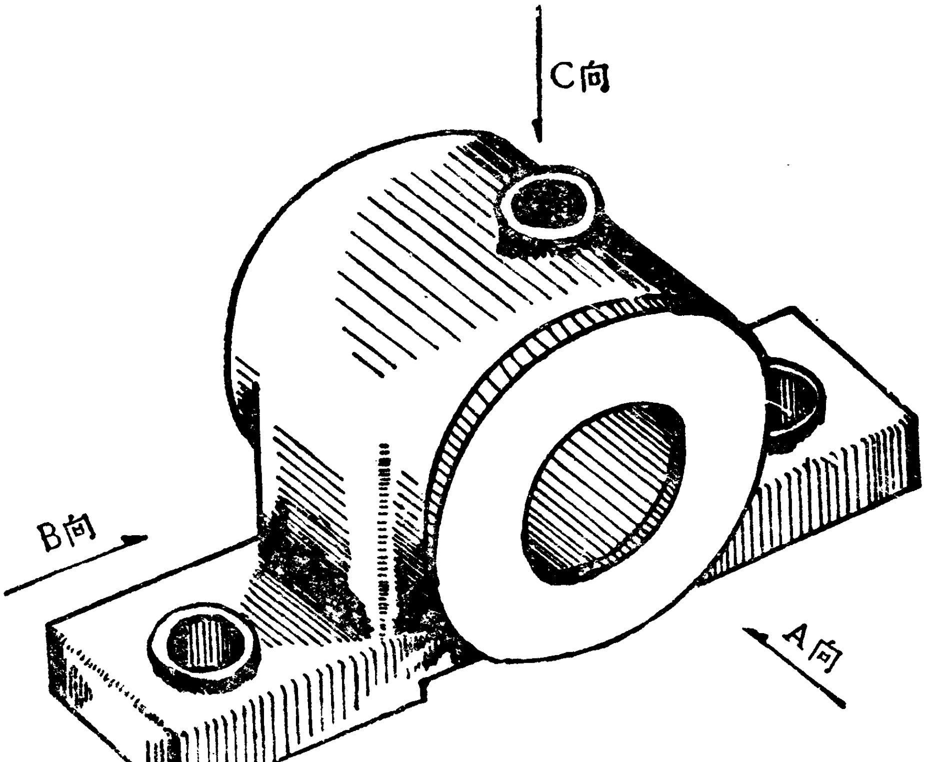

C向
B向
A向

图 4—35

都表示得特别明显。而且底板面朝下平放，也符合轴承的一般工作位置。所以把它选作主视图。

主视图选择应注意以下两点：

1.主视图是表达零件形状特征的主要视图，看零件图一般也先从主视图开始。因此要选择最能表达零件形状特征的那一面作为主视图，这是选择主视图的形状特征原则。

2.选择主视图要考虑零件加工时的装夹情况和零件的装配，以利生产时看图方便。因此，要考虑投影面怎样放置，这就是选择主视图的加工位置和工作位置原则。

以A向进行投影所得到的视图作为主视图，这还不够。为了解决 ϕ14 这两个孔洞的情况，还需要采取局部剖视。

当我们以A向选了主视图以后，从B向投影得到左视图，由于采取了全剖视的方法，使轴孔的穿通，凸台与圆筒，底板和圆筒的相互位置能够表达的更清楚。再从C向投影得到俯视图，这样就解决了将整体轴承反映到图纸上这一问题，如图4—36。

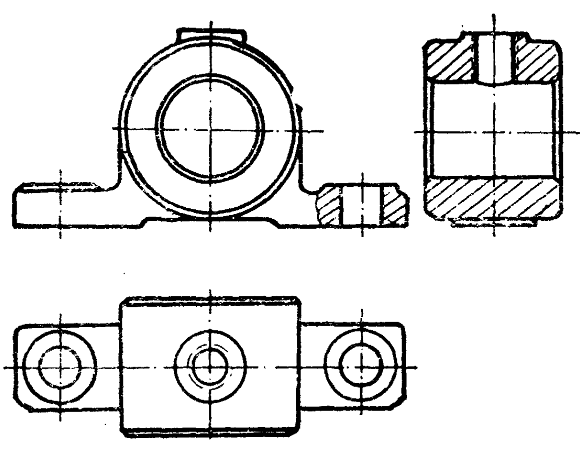


图4—36

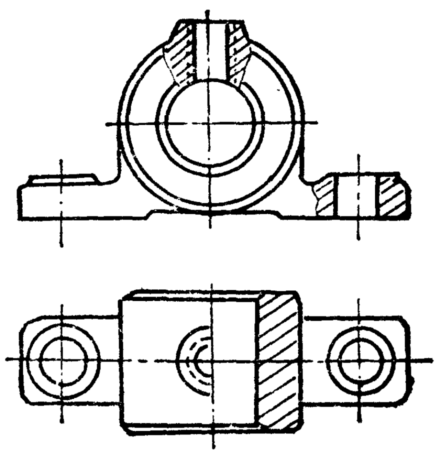


图4—37

由于我们看问题的角度不同，解决问题和处理问题的方法也就不一样，选择视图的方案也就不一样。同一物体，可

能有好几种视图方案。例如对整体轴承，我们还可以这样选图，如图4—37的两个视图也是表示轴承的另一种方法。主视图上有两处采用局部剖视，俯视图采用半剖视，轴承的内部，外部形状就完整清楚地表示出来了。

这两个方案，究竟哪一个好呢？比较起来第一种方案虽然多一个视图，但对初学者来说就比较容易回到零件的模型上去。而第二种方案对有实践经验的人来说，还是比较好，因为它少一个视图。

无论哪一种情况，在处理选择视图问题时，必须明确以下两点：

1.在保证零件形状表达完整、清楚（容易从图想象出零件的形体）的前提下，视图数目尽可能少。

2.视图数目的多少虽然主要决定于零件形状的复杂程度，但是和怎样表示也有关系。

（二）画　法

1.我们就按第一种方案，确定比例和图幅大小，定出各视图的位置，画出基准线，中心线和轴线。画出标注尺寸和填写技术要求的地方，如图4—38。

2.画出零件各主要组成部分视图的轮廓线，如图4—39。

3.画出图形中的细节，即辅助视图、剖视、剖面等，并画上剖面线，如图4—40。

4.标注尺寸及光洁度代号

如图4—41中的两个安装孔，是直接注出中心距100好呢？还是注15好呢？100是以主视图或俯视图上的垂直中心线作为基准，而15是以侧面作基准，因为轴承是左右对称的，应该用主视图上的垂直中心线（对称线）作基准，同时，

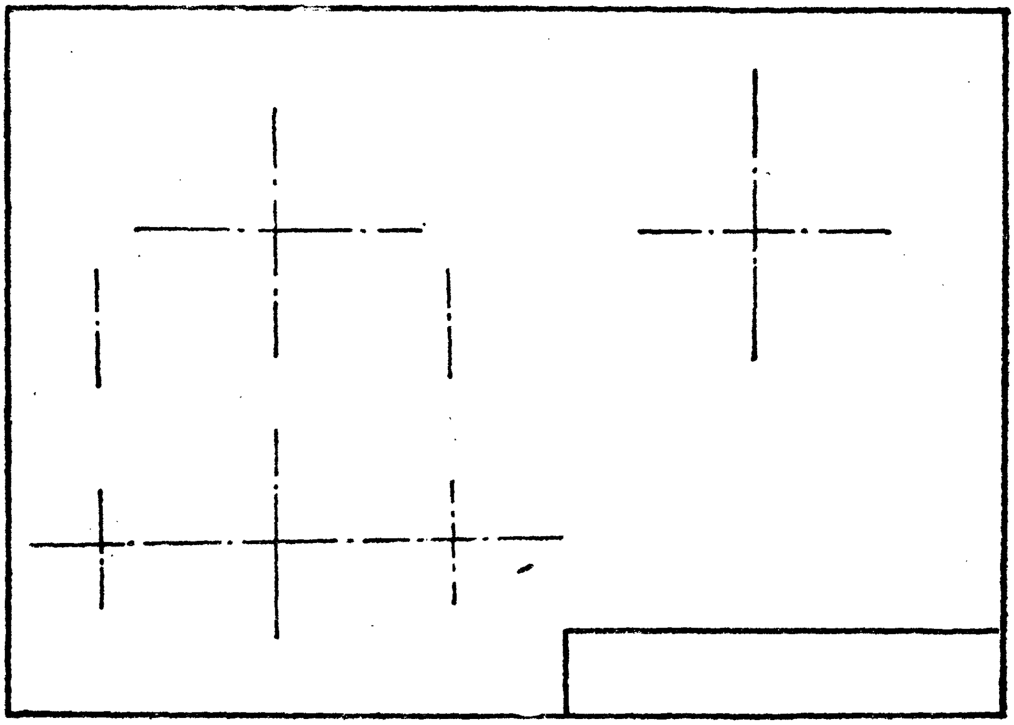


图 4 —38

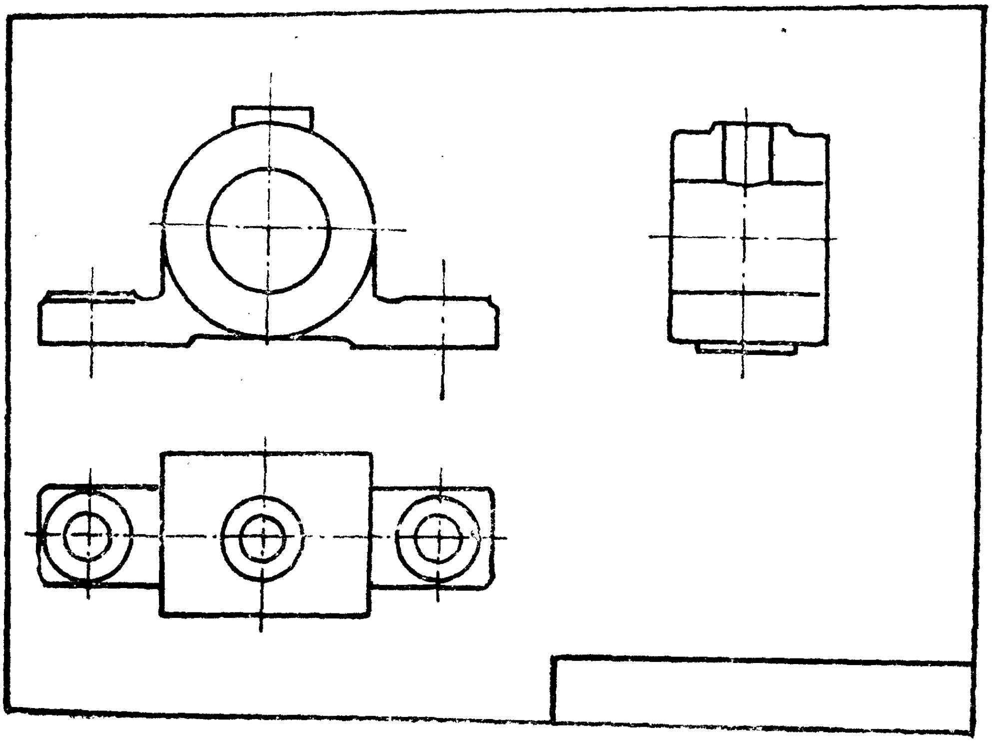


图 4 —39

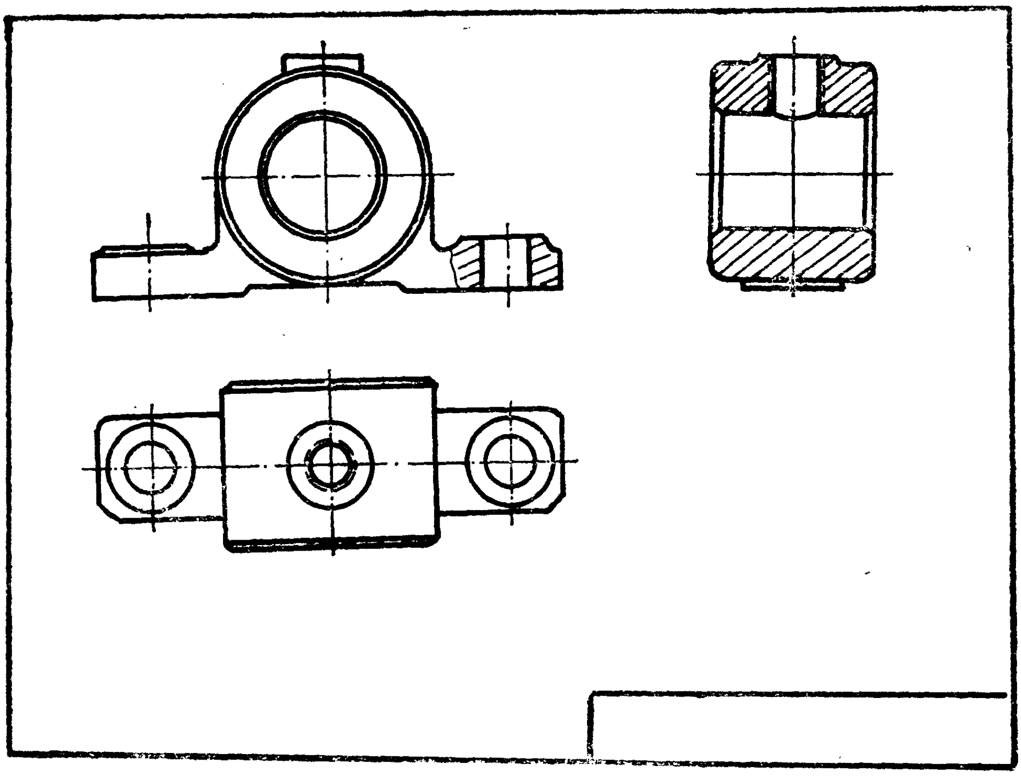


图 4—40

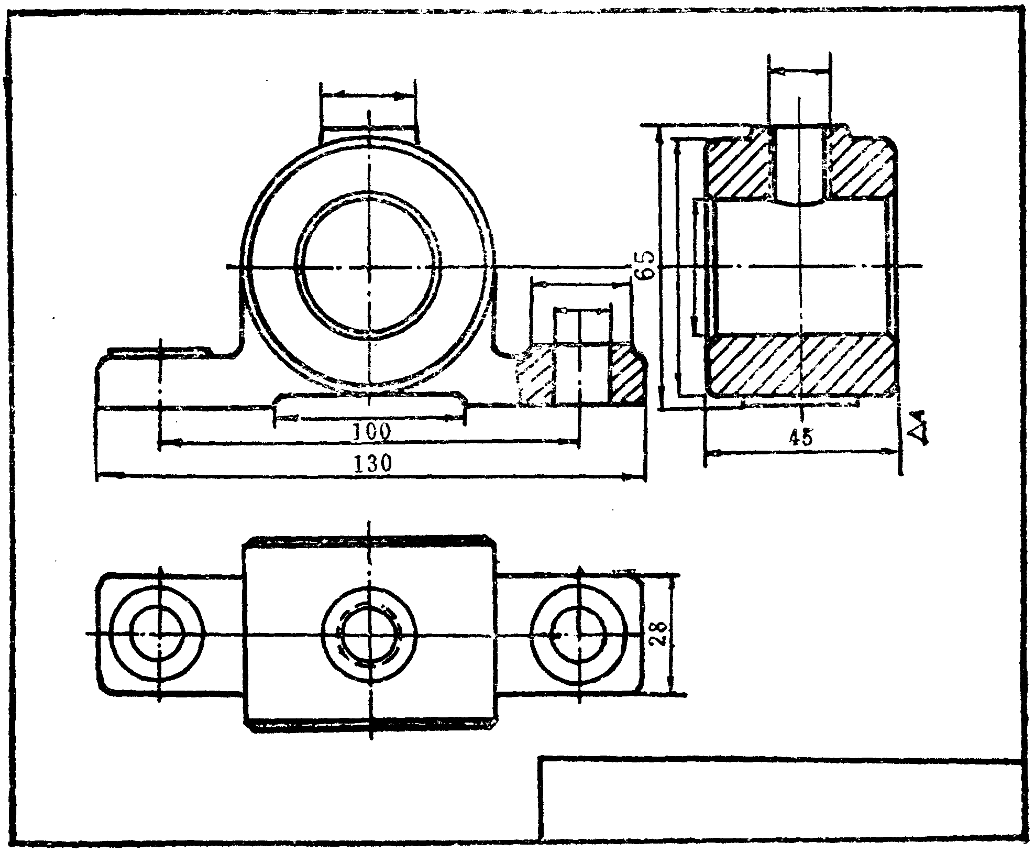


图 4—41

100这个尺寸是安装需要的，所以注 100 比注 15 好。就这个整体轴承来说，主视图的垂直中心线也是长度方向的尺寸基准。轴承前后也对称，所以俯视图的水平中心线或左视图的垂直中心线是宽度方向的基准。轴承底板面是安装面，又要加工，可以作为高度方向的基准。

基准选择好后就开始标注，应该先注出总的定形尺寸（用以确定形状大小的尺寸）和所需的定位尺寸（用以确定相互位置的尺寸），再注出它们各自的定形尺寸。

标注光洁度时，就左视图右端面来说，先从被加工面引出细实线再标注▽ 4 。关于其它被加工面的光洁度可类似标出。

5.填写技术要求和标题栏

按以上五个画法步骤，我们可以画出整体轴承零件图，如图 4 —42。

在这里我们再以农用水泵上的联轴器，以图 4 —43为例，重点介绍如何选择视图问题。

首先我们分析一下它的结构。是由两部分组成，一部分是个圆柱，另一部分是个圆盘，圆盘上均匀分布着六个锥孔，圆盘上高出部分构成一个圆环，另外在联轴器中央有一个带键槽的轴孔。

当我们选择图 4 —43中A向所指方向画出主视图后，联轴器各部分的直径及长度都能清楚地表示出来，若再用全剖视则槽宽及锥孔情况也就了解了。如此选择的主视图也正好符合联轴器的主要加工位置。主视图选定后，只剩下六锥孔的位置及键槽深度没有表示清楚，因此选B向为左视图，问题就解决了。

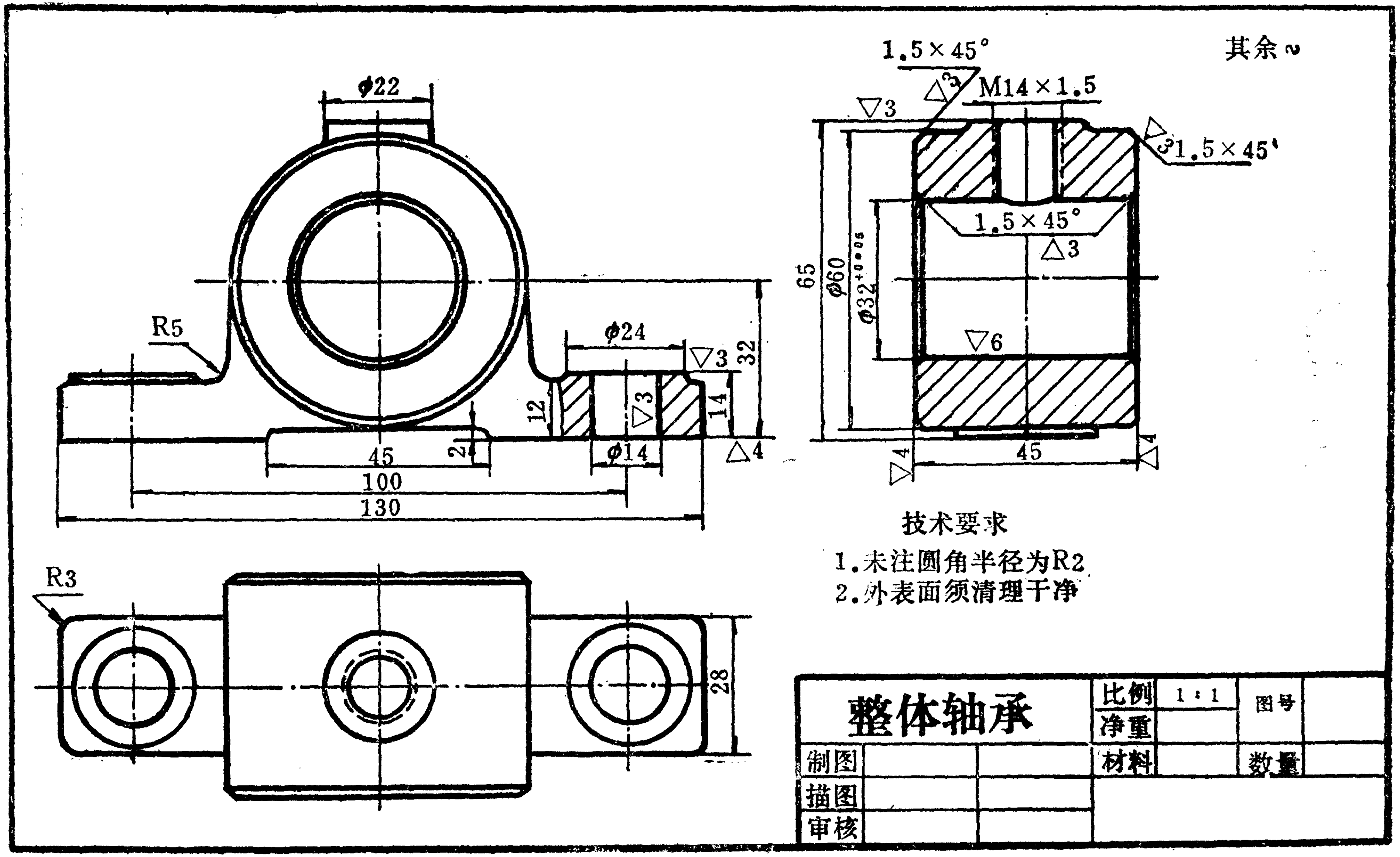

其余 ∾
1.5×45°
M14×1.5
▽3
1.5×45°
1.5×45°
△3
65
φ60
$φ32^{+0.05}$
▽6
45
φ22
R5
φ24
▽3
32
12
▽3
14
45
2
φ14
△4
100
130
R3
28
技术要求
1. 未注圆角半径为R2
2. 外表面须清理干净
整体轴承
比例 1:1
图号
净重
材料
数量
制图
描图
审核

图 4—42

在选好视图的前提下，我们可根据零件大小，选定1:2的比例，然后确定图幅，布置视图，按照形体逐步画线，最后测量出各部分尺寸，并标注尺寸及光洁度，填写齐全，如图4—44。

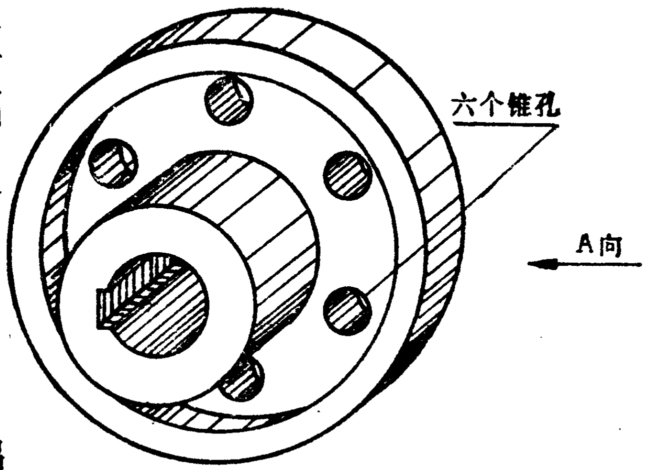


图4—43

在农业机械中，经常遇到齿轮零件，但是怎样测绘呢？在测绘时，常要知道它们一些尺寸联系，现作简要介绍。

图4—26中画出的分度圆$d_{分}$或节圆$d_{节}$，是加工牙齿时用来分齿的那个圆，在这个圆周上，齿厚S和齿间距离是相等的，齿厚S和齿间距离相加，就是周节t。如果在分度圆上有Z个齿，那么$Z\cdot t$就等于分度圆的圆周长度$\pi d_{分}$。用式子写出来就是：

$$\pi d_{分}=Zt,\quad 或\ d_{分}=\frac{t}{\pi}Z$$

现在用m代表$\frac{t}{\pi}$（即$m=\frac{t}{\pi}$），并且把m叫做模数，就得到以下公式：

$d_{分}=m\times Z$（即分度圆直径等于模数乘齿数）

模数m是齿轮的一个重要数据，齿轮上的许多尺寸同它有关系，例如标准圆柱齿轮中，

齿顶高$h_{顶}=m$；

齿根高$h_{根}=1.25m$；

齿顶圆直径$D_{顶}=m(Z+2)$；

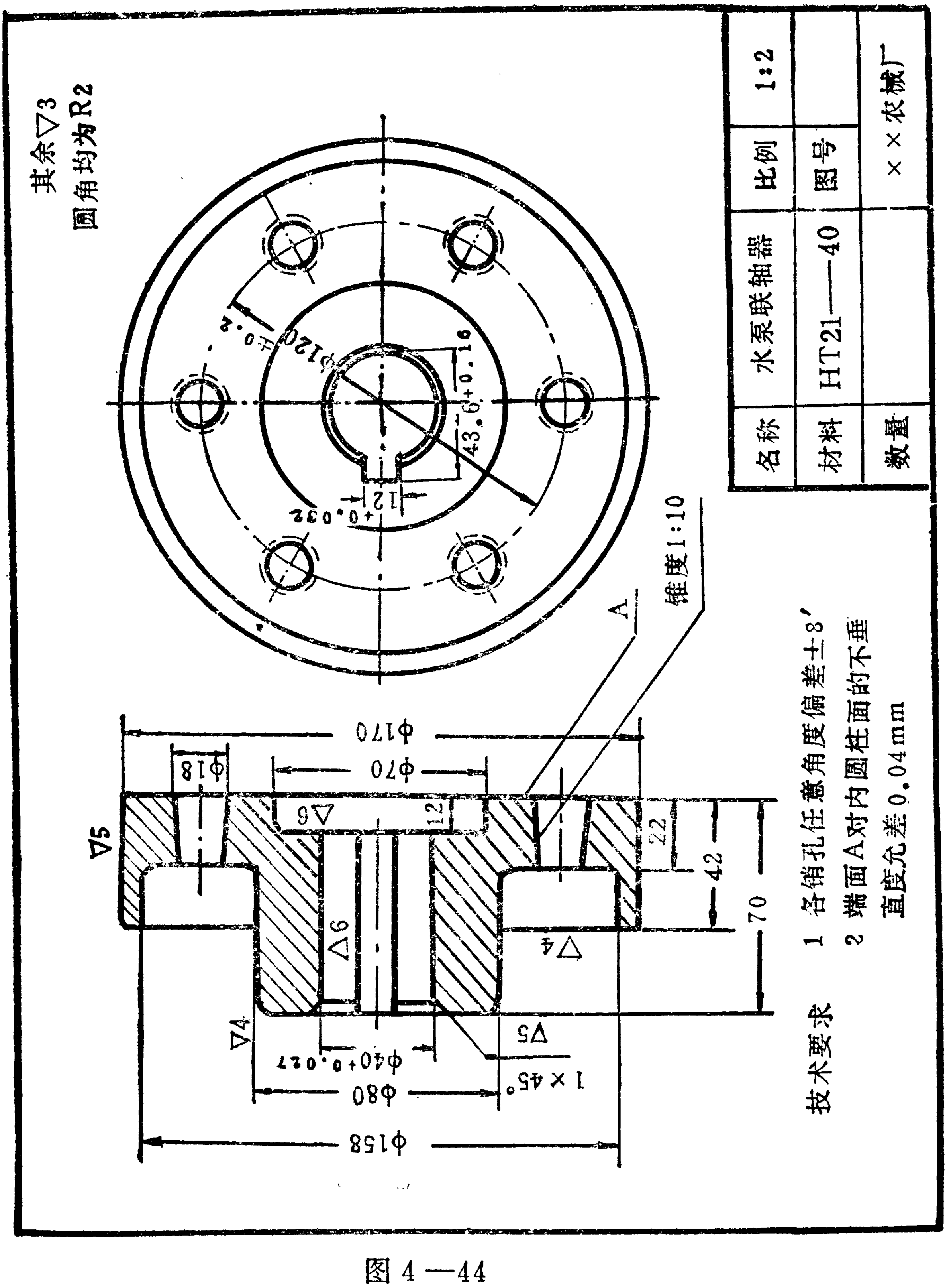


图 4 —44

齿根圆直径$D_{根}=m$（$Z-2.5$）。

从上面的这些公式可以看出模数与齿顶高、齿根高、齿

顶圆直径以及齿根圆直径都有关系。常用的标准模数有：

0.8，1，1.25，1.5，1.75，2，2.25，2.5，3，3.5，4，4.5，5，6，7，8，9，10，12，14，16，20，……等。

现在，我们来测绘一个有关齿轮问题。

测绘齿轮时，先数出它的齿数Z和量出齿顶圆直径$D_{顶}$。若$Z=34$，$D_{顶}=180$，根据$D_{顶}=m(Z+2)$，就可以算出模数m，即$m=\frac{D_{顶}}{Z+2}=\frac{180}{34+2}=5$。如果算出来的模数和标准模数不一样，就要把计算得到的模数与标准模数比较，取最接近的标准模数作为模数，当模数确定后，可以算出

$d_{分}=mZ=5\times34=170$；

$D_{根}=m(Z-2.5)=5(34-2.5)=157.5$。

算出这些尺寸，再根据齿轮其它部分的尺寸就可画图，如图4—45。

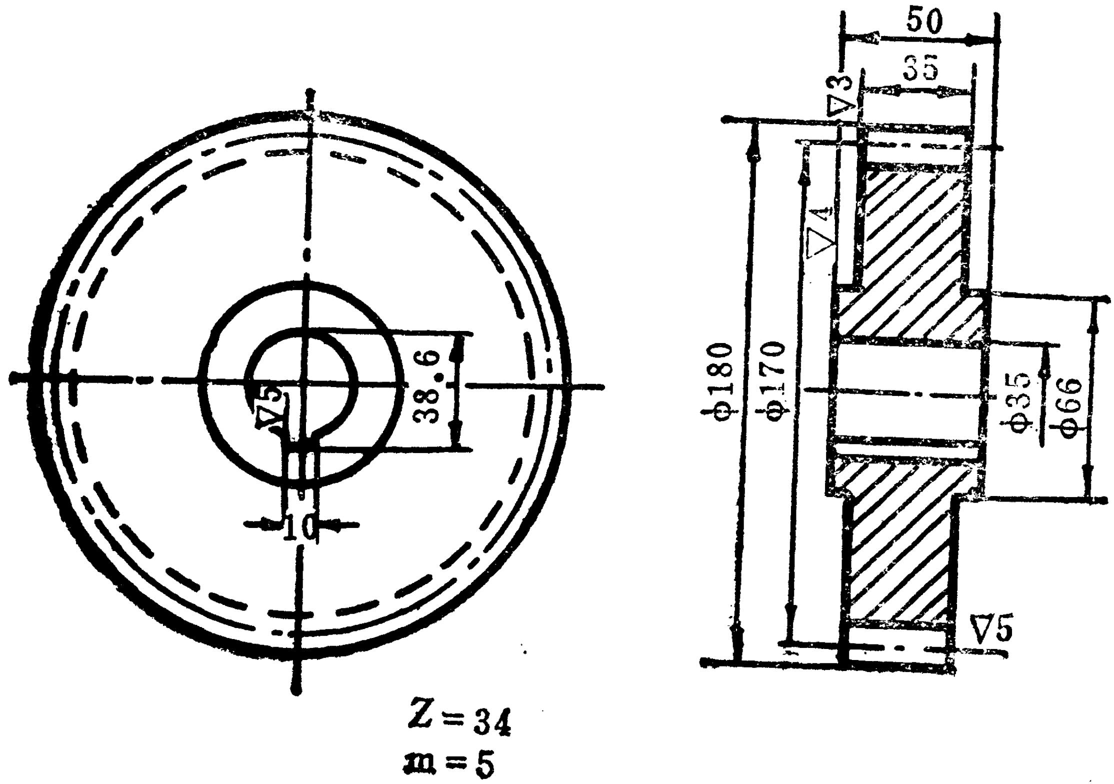


图4—45

第三章　看图基本知识

通过画图基本知识的学习，我们初步解决了如何根据不同的零件画出它的图样这个问题。但这还不够，在生产实践中，图样是指导生产的依据，怎样看懂图样呢？因不同的零件表达的图样也不一样，所以必须掌握根据具体图样进行具体分析这一主要方法，并在实践的基础上才能逐步解决看懂图样这一问题。

第一节　看图步骤

拿到一张零件图，怎样看懂它，是一个很重要的问题，通常我们采用以下步骤

（一）看清标题栏

拿到图纸后，首先看标题栏，了解零件的名称、材料、比例等。

其中材料项中有关“材料”牌号需要作简略介绍。

常用铸铁牌号，如 HT10—16；HT15—33。“HT”是灰铸铁代号，它后面的数字分别表示抗拉强度和抗弯强度的大小。

常用钢材牌号，A_1、A_2、……A_7是普通碳素钢的牌号。15、20、35、45、60、75，是普通含锰钢的牌号，如“45”表示平均含碳量为 0.45%。

（二）分析视图想象零件的形状

根据视图的排列位置，明确投影关系。特别是看剖视图要根据标注剖切位置，以便了解表达意图。然后进行形体分

析，想象出零件的形状。一般可转化为“分部分，想形状；合起来，想整体”的方法来实现。

“分部分，想形状”就是“化整为零”，把一个复杂的机件分为若干个简单的部分来分析，弄清各部分的形状结构。“合起来，想整体”，就是“化零为整”，在弄清各部分形状的基础上，进一步弄清各部分之间的相互位置关系。然后，综合各部分，想出零件的整体形状。实际上就是由全体到局部，再由局部到全部。

（三）通过尺寸，了解零件的形状大小

看零件图尺寸时，主要要了解三个主要方向的尺寸，明确尺寸基准。对一些特别尺寸要弄清它所表达的意图。还要考虑加工时应该留多大余量，那些尺寸应该由那些工种加工。

（四）弄清技术要求

因零件复杂程度不同，用途不同，所以工艺要求就不相同，技术要求也不一样。弄清技术要求，就能按技术要求进行加工。

看零件图时，我们虽然提出四个步骤，但并不是截然分开的，它们之间是有联系的，特别是二、三两个步骤，紧密结合较好。

第二节　看零件图举例

图纸的作用是便于组织、计划、统一制造和加工机械零件，使得加工出来的零件能符合于生产实际的需要。因此，在生产过程中就需要能看懂零件图。要看懂一张图纸，只从书本上学是不够的，还必须深入生产实际，拜工人为师，虚

心向他们学习，才能真正掌握这方面的知识。这里我们仅通过对几个图样的分析，介绍看图的一般方法。

例 1 如图 4—46是MF—66型磨粉机上吊罗架耳朵。

这个零件从标题栏知道它的名称是磨粉机上吊罗架耳朵。材料是 6 ×20扁钢，比例是 1∶1，就是说图上画的与实际的零件大小一样。

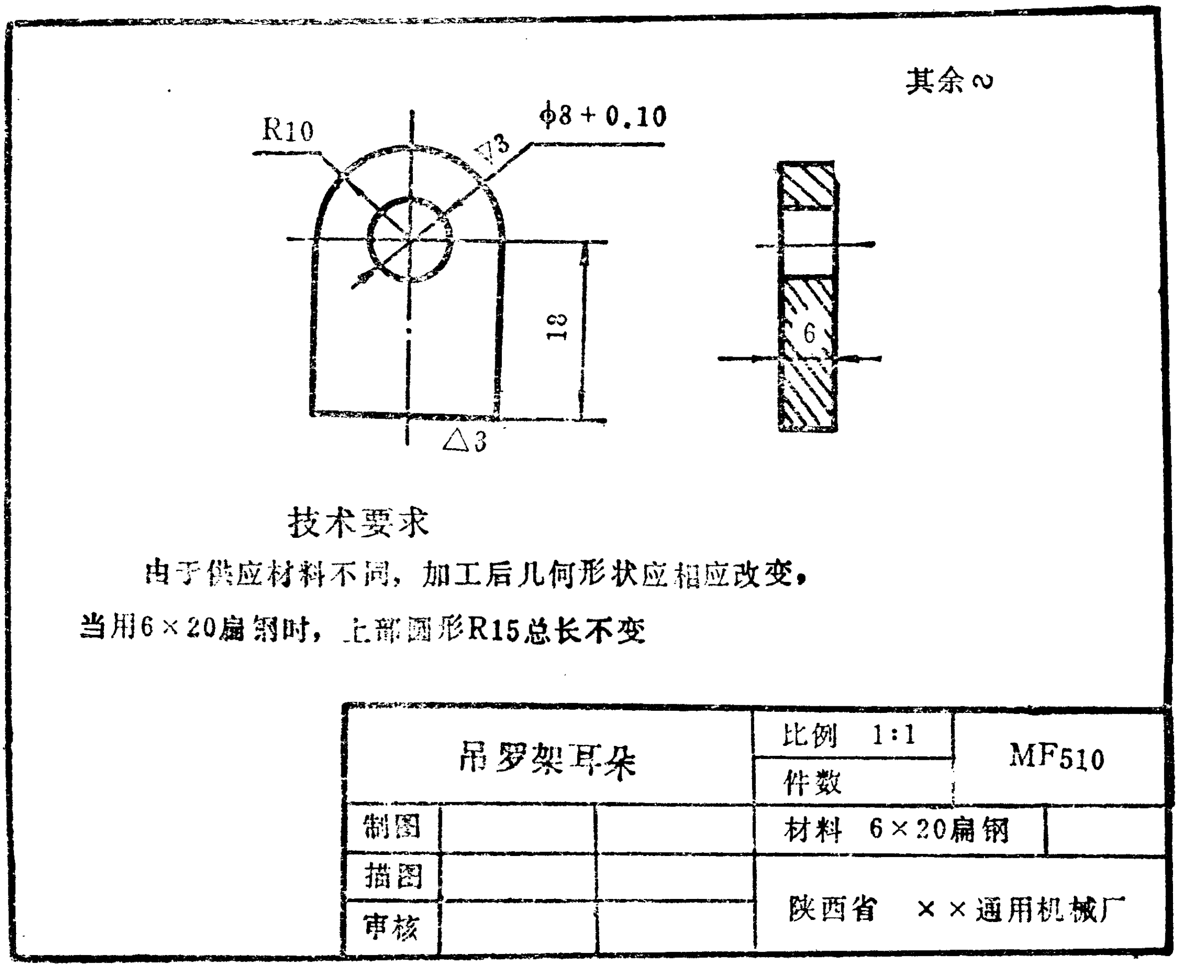


图 4—46

这张零件图上有主、左两个视图，且左视图采用全剖视，如何分析这两个视图，想象出它所表示的物体形状呢？从主视图来看，物体正面由 20×18 矩形和以 $R10$ 的半圆组成。再从左视图来看厚度为 6，且 $\Phi8^{+0.10}$为通孔。总起来看，

这个零件是由一个 $20\times18\times6$ 的长方体和以半径为 10，厚为6的半圆柱组成，在结合处有一个 $\Phi8^{+0.10}$ 的通孔。通过这样分析，我们就可将这个零件的立体图画出来，如图 4—47。

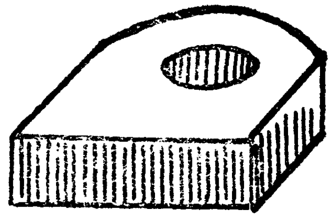


图 4—47

例 2 如图 4—48，是××机械制造厂生产的三吨拖车的前后轴头图。

这张零件图上有一个主视图，并为了了解其上的一个退刀槽和左端截面状况，以及右端的内部情况，有三个辅助图。

我们把它分成四个部分来看。

首先看轴的左端一段，它的断面 $C—C$ 剖面是一个被切去四角的类似长方形的线框，说明这一段是被削去四个棱的类似长方体。

其次我们再看四个不同直径 Φ75、Φ72、Φ70、Φ60 的圆柱体和一个大端直径为 60，小端直径为 50 的圆台体

再看直径为 50 的圆柱体，在它的右端有 $0.5\times45°$ 的倒角。

最后我们看 A 部和 B 部。A 部是放大图，也是一个剖视图，这个剖视图在对称轴纵轴的两边有两条粗实线，它对应着主视图上右边的两条虚线，这就说明在轴的右边有一直径为 6 的圆孔。另外在 A 部剖视图上，还可看出轴的右端有一锥形孔(加工中心孔)，它和轴右边通孔相贯，同时从主视图上可以看出这一段表面刻有螺纹，轴的右端有 $1.5\times45°$ 的倒角。B 部是放大图，使我们更清楚的看到宽为 3 的退刀槽这一部分的情况。通过上面的分析，我们就可以画出这个

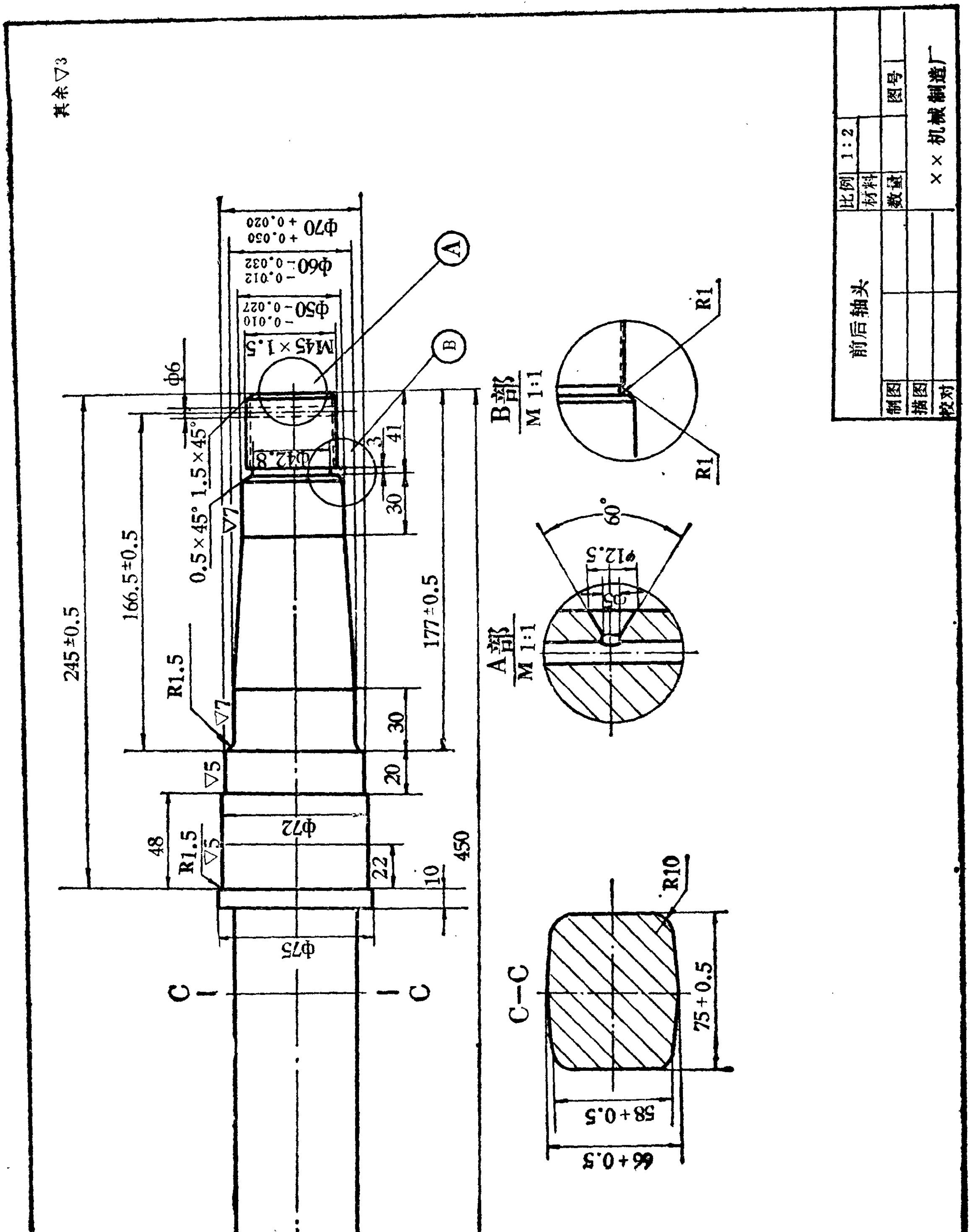


图 4 —48

轴的立体图，如图 4 —49。

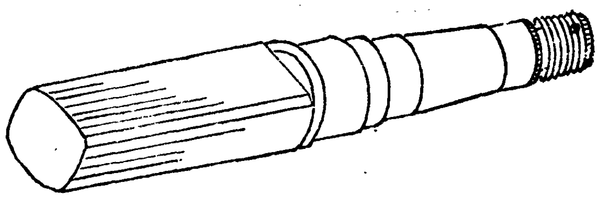


图 4 —49

例3 如图4—50是架子车内轴档的零件图。

首先，从这张图纸的标题栏我们知道，它是架子车上的内轴档，我们知道它的基本形状是圆形。然后再看主视图，它采取了半剖视的表达方法，说明图形是以中心线为对称的。

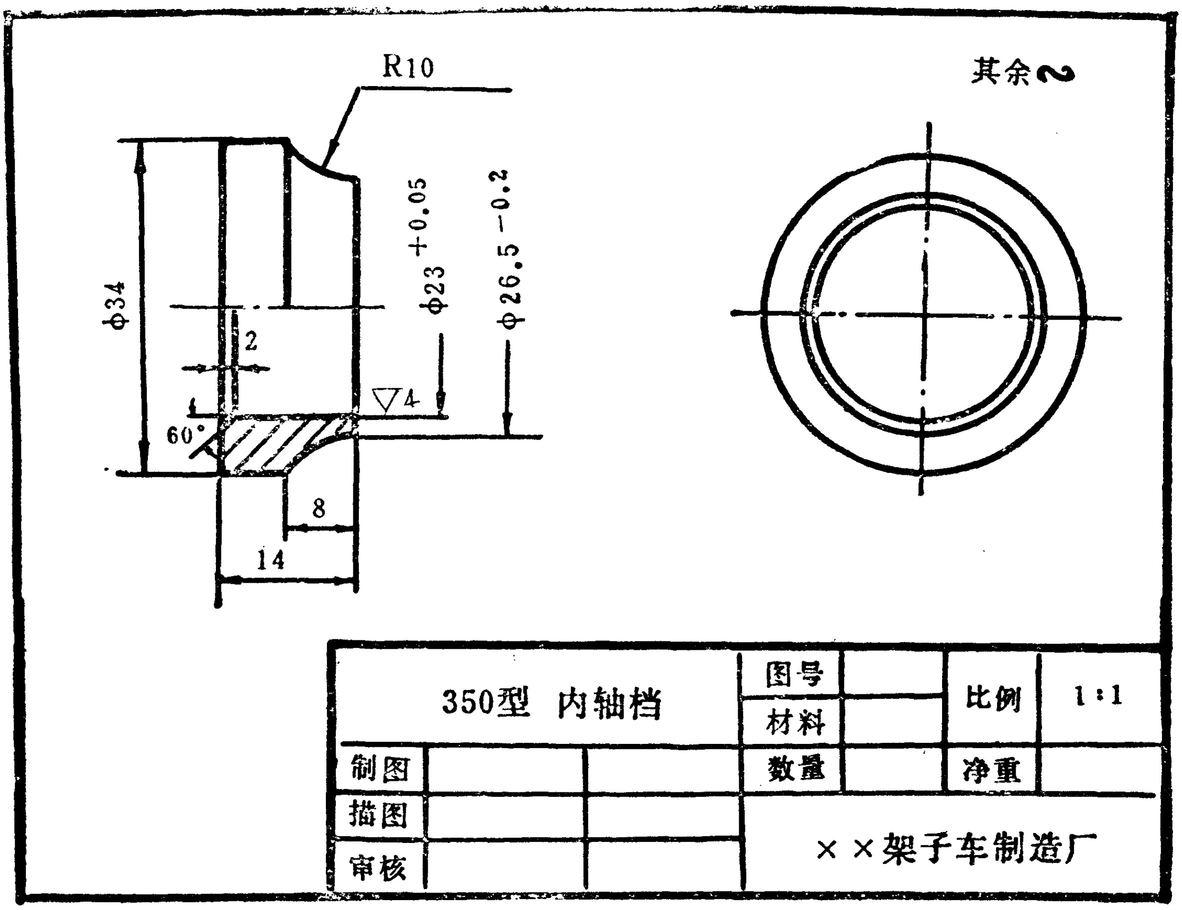


图 4 —50

其次，从主视图中的两个定型尺寸 Φ34，$\Phi 23^{+0.05}$ 和它们所依次对应的左视图中的两个同心圆（外边大圆和里边小圆），可以看出零件的外径是 34，内径是 $23^{+0.05}$。

再从主视图中，尺寸 $R10$ 和定型尺寸$\Phi 26.5^{-0.2}$ 以及它所对应的左视图中中间的一个圆，我们可以看出，零件右端

外棱被切削成半径为 10 的圆弧面，右端断面外径是 26.5 。

最后，从主视图左边的两个尺寸数 2 和 60°，我们可以看出零件左端内棱被削成 2 ×60° 的倒角。

从上面的分析，我们就可以想象出内轴档的形状，如图 4 —51。

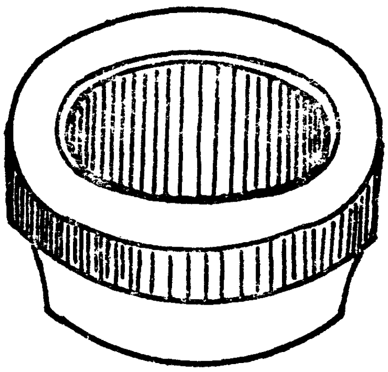


图 4 —51

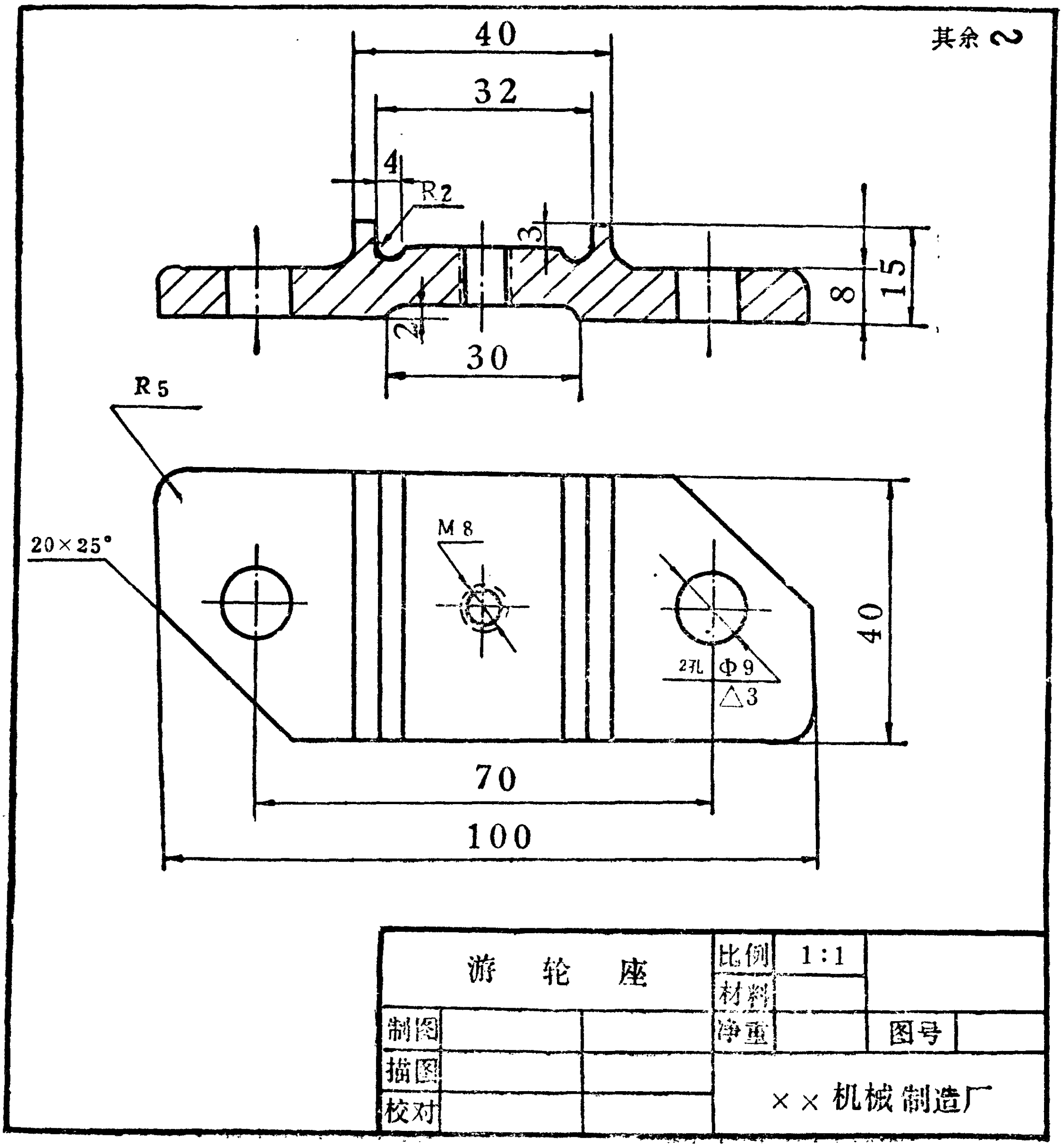


图 4 —52

例4 图4—52是××机械制造厂的脱粒机上的游轮座零件图。

从标题栏知，这个图的比例为1∶1。这个零件只有主、俯两个视图，主视图采取了全剖，表明了中间有一个$M8$的螺孔，还有两个对称的Φ9孔眼，俯视图可看作切去20×45°两个角的长方形。

结合主，俯视图，我们可以看出这个零件由两部分组成。底部可看作由100×40×8的长方体，且切去对称的两个倒角20×45°和两个对称的$R5$的圆角。在底部中间挖去一个30×2的通槽，中间是$M8$的螺孔，两边有Φ9的孔眼，如图4—53(甲)。

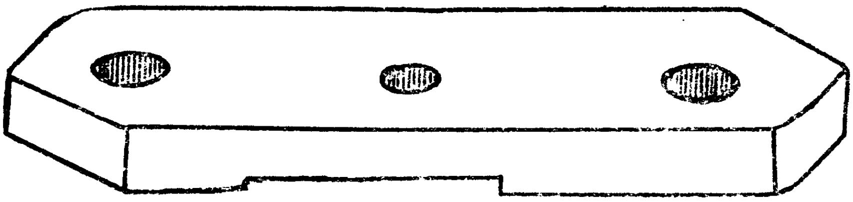


图4—53（甲）

另一部分可看作40×40×7的长方体，且中间挖去23×40×3长方体，又挖去了两个对称的深$R2$的圆槽，中间仍是$M8$的螺孔，如图4—53（乙）。

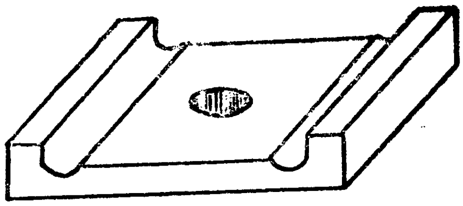


图4—53（乙）

根据以上分析，我们就可从局部想出整体来，这个零件图的立体图，如图4—54。

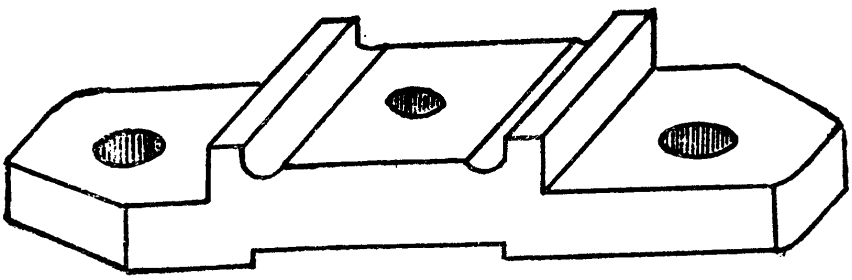
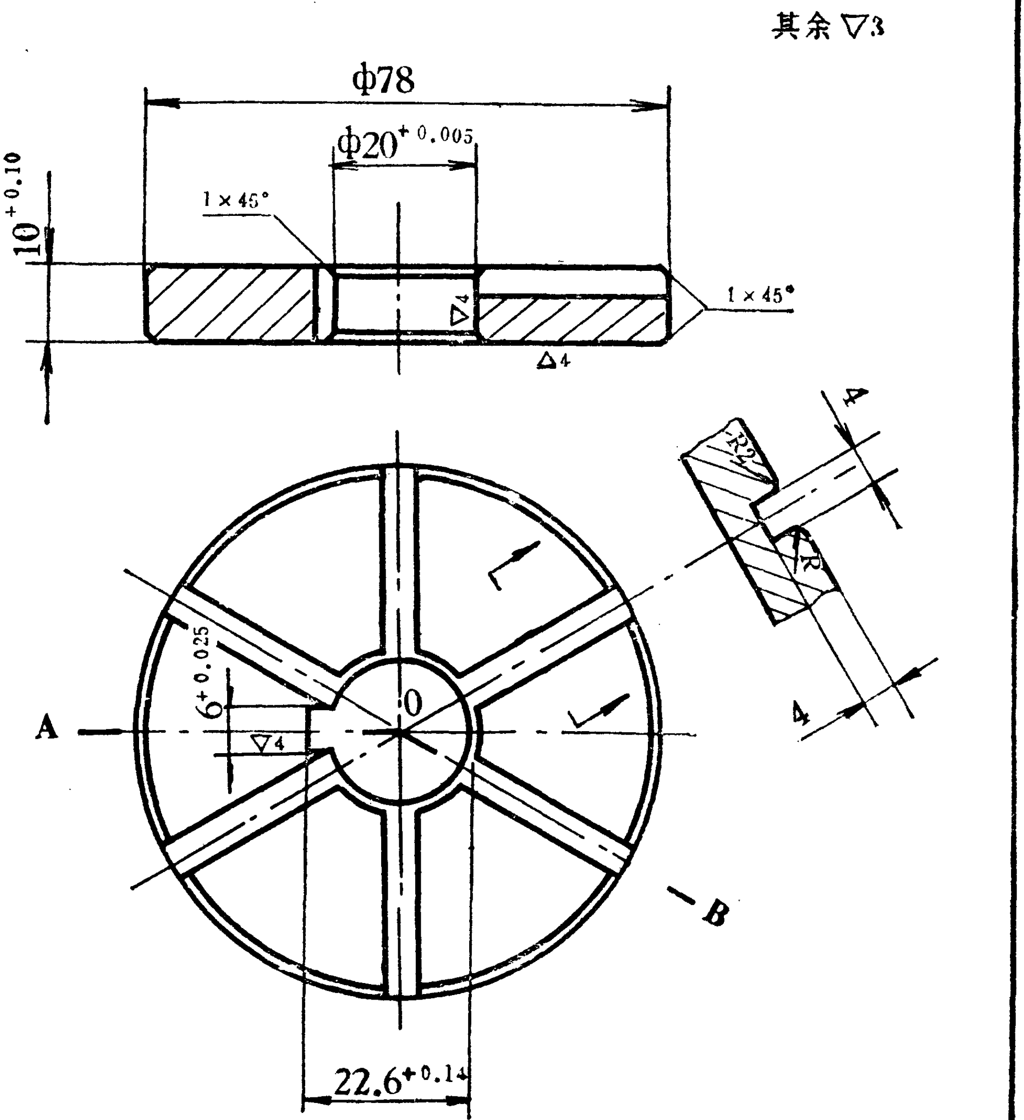


图4—54

关于图 4 —52光洁度标注，除 Φ 9 眼 孔是▽ 3 外，其余“∽”，即表示不加工。

例5 如图4—55是××农械厂生产的潜水电泵中的止推盘零件图。



止推盘			比例	1:1	图号	
			数量			
制图			材料			
描图			××农械厂			
校对						

图 4 —55

从图纸的标题栏我们知道这个零件的名称叫止推盘，比例为1：1。

这个零件用了两个视图来表示，即主视图和俯视图，还有一个辅助视图（也可看作斜剖视图）。从俯视图的厚切位置线 $A—O—B$，我们可知主视图采用了旋转剖视。从主、俯视图也可以明显看出这个零件是一个厚为10毫米，直径为78毫米的圆盘，且中间有一个带键槽的圆孔，还挖有六个通槽。为了表示这六个通槽的深度和宽度，特用辅助的视图表达，从图上可看出这六个通槽深4毫米，宽4毫米。

图上有三个配合尺寸，如 $6^{+0.025}$、$22.6^{+0.14}$、$\Phi 20^{+0.045}$，就其中 $6^{+0.025}$ 来说。6为键槽的宽度，$6^{+0.025}$（6.025）是这个键槽宽度的最大尺寸。

根据以上分析，我们即可画出这个零件图的立体图，如图4—56。

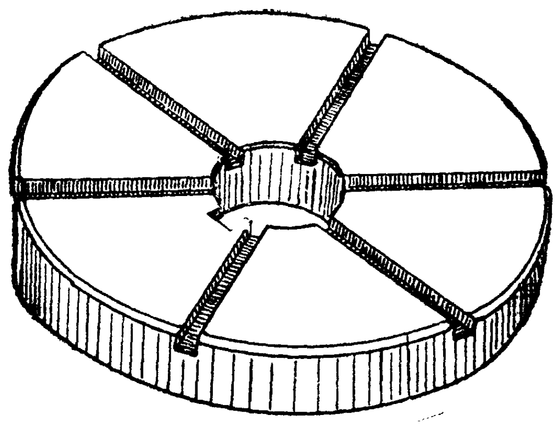


图4—56

五、线性规划

线性规划是解决物资调拨、作物布局等实际问题的一种数学方法，所谓“规划”就是分配、安排。由于这种方法所解决的实际问题反映在数学式子上都是线性的（即一次式）所以叫作线性规划。

1958年，在党的正确领导下，我国广大工农兵群众及一部分革命知识分子，推广运用线性规划这个科学的方法，取得了可喜的成绩。我国社会主义制度的无比优越性给线性规划的发展开辟了广阔的天地。只要我们以阶级斗争为纲，坚持党的基本路线，在三大革命运动中拜工农为师，认真调查研究，密切联系实际，就一定能使线性规划这一科学方法为“农业学大寨”普及大寨县服务。

我们通过具体实例介绍线性规划的基本方法。

第一章　图上作业法

图上作业法是我国东北地区粮食部门工作的同志在粮食调拨的过程中总结出来的。是解决物资调拨问题的一个好办法。所谓物资调拨，就是有许多地方需要运进某一种物资（以下简称收点），而另一些地方需要运出这一种物资（以下简称发点）。在满足供需的前提下，我们希望总的运费或总的吨公里（一吨物资运行一公里，叫做一个吨公里，是运输考核

的一个单位）最小。

从事于实际工作同志懂得，运输上有两个不合理现象，一个是对流，一个是迂回。所谓对流就是在同一段路线上有某种物资往返运输。例如，一方面把盐从天津运往南京，而另一方面又把盐从连云港经徐州运往济南。很明显，在徐州与济南之间的这一段路线上便出现了对流现象（图5—1）。再看迂回，在成圈的道路上，一般地从一个发点到另一个发点有两条道路可走，一条是小半圈，一条是大半圈。如果运输物资不是走小半圈，而走了大半圈（如图5—2），不是

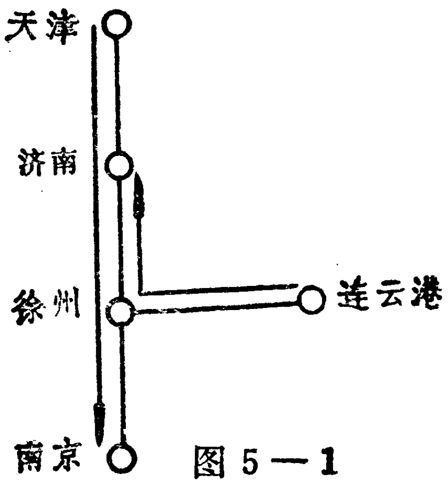


图5—1

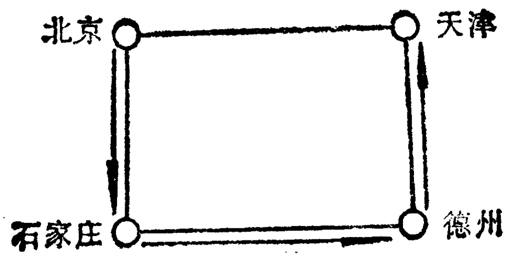


图5—2

直接从北京到天津，而是从北京经过石家庄、德州再到天津，便是迂回了。

这两种运输都不符合伟大领袖毛主席要“节约闹革命”的教导。图上作业法就是为了避免这两个不合理现象而总结出来的。

第一节　道路不成圈的情况

例1　有一次，咸阳、渭南、三原、铜川需要某一种物资，分别要80、10、30、50吨，而宝鸡、蔡家坡、西安、富

平有这种物资，分别有50、20、30、70吨，问如何调拨使这次运输的吨公里最少？（应该注意，总收量和总发量是相等的，都是170吨）

下面我们就用图上作业法解决这个问题。

第一步　画　图

图上作业法就是要把解决的问题的简单交通图画出来，然后在其上进行分配与调整，最后得出最好的方案来。为了方便，我们把收点发点都用一个小圆圈表示，发量用正数表示，收量用负数表示，都写在小圆圈的里边。这个实际的简单交通图示意如下

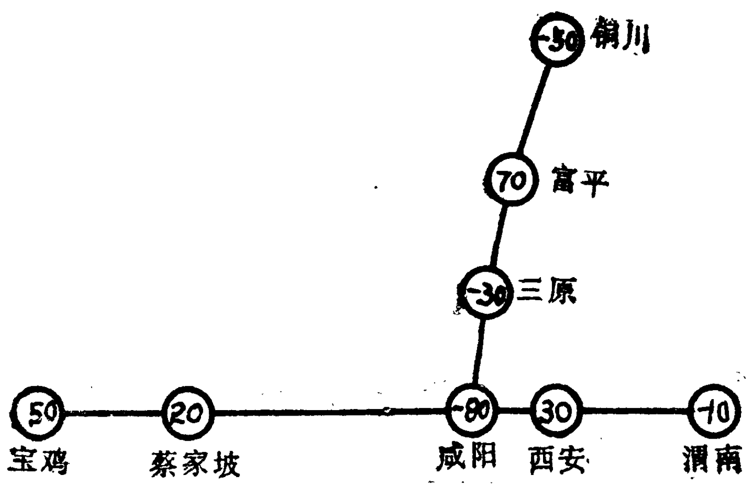


图 5—3

于是我们就在这个交通图上进行分配与调整。

第二步　分　配

在交通图上分配，就是画流向，所谓流向就是物资的来路去向，我们用箭头来表示，根据交通习惯，箭头统一画在道路的右旁，调运量写在箭头的旁边。由于上边交通图不成圈，不会有迂回发生，故只需避免对流即可，为此，先从端点开始，就近调拨。这里，宝鸡、铜川、渭南是端点，先解

决它们的供需问题。

宝鸡50吨，蔡家坡20吨，共70吨运往咸阳。西安30吨，运往渭南10吨，运往咸阳10吨，运往三原10吨。富平70吨。运往铜川50吨，运往三原20吨。

这样我们就得到一个流向图。

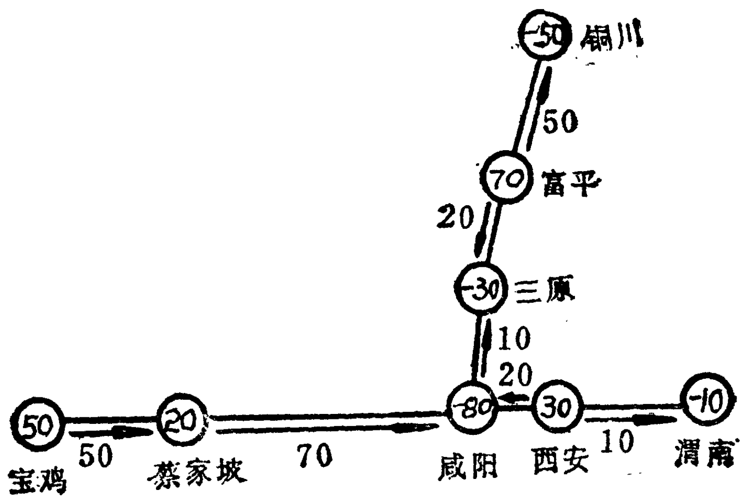


图5—4

由于没有对流，所以这个分配是最好的。把它用表写出来就是

收点 发点	咸阳	渭南	三原	铜川	发量（吨）
宝鸡	50				50
蔡家坡	20				20
西安	10	10	10		30
富平			20	50	70
收量（吨）	80	10	30	50	170

按此调运方案运行的吨公里为

$50\times135+20\times90+10\times25+10\times50+10\times60+20\times35+50\times45=12,850$（吨公里）

但是，根据这个流向图还可以写出另外一种调运方案：

发点＼收点	咸阳	渭南	三原	铜川	发量（吨）
宝鸡	45		5		50
蔡家坡	15		5		20
西安	20	10			30
富平			20	50	70
收量（吨）	80	10	30	50	170

显然此调运方案总的吨公里还是12,850。

由此可以看出，相同的流向图可以有不同调运方案，这样就给我们提供了选择的余地。

第二节　道路成圈的情况

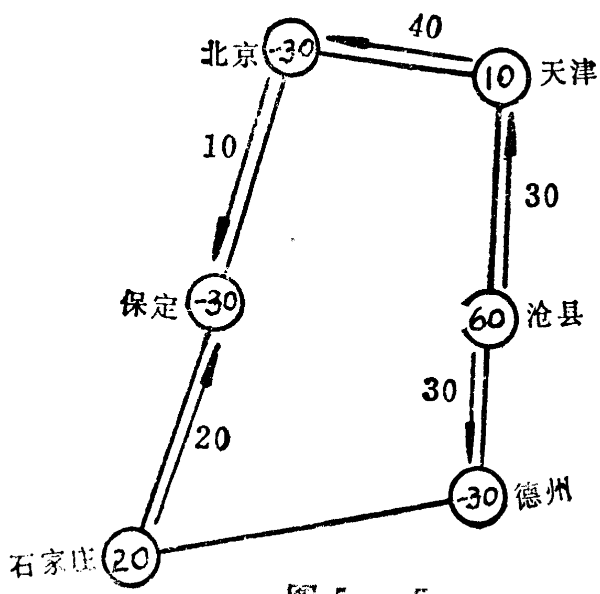


图 5—5

例 2　我国首都地区有一个粮食调拨问题，天津、石家庄、沧县分别有粮食10、20、60吨，而北京、保定、德州均需要30吨，问如何调拨使得总的吨公里最小？

第一步　画　图

道路旁边的数字表示里程。

第二步　分　配

为了避免对流，我们把石家庄的运往德州 20 吨。沧县的运往德州 10 吨；运往天津方面 50 吨。从天津再运往北京 30 吨、保定 30 吨。

这样，我们就得到一个没有对流的流向图：

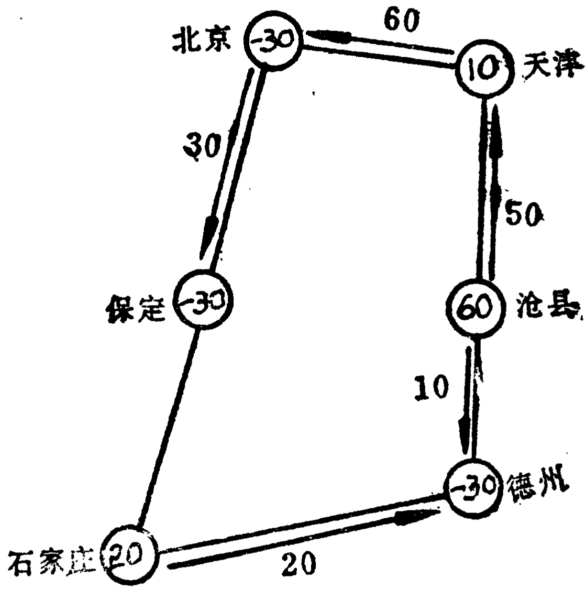


图 5 — 6

计算总的吨公里

$20\times181+10\times90+50\times124+60\times108+30\times135$

$=21,250$（吨公里）。

这个方案对流避免了，但是否有迂回呢？这就需要进行计算一下。

第三步　检　验

对于这种成圈的情况，检验的标准是：只要它的流向图上内圈长和外圈长都小于或等于整个圈长的一半，那么，就说明避免了迂回。

所谓圈长是指整个圈上的里程之和。外圈长是指圈外边所有流向的里程之和，内圈长是指圈里边所有流向的里程之和。

如上例中　圈长 $=108+135+131+181+90+124$

$=769$（公里），

外圈 $=108+124+181+135$

$=548$（公里），

内圈 $=90$（公里）。

因为外圈长大于总圈长的一半（384.5），所以此方案不

是最好的，需要进行调整。

第四步　调　整

调整原则：外圈长缩外圈，内圈长缩内圈。

上面的方案是外圈长，我们就缩外圈。怎样缩呢？首先，在外圈上看哪个流量最小，是石家庄——德州上的流量20最小，那么，就在外圈各流量上都减去20，相应地在内圈各流量上都加上20，经过调整，我们就有

计算总的吨公里：

$20\times131+10\times135+40\times108+30\times124+30\times90$

$=14,710$(吨公里)。

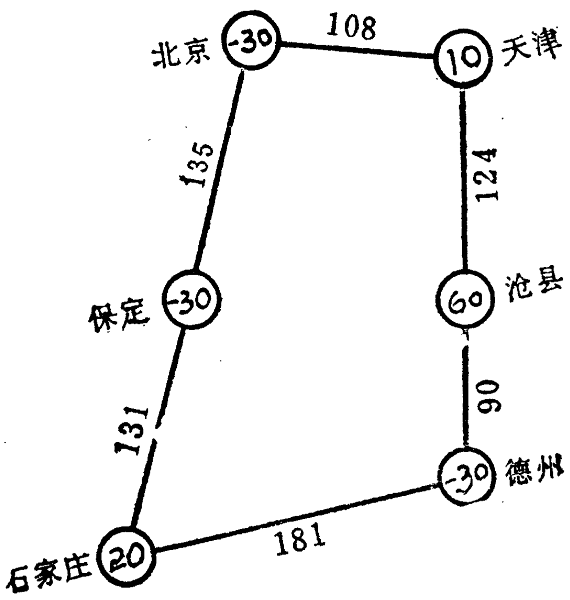


图 5—7

和初始方案相比较，吨公里数减少了6540吨公里，但调整后方案是否最好，还要进行检验。这时

外圈 $=135+108+124$

$=367$(公里)，

内圈 $=131+90$

$=221$(公里)。

因为外圈和内圈长都不

收点 发点	北京	保定	德州	发量(吨)
天津	10			10
石家庄		20		20
沧县	20	10	30	60
收量(吨)	30	30	30	90

超过整个圈长的一半，所以这个方案是最好的。把这个流向图的调运方案写出来：

注意：上边例2的交通图是一个圈的情况。另外还有一种有圈又有支线的路线情况，如下图

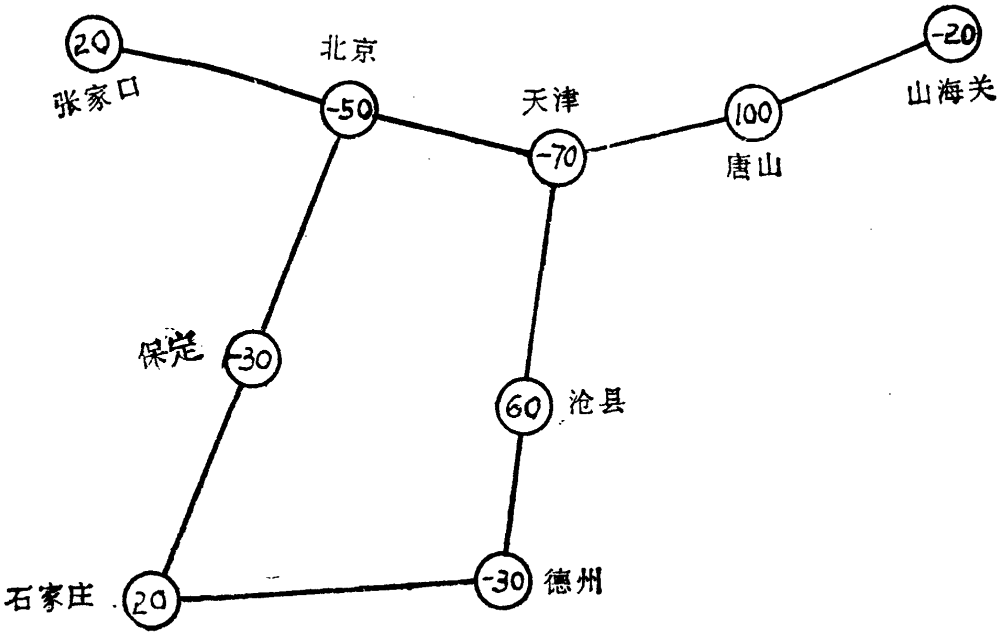


图 5 — 8

遇到这种情况，我们先满足支线上的供需要求，就剩下一个圈了，然后再按照成圈路线的办法制订圈上的方案。

将以上交通图——圈状且带有支线，经消除支线后，即得以下圈状图

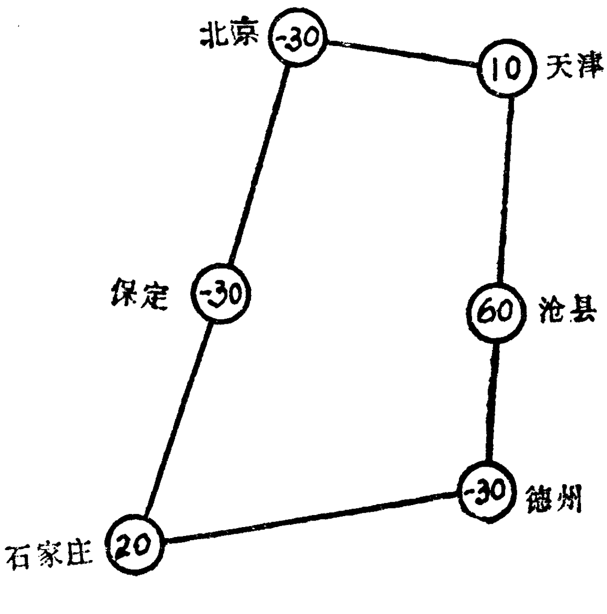


图 5 — 9

以上介绍交通图的几种情况：没有圈、一个圈、一个圈且带有支线的。在图上作业是比较简单容易的。但是

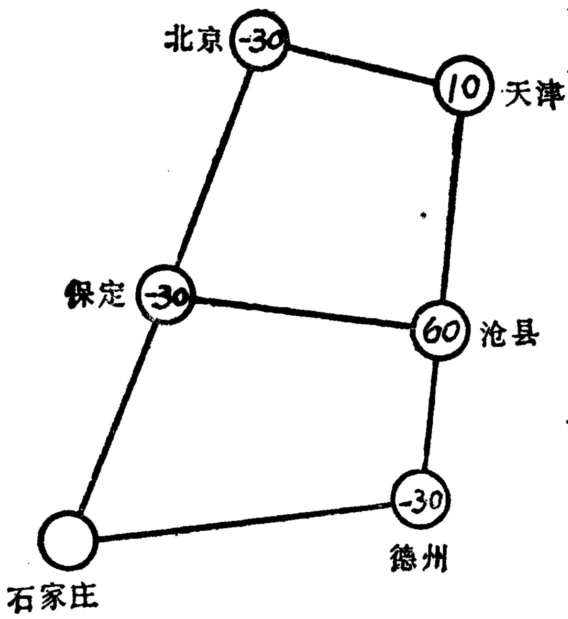


图 5—10

在实际物资调运过程中，往往还会遇到交通图是几个圈的情况，比如前边图 5—7 中，如果保定与沧县间有路可走，这时这个图中便是有三个圈的情形。

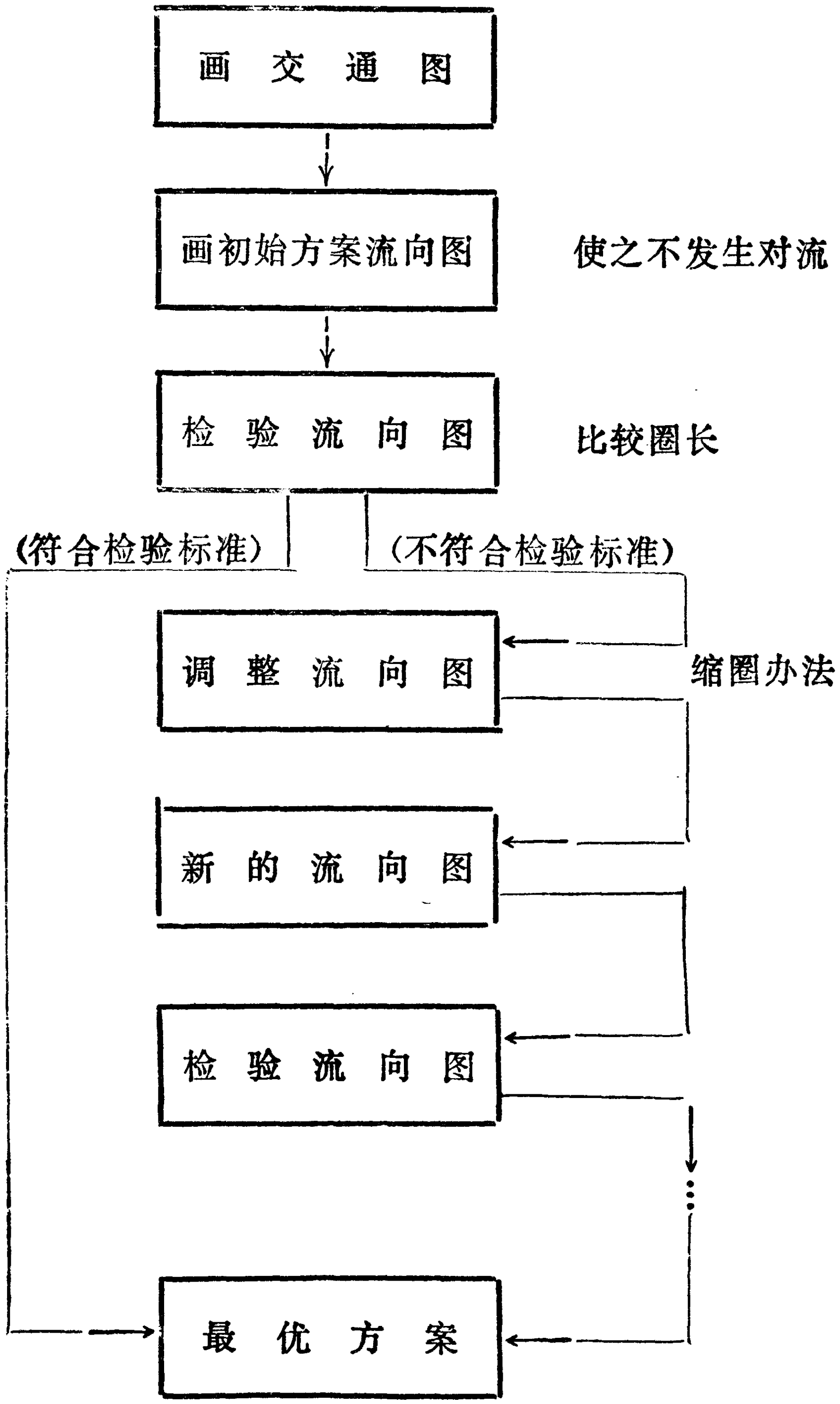
对这种情况，首先弄清是几个圈，然后再按成圈路线的办法来分配。检验时要特别注意，对于每一个圈来说都得逐一进行检验。调整一个圈后，对于其他几个圈来说，还得重新进行检验。因为其他几个圈可能还会发生变化。

总结图上作业法，可用以下四句话来概括：

流向画右旁，对流不应当；

内圈和外圈，不过半圈长。

图上作业法步骤示意图



第二章　表上作业法

图上作业法的优点是方法简单，便于计算，易于掌握。

但对于点多面广，道路复杂的情况却远远不能适应，把交通图一画，圈圈较多，光检验一项就得用很长时间，而我们的方案有时却往往要在很短的时间内制订出来，这就产生了一个矛盾。

比如，某城市有一个建筑公司，承担了四个工地的基建任务，现在要由这个公司的三个仓库向四个工地调运水泥，其交通图如下

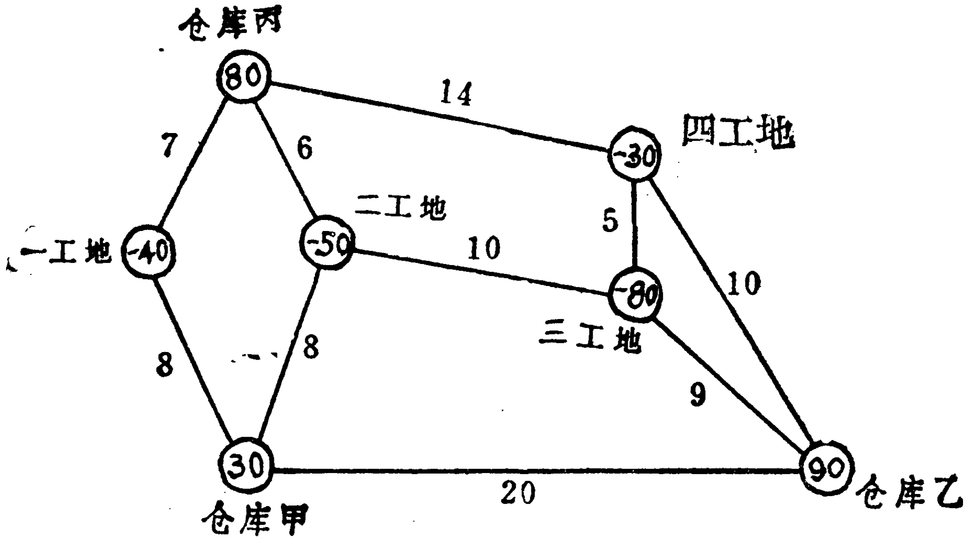


图 5—11

我们从图中可以看出，水泥的总收量和总发量都是200吨，我们数一下，光圈就有14个。为了解决这一矛盾，我国从事实际工作的同志本着“洋为中用”的原则，坚持实践，改进了国外的方法，叫表上作业法，表上作业法就是在表上进行分配与调整。图上作业法圈一多就容易乱，而表上作业法则规律性强。

我们就上面提出的这个问题介绍表上作业法。

第一节　方法步骤的介绍

第一步　制　表

先列一个里程表（或运价表），就是把各收点、发点间的里程都列出来。

里程表　　单位：公里

工地 / 仓库	一	二	三	四
甲	8	8	18	23
乙	28	19	9	10
丙	7	6	16	14

再列一个表：

（表一）　　　　单位：吨

工地 / 仓库	一	二	三	四	发量
甲					30
乙					90
丙					80
收　量	40	50	80	30	200

表上作业法就是在这样的表上进行调运方案的制订工作。

在这个表中我们把横排叫行，纵排叫列。最右边一列的三个数字（30、90、80）是三个仓库的发量；最下边一行的四个数字（40、50、80、30）是四个工地的收量。应当注意总收量和总发量都是200，写在上表中最右下角那个格子里。

第二步　分配（最小元素法）

分配就是制订一个初始方案。图上作业开始分配时为了避免对流，必须就近调拨。反映在表上作业就是看里程表中哪个数字最小，就先向哪里分配。在里程表中 6 最小，就是说仓库丙到二工地距离最近，那么，便由仓库丙给二工地调拨。仓库丙有水泥 80 吨，而二工地需要 50 吨，所以完全由仓库丙运去，那么在表一中第三行第二列那个格子内填 50

（表二）　　　　　　　单位：吨

工地 / 仓库	一	二	三	四	发量
甲					30
乙					90
丙		50			80
收　　量	40	50	80	30	200

因为二工地已经够了，不再考虑三个仓库给它运不运的

单位：公里

工地 / 仓库	一	二	三	四
甲	8	8	18	23
乙	28	19	9	10
丙	7	6	16	14

问题了，所以各仓库到二工地的里程对下边的分配不起作用了，就把里程表中的第二列划去。现在，再看没有划去的数哪个最小。7 最小，那么，再由仓库丙给一工地运。一工地需要 40 吨，而仓库丙只有 30 吨（因为已把 50 吨运给二工地了），所以把这 30 吨运给一工地，便在表二中第三行第一列的格子内填 30

（表三）　　　　　　单位：吨

工地 仓库	一	二	三	四	发量
甲					30
乙					90
丙	30	50			80
收量	40	50	80	30	200

因为仓库丙的 80 吨已全部运完了，不再考虑仓库丙向外调运的问题，所以在里程表中再把第三行划去。在未划去的

单位：公里

工地 仓库	一	二	三	四
甲	8	8	18	23
乙	28	19	9	10
丙	7	6	16	14

数字中8最小，便由仓库甲给一工地运，但一工地现在只要10吨（前面已由仓库丙运去了30吨），所以在表三中第一行第一列的格子内填10。

（表四）　　　　　　单位：吨

工地 / 仓库	一	二	三	四	发量
甲	10				30
乙					90
丙	30	50			80
收　　量	40	50	80	30	200

因一工地已够了，所以在里程表中再把第一列划去。

单位：公里

工地 / 仓库	一	二	三	四
甲	8	8	18	23
乙	28	19	9	10
丙	7	6	6	15

未划去的数中9最小，便由仓库乙给三工地去运，在表四中第二行第三列的格子内填80

（表五）　　　　　　单位：吨

仓库＼工地	一	二	三	四	发量
甲	10				30
乙			80		90
丙	30	50			80
收　量	40	50	80	30	200

三工地已够了，所以再把里程表第三列划去。

单位：公里

仓库＼工地	一	二	三	四
甲	8	8	18	23
乙	28	19	9	10
丙	7	6	16	14

最后，把仓库甲的20吨，仓库乙的10吨都运到四工地，这样我们便分配完毕，得到了第一个方案：

（表六）　　　　　　　　单位：吨

仓库＼工地	一	二	三	四	发量
甲	10			20	30
乙			80	10	90
丙	30	50			80
收　　量	40	50	80	30	200

这个方案总的吨公里为1870。

这个方案是否最好呢？还要检验一下。

第三步　检　验

从图上作业法知，如果流向图中每一个圈的内圈和外圈的长都小于或等于整个圈长一半的话，这个方案就是最好的。这一规律反映到表上，就是方案中每一个空格（没有填数的格子）的检验数都不是负数时，这个方案就是最好的。

检验数怎么求？下边就说它的求法：

在里程表（或运价表）中，把对应方案中有数的里程圈起来。

仓库＼工地	一	二	三	四
甲	⑧	8	18	㉓
乙	28	19	⑨	⑩
丙	⑦	⑥	16	14

在其中，再用“给某一行(或列)同加一个数”的办法，设法把圈内的数都化为0。比如给第一行加-8，则把第一行第一列的数化为0（注意：原来的圈还要画上）。

⓪	0	10	⑮
28	19	⑨	⑩
⑦	⑥	16	14

再给第四列加-15，则把第一行第四列的数化为0。

⓪	0	10	⓪
28	19	⑨	(-5)
⑦	⑥	16	-1

再给第二行加5，

⓪	0	10	⓪
33	24	⑭	⓪
⑦	⑥	16	-1

再给第三列加-14，

⓪	0	-4	⓪
33	24	⓪	⓪
⑦	⑥	2	-1

再给第三行加-7，

⓪	0	-4	⓪
33	24	⓪	⓪
⓪	-1	-5	-8

最后给第二列加1。

⓪	1	-4	⓪
33	25	⓪	⓪
⓪	⓪	-5	-8

于是我们便把所有圈内的数都化为0了。这样的表

0	1	-4	0
33	25	0	0
0	0	-5	-8

叫做给出方案的检验数表。因为有负数出现，所以这个方案就需要调整。

第四步　调整（闭迴路法）

图上作业时，如果分配不符合检验标准时，就得调整，外圈长缩外圈，内圈长缩内圈，反映在表上就是利用方案中负检验数所对应的空格的闭迴路来调整（当负检验数不止一个时，一般我们选取其绝对值最大的来进行调整）。

我们先说什么是一个空格的闭迴路，就是在方案中，从这个空格出发横着或竖着画箭头，遇到适当的数就拐弯，最后回到原来的空格。这些箭头组成的这个封闭路线，就叫做这个空格的闭迴路。

以上边方案第三行第四列的空格为例，从这个空格出发向左画箭头，到第三行第一列的 30 就拐弯，向上画箭头，到第一行第一列的 10 后向右拐，到第一行第四列的 20 再向下拐，便回到原来的空格。这样，便得出这个空格的闭迴路。把闭迴

仓库＼工地	一	二	三	四	发量
甲	10			20	30
乙			80	10	90
丙	30	50			80
收　　量	40	50	80	30	200

路上开始的格子叫做第一个拐点，按箭头的方向往下数，第

一、三……拐点叫做单拐点，第二、四……拐点叫做双拐点。

现在说怎么调整，在初始方案中作出一个检验数是负数的空格的闭迴路，然后在各双拐点上减去双拐点上的最小数，而在各单拐点上都加上这个最小数（这个最小数相当于图上作业法中进行调整时那个最小流量）。

以检验数为-8的第三行第四列的空格为例，双拐点上最小数是20，那么就在各双拐点上都减去20，而在各单拐点上都加上20，这样我们便得到了第二个方案：

工地 仓库	一	二	三	四	发量
甲	30				30
乙			80	10	90
丙	10	50		20	80
收量	40	50	80	30	200

这个方案的吨公里为1710。比第一个方案少了160吨公里。但是否最好呢？再用第三步的办法检验。现在检验不需要从里程表开始，可直接从第一方案的检验数表开始，把相当第二方案中有数的地方圈起来。

工地 仓库	一	二	三	四
甲	0	1	-4	0
乙	33	25	0	0
丙	0	0	-5	-8

给第四列加 8，

⓪	1	-4	8
33	25	⓪	⑧
⓪	⓪	-5	⓪

给第二行加 - 8，

⓪	1	-4	8
25	17	(-8)	⓪
⓪	⓪	-5	⓪

再给第三列加 8 。

⓪	1	4	8
25	17	⓪	⓪
⓪	⓪	3	⓪

这样我们便把所有带圈的数都化为 0 了。因为在检验数中没有负数出现，所以，这个方案是最好的。

例 1 某生产队在夏种时，计划种玉米 120 亩，谷子 8 亩，大豆 20 亩，红苕 15 亩，根据以往经验，这四种作物在各类地上的亩产估计如下（红苕是按 5 斤折 1 斤粮食计算，表中红苕亩产为折粮食数）。

单位：斤

亩产 土地类别 / 作物名称	一	二	三
玉米	860	700	530
谷子	350	250	200
大豆	400	300	250
红苕	800	720	650

这个生产队一、二、三类地分别为56、43、64亩，如何布局使得总产量最高？

不同的矛盾，只有用不同的方法才能解决。前面介绍的表上作业法，是以物资调运为例，要求运行的吨公里数最小，所以在分配时就是看里程表中哪个数字最小，就先向哪里分配。而对于产量问题，则要求产量最高，在分配时要先选最大数，这时只要把亩产数前面分别加"—"号，就可用前面讲过的最小元素法去解决。

第一步　制　表

（表一）**平衡表**　单位：亩

土地类别 / 作物名称	一	二	三	计划亩数
玉米				120
谷子				8
大豆				20
红苕				15
土地面积	56	43	64	163

亩产表　单位：斤

土地类别 / 作物名称	一	二	三
玉米	-860	-700	-530
谷子	-350	-250	-200
大豆	-400	-300	-250
红苕	-800	-720	-650

第二步 分 配

在亩产表中，-800 最小，也就是说一类地种玉米产量最高，把 56 亩一类地全部种玉米，在亩产表中划去第一列。在未划去的亩产数中，-720 最小，所以，把 15 亩二类地全部种红苕。在亩产表中划去第四行。在未划去的亩产数中，-700最小，

（表二）

土地类别 / 作物名称	一	二	三	计划亩数
玉　米	56			120
谷　子				8
大　豆				20
红　苕				15
土地面积	56	43	64	163

土地类别 / 作物名称	一	二	三
玉　米	-360	-700	-530
谷　子	-350	-250	-200
大　豆	-400	-300	-250
红　苕	-800	-720	-650

表（三）

土地类别 / 作物名称	一	二	三	计划亩数
玉　米	56			120
谷　子				8
大　豆				20
红　苕		15		15
土地面积	56	43	64	163

土地类别 / 作物名称	一	二	三
玉　米	-860	-700	-530
谷　子	-350	-250	-200
大　豆	-400	-300	-250
红　苕	-800	-720	-650

所以，把剩余的23亩二类地种玉米，在亩产表中划去第二列。

（表四）

土地类别／作物名称	一	二	三	计划亩数
玉　米	56	28		120
谷　子				8
大　豆				20
红　苕		15		15
土地面积	56	43	64	163

土地类别／作物名称	一	二	三
玉　米	-860	-700	-530
谷　子	-350	-250	-200
大　豆	-400	-300	-250
红　苕	-300	-720	-650

在未划去的亩产数中，-530最小，三类地种玉米36亩

（表五）

土地类别／作物名称	一	二	三	计划亩数
玉　米	56	28	36	120
谷　子				8
大　豆				20
红　苕		15		15
土地面积	56	43	64	163

土地类别／作物名称	一	二	三
玉　米	-860	-700	-560
谷　子	-350	-250	-200
大　豆	-400	-300	-250
红　苕	-800	-720	-650

就可完成计划亩数 120 亩，在亩产表中划去第一行。三类地剩 28 亩，3 亩种谷子，20 亩种大豆。这时分配完毕，得初始方案，并在亩产表中划去第三列。

（表六）**初始方案**

土地类别／作物名称	一	二	三	计划亩数
玉　米	56	28	36	120
谷　子			8	8
大　豆			20	20
红　苕		15		15
土地面积	56	43	64	168

土地类别／作物名称	一	二	三
玉　米	-860	-760	-530
谷　子	-350	-250	-200
大　豆	-400	-300	-250
红　苕	-800	-720	-650

第三步　检　验

在亩产表中，把相应初始方案中有数的地方圈起来。再

-860	-700	-530
-350	-250	-200
-400	-300	-250
-800	-720	650

用某一行（或列）同加一个数的办法，把带圈的数都化为0（读者可自己进行计算）。因为有负数出现，所以这个方案

◎	◎	◎
180	120	◎
180	120	◎
80	◎	-100

就不是最好的，需要进行调整。

第四步 调 整

在初始方案中，以检验数为-100的第四行第三列的空格作闭迴路。

（表七）

土地类别 / 作物名称	一	二	三	计划亩数
玉 米	56	28	36	120
谷 子			8	8
大 豆			20	20
红 苕		15		15
土地面积	56	43	64	162

调整后，得第二方案：

（表八）

土地类别 作物名称	一	二	三	计划亩费
玉　　米	56	43	21	120
谷　　子			8	8
大　　豆			20	20
红　　苕			15	15
土地面积	56	43	64	163

在初始方案的检验数表中，把相当第二方案中有数的地方圈起来。

◎	◎	◎
180	120	◎
180	120	◎
80	0	-100

把带圈的数都为0。

◎	◎	◎
180	120	◎
180	120	◎
180	100	◎

因为检验表中无负数出现，所以上面的方案是最好的。

第二节　退化情形的处理

在我们采用表上作业法解决具体问题时，有时会出现这样的情况，利用负检验数所对应的空格调整时形不成闭迴路，这种情况叫做退化情形。

例如，有一批支农物资要由三个仓库A_1、A_2、A_3调运到五个公社B_1、B_2、B_3、B_4、B_5去，调运量、需要量及单位运价如下表：

（表一）**平衡表**　单位：吨

仓库＼公社	B1	B2	B3	B4	B5	调运量
A1						7
A2						4
A3						7
需要量	3	4	3	5	3	18

运价表　单位：元

仓库＼公社	B1	B2	B3	B4	B5
A1	10	10	5	9	10
A2	2	15	8	13	6
A3	1	20	8	12	4

如何分配，使得总的运费最省？

在作业过程中，遇到这样一个方案：

（表二）

仓库＼公社	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	调运量
A_1		4	3			7
A_2				4		4
A_3	3			1	3	7
需要量	3	4	3	5	3	18

它的检验数表为

9	◎	◎	-3	6
0	4	2	◎	1
◎	10	3	◎	◎

因为有负检验数出现，故上面的方案不是最好的，需要进行调整。但是负检验数所对应方案中的空格形不成闭迴路，怎么办？就是把这个空格补一个“0”，把这个“0”当作非零数看待（即可以当拐点）再来检验这一方案是否最好。如对-3所对应的空格补一个“0”

（表三）

仓库＼公社	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	调运量
A_1		4	3	0		7
A_2				4		4
A_3	3			1	3	7
需要量	3	4	3	5	3	18

在方案（表二）的检验数表中，把相应方案（表三）中有数及补上这个“0”的地方圈起来。

9	⓪	⓪	-3	6
0	4	2	⓪	1
⓪	10	3	⓪	⓪

把带圈的数都化为0。

12	⓪	⓪	⓪	9
0	1	-1	⓪	1
⓪	7	0	⓪	⓪

因为有负数出现，故方案不是最好的，需要调整。在方案（表三）中作-1对应空格的闭迴路。

（表四）

公社 / 仓库	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	调运量
A_1		4	3	0		7
A_2				4		4
A_3	3			1	3	7
需要量	3	4	3	5	3	18

调整后，得方案（表五）：

（表五）

仓库＼公社	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	调运量
A_1		4		3		7
A_2			3	1		4
A_3	3			1	3	7
需要量	3	4	3	5	3	18

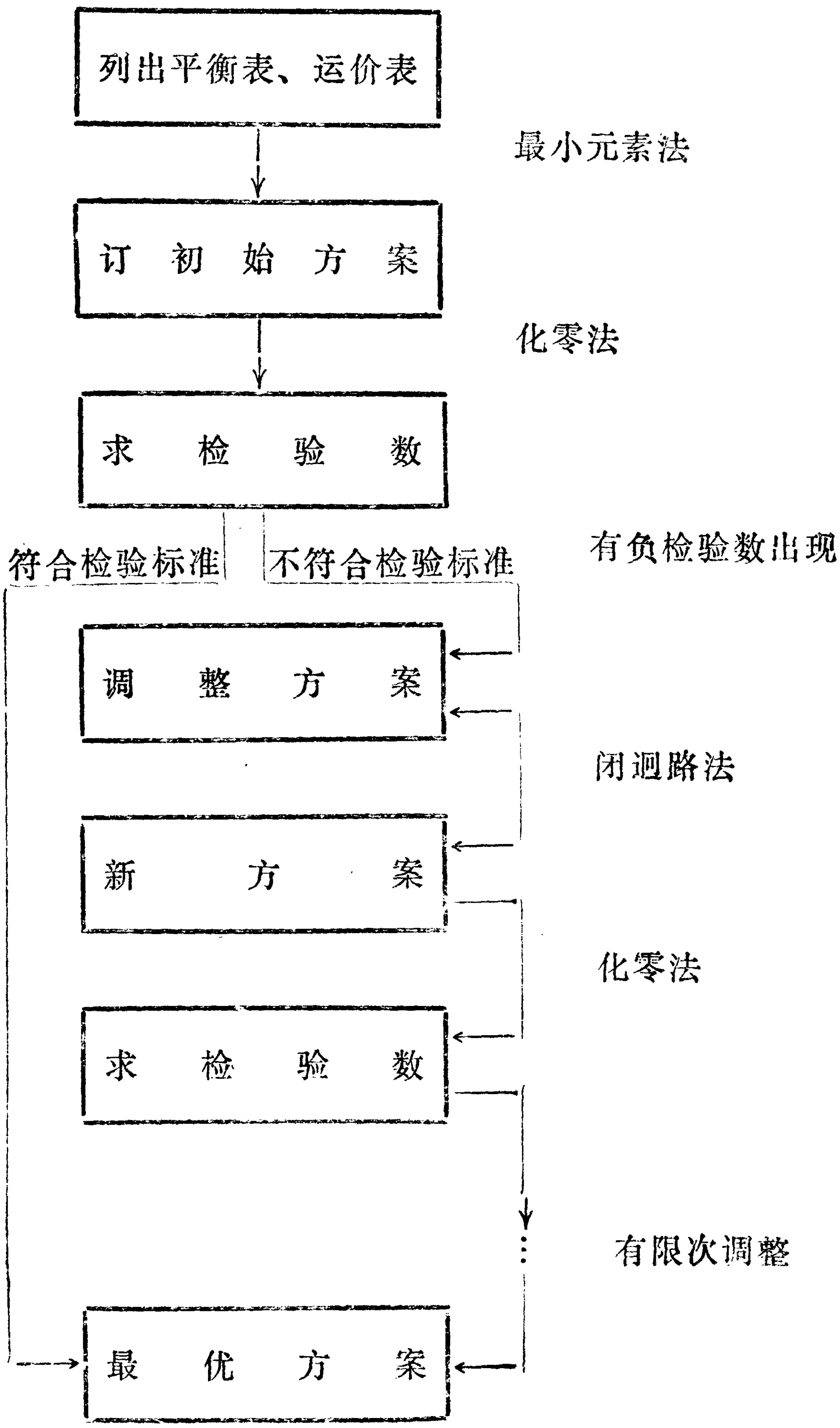
它的检验数表为

12	◎	1	◎	9
0	1	◎	◎	1
◎	7	1	◎	◎

因为没有负数出现，故此方案是最好的，即总运费最省的分配方案。

最后再说明一点，有时在退化情形的方案中，给某一空格补了“0”以后，这个“0”正好是闭迴路的双拐点，其调整办法是把这个“0”划掉，而添在用来调整的那个空格处，其他数皆无变动，再进行检验、调整，直到最优方案为止。

表上作业法步骤示意图


列出平衡表、运价表
最小元素法
订初始方案
化零法
求检验数
符合检验标准
不符合检验标准
有负检验数出现
调整方案
闭迴路法
新方案
化零法
求检验数
有限次调整
最优方案

第三章 比 值 法

比值法也是在表上作业的一种方法。我们通过具体实例加以介绍。

例 1 某生产队计划在 250 亩地上种棉花和红苕。这250亩地，既要保证完成上级下达的一万斤棉花任务，同时也要使红苕的产量达到最高，问如何布局最合适？

这 250 亩地分为三个类型：第一类是渠井双保险的80亩好地。第二类是 120 亩渠水地，但土质有盐碱。第三类是50亩土质、水利都差的地。各类地上种棉花每亩估产皮棉分别为100斤、85斤、60 斤；种红苕每亩估产分别为 5000 斤、2500斤、2000斤。将它们分别填入表一格子的右下角。

（表一）　　　　　　单位（面积：亩　产量：斤）

土地类别 / 亩数、亩产 / 作物	一	二	三	任务
棉花	100	85	60	10000
红苕	5000	2500	2000	越多越好
土地面积	80	120	50	250

为了说明作物布局的重要性，我们先作一个方案看看。如先安排 80 亩一类地种棉花，就可产皮棉

$100\times 80=8000$（斤）

离棉花总任务还差 2000 斤，如果在二类地上来完成这个

差额，就需种

2000÷85≈24(亩)

这样 80+24=104 地种棉花，就可完成 10000 斤棉花任务。剩下的 96 亩二类地和 50 亩三类地全种红苕，把这些各类作物的种植亩数填入表一中格子左上角，得表二：

（表二）

土地类别 / 亩数、亩产 / 作物	一	二	三	任务
棉花	80 100	24 85	60	10,000
红苕	5000	96 2500	50 2000	越多越好
土地面积	80	120	50	250

此方案总产估计

棉花：$80\times100+24\times85=10040$(斤)

红苕：$96\times2500+50\times2000=340000$(斤)

这个方案是不是最好的呢？需要鉴别。鉴别的方法是比较。为此，我们再作一个方案看看。如先在二类地上种棉花，需要土地

10000÷85≈117.7(亩)

118亩二类地全种棉花，就可完成任务。剩下的一、三类地全种红苕，得表三：

此方案总产估计

棉花：$118\times85=10030$(斤)

红苕：$80\times5000+2\times2500+50\times2000=505000$(斤)

（表三）

土地类别 / 亩数、亩产 / 作物	一	二	三	任　务
棉　花	100	118 85	60	10000
红　苕	80 5000	2 2500	50 2000	越多越好
土地面积	80	120	50	250

与上一方案相比，完成棉花任务，多产红苕 165000 斤。土地总面积没有变，但是却取得了增产的显著成绩。其原因就在于因地制宜，统筹安排，作好土地规划。

这就提出了一个问题。象这样两种作物的布局，能不能一次找出最好的方案来呢？回答是肯定的。因为我们有以下的分析作保证。

1 亩一类地，种棉花可收 100 斤，种红苕可收 5000 斤，棉花与红苕亩产之比是

$$\frac{100}{5000}=0.02。$$

1 亩二类地，种棉花和红苕亩产比是

$$\frac{85}{2500}=0.034。$$

1 亩三类地，种棉花和红苕亩产比是

$$\frac{60}{2000}=0.03。$$

也就是说，一类地上种 1 斤红苕只顶0.02斤棉花，二类地上 1 斤红苕可顶 0.034 斤棉花，三类地上 1 斤红 苕 可 顶 0.03

斤棉花。显然应该先安排二类地种棉花(它的亩产比最大)，这样才能保证在完成棉花任务的前提下，使红苕产量最高。我们把用亩产比来进行作物布局的方法叫比值法。

现在，就这一问题采用比值法总结如下：

1. 开展调查研究，做好土地分类和亩产估计。

2. 分别计算各类地上棉花与粮食亩产之比。

3. 比较这些比值，哪类地上的亩产比最大，就先安排种棉花。

4. 在亩产比最大的地上种多少棉花呢？还要先计算下式，将结果记为A：

棉花任务÷棉花亩产＝A(亩)

下面分两种情况讨论：

(1)如果亩产比最大的那类土地的面积大于或等于A，那么就在这类地上种A亩棉花，剩余的地和其他各类地全种红苕。

(2)如果亩产比最大的那类地的面积小于A，就把它全部种棉花。然后算出产量，并用棉花任务去减，看差额是多少，在亩产比中第二大的土地上安排剩余任务。如果还不能完成任务，继续做下去，直到完成棉花任务为止。剩余地全种红苕。

例2 汉中地区某生产队计划冬播面积121亩，用以种小麦和油菜，其中菜籽任务是国家收购任务。社员生活用油和其他用油三者之和，要求总产不能低于3500斤，土地分类和亩产估计如下表

问怎样布局，才能既保证国家油菜籽计划，又使小麦产量最高？

（表一）　　　　单位（面积：亩　产量：斤）

土地类别 / 亩数、亩产 / 作物	青泥田	好沙地	次沙地	任务
油菜	220	250	210	3500
小麦	460	400	280	越多越好
土地面积	96	10	15	121

首先，我们算出各类地上的亩产比（即油菜亩产÷小麦亩产），因次沙地的亩产比 0.75 最大，所以先在次沙地上种油菜，而 $3500 \div 210 = 16.66$ 亩，大于次沙地的面积，故将次沙地全种油菜，估计可产

$$15 \times 210 = 3150(\text{斤})$$

离油菜任务还差 350 斤，又由于好沙地的亩产比次大，油菜亩产是 250 斤，故在好沙地上种 2 亩油菜，其余土地全种小麦，得表二

（表二）

土地类别 / 亩数、亩产 / 作物	青泥田	好沙地	次沙地	任务
油菜	220	2 250	15 210	3500
小麦	96 460	8 400	280	越多越好
土地面积	96	10	15	121
亩产比	0.478	0.625	0.75	

这个方案便是最好的。

例 3 某生产队某日出勤男劳 21 人，女劳 17 人，半劳 15 人，有锄地、定苗、拔草三种农活，其中锄地 24 亩要求当日完成，问如何安排劳力，既能完成锄地任务，又使定苗、拔草效率最高？

首先将三种劳力的各个效率（每人每天干某种活完成的亩数）正确估计出来，填入表一

（表一） 单位（劳力：人 任务：亩）

效率 劳力 / 农活	男	女	半	任务
锄地	1.2	0.8	0.6	24
定苗	(0.8)	(1)	0.6	越多越好
拔草	0.7	0.7	(0.7)	
人数	21	17	15	

在三种劳力中，选出定苗、拔草中最大的效率（表中带括号的数），分别去除各自锄地的效率，得到如下三个效率比：

$$\frac{1.2}{0.8}=1.5, \qquad \frac{0.8}{1}=0.8,$$

$$\frac{0.6}{0.7}\approx 0.87.$$

比较这些效率比，哪一个最大，就先安排锄地。在这里 1.5 最大，就安排男劳去锄地。因为锄地的效率是1.2，$24\div 1.2=20$，所以只要 20 个男劳就可以完成锄地任务。然后，把剩下的劳力安排去做自己效率最大的活，于是得到如下方案：

（表二）

劳力 \ 农活	男	女	半	任　务
锄　地	20			24
定　苗	1	17		越多越好
拔　草			15	
人　数	21	17	15	

如果定苗、拔草中又有给定任务，仿上继续往下作。比如需要完成20亩定苗任务，这时，就在保证锄地任务之后，用自己拔草的效率分别去除定苗的效率，得到三个效率比：

$$\frac{0.8}{0.7}\approx1.14 \qquad \frac{1}{0.7}\approx1.43$$

$$\frac{0.6}{0.7}\approx0.87$$

可以看出，1.43最大，就由女劳去定苗，定苗的效率是1，

（表三）

劳力 \ 农活	男	女	半	任　务
锄　地	20			24
定　苗	1	17	4	20
拔　草			11	7.7
人　数	21	17	15	

17 人全去，可完成 17 亩，与任务还差 3 亩，再安排效率比第二大的男劳 1 人可完成 0.8 亩，与任务还差 2.2 亩，最后安排 4 个半劳，则可完成定苗任务，剩余的 11 个半劳全去拔草，这样便得到如上方案（表三）：

一般来说，对于有一种活有固定任务而在多种没有固定任务的情形下，都可用上述办法，先找出最大的效率，分别去除自己有任务工种的效率，然后进行分配，最后可得最好方案。

习　题

1．已知某小麦调运问题的收发点收发量及交通图如下

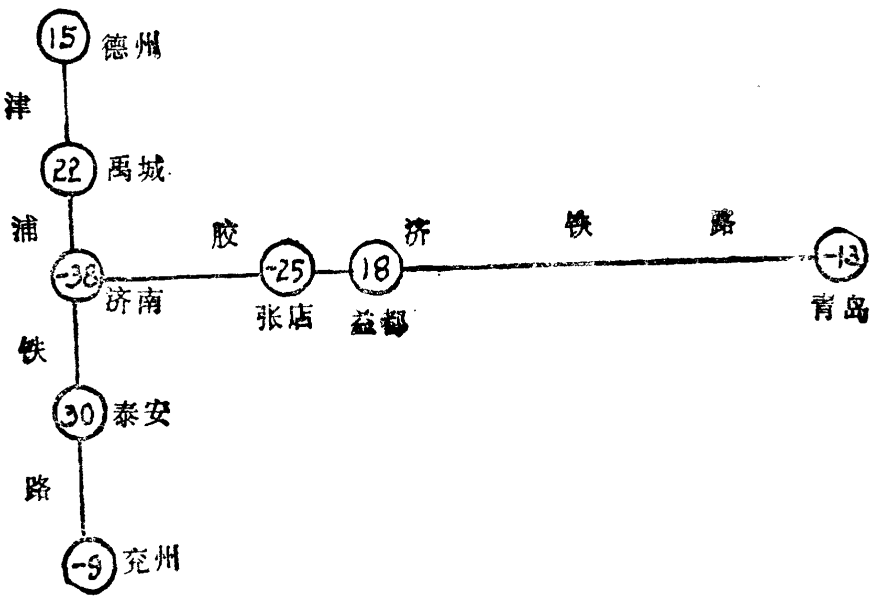


图 5—12

试作出吨公里数最小的调运方案（图上作业法）。

2．某城市 5 个炼铁厂，每天需要矿石5500吨，其中4000吨由轮船运来，1500吨由火车运来，其交通图如下：

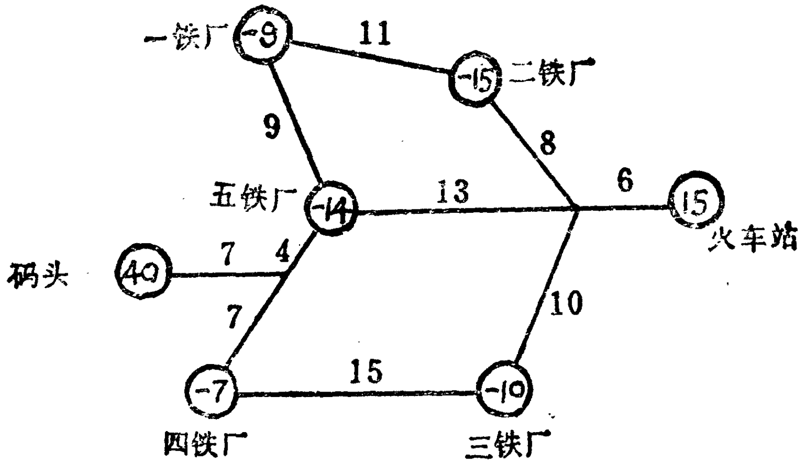


图 5—13

问如何调运，才能使运输的吨公里数最小(图上作业法)。

3. 某车站获得消息，有甲、乙、丙、丁四个车站需要车皮分别为 5、20、30、35节，经研究决定准备由三个枢纽站A、B、C、调出车皮分别为25、25、50节。每节车皮行驶费用如下表。

单位（调、需量:节　费用:元）

车站 费用 枢纽站	甲	乙	丙	丁	调运量
A	10	5	6	7	25
B	8	2	7	6	25
C	9	3	4	8	50
需要量	15	20	30	35	100

怎样调度，使得总的运费最小？（表上作业法）

4. 有一批支农物资。由三个仓库向四个公社运送，调运量，需要量及单位价如下表

单位（调、需量：吨　运价：元）

运价（仓库＼公社）	B_1	B_2	B_3	调运量
A_1	8	6	7	15
A_2	2	7	5	25
A_3	3	4	8	50
需要量	20	45	25	90

怎样调运，使得总的运费最少？（表上作业法）

5. 有机器四架。由不同地区的四个工厂借给四个公社使用，其运费如下表

单位（调、需量：架　运价：元）

运价（工厂＼公社）	甲	乙	丙	丁	调运量
A	3	5	3	6	1
B	4	7	3	5	1
C	3	3	2	6	1
D	5	9	6	5	1
需要量	1	1	1	1	4

问如何分配，使得总的运费最少？（这个问题是典型的退化情形，采用表上作业法）

6. 渭南地区某生产队春季计划播种 155 亩，决定在完成8000

斤棉花任务的情况下，把其余的地全种粮食，土地分类，亩产估计如下表

单位（面积：亩　产量：斤）

土地分类 / 亩产 / 作物	井水地	渠水地	好旱地	次旱地	任　务
棉　　花	150	100	60	40	8000
粮　　食	1300	1000	700	600	越多越好
土地面积	20	40	75	20	155

试作出最优方案。（比值法）

7. 大荔县朝邑公社新关大队某小队72年秋季计划在三种不同的地里种玉米、高粱、红苕、糜子四种作物，其亩产估计和计划播种面积如下表（红苕已由5斤折1斤粮食）

单位（面积：亩　产量：斤）

土地类别 / 亩产 / 作物	一	二	三	计划亩数
玉　　米	550	450	350	60
高　　粱	700	550	500	50
红　　苕	700	600	500	20
糜　　子	400	300	250	46
土地面积	80	50	46	176

问如何布局，使得总产量最高（表上作业法）

8. 大荔县埝桥公社某生产队72年春季计划种棉花、玉米、红苕三种作物，要求在重点完成24900斤棉花任务的前提下，使粮食产量达到最高。各类作物在不同地里的亩产数估计如下表（红苕为折粮）

单位（面积：亩　产量：斤）

土地类别 / 亩产 / 作物	一	二	三	任务
棉花	155	126	90	24900
玉米	850	750	550	越多越好
红苕	900	700	600	
土地面积	42	157	27	226

问怎样布局，才是最优方案？（比值法）

9. 某公社某小队有劳力63人，其中男全劳21人，男半劳32人，女劳15人，现有四种农活，由于工具和现场的限制，锄地需20人、定苗需20人，摘茄子需16人，施化肥需12人，各种劳力在一天中分别完成生产任务的效率如下表

（效率表）　　　　单位：亩

农活 / 劳力	锄地	定苗	摘茄子	施化肥
男全劳	1.2	0.7	2.5	2
男半劳	0.8	0.6	2.4	1.6
女劳	0.6	1	3	1.4

怎样安排劳力，才能使效率最高？（表上作业法）

六、优选法

第一章　单因素优选法

在生产实践中，常常会碰到这样的问题：例如砌墙需要水泥，为了增加强度，要掺一定数量的沙子。多掺了不好，少掺了也不行，在一百斤水泥中掺多少沙子强度才算最好呢？又如防治棉花病虫害需要用稀释“1059”溶液，这种溶液浓度大了会把棉叶烧枯，浓度小了害虫杀不死。那么50斤水中到底放多少纯“1059”才能配制成合乎要求的稀释“1059”液体呢？

在日常生活中，这样的问题也很多，如蒸馒头时，100斤面粉放多少碱最合适？放7.5两碱面馒头发黄发涩，放6.5两馒头发酸，又黑又小，经实践，放碱7两蒸出的馒头又白又大。这里“放多少碱”最合适就是一个优选问题。

象这样一些问题，即选取某一因素合适的数量，多了不行，少了也不行；都存在优选问题。

什么是优选法？优选法是一种根据生产和科研中的不同问题，合理地安排试验点，以最少的试验次数，迅速找到最好点的一种数学方法。运用这种方法，可以收到缩短工时，改进工艺，提高质量，降低成本的效果。

第一节 0.618法

冶炼某种合金钢，需要加入某一化学元素来加强其硬度，这种元素放少了硬度达不到要求，放多了钢质脆，那么放多少最合适呢！工人师傅根据以往经验知道，冶炼一吨这样的钢材需要加入这种元素 1000—2000 克较好。现就以加入这种化学元素的多少为例，来介绍单因素优选法的一种基本方法——0.618 法。

首先要记住 0.618 这个数，并用一个有刻度的纸条来表示试验范围 1000—2000 克（图6-1）。

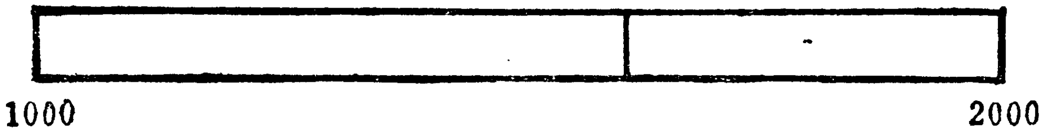


图 6—1

在这个纸条长度的 0.618 处划一条竖线，这条线指示的刻度是 1618，用 1618 做第一次试验（图6-2）。

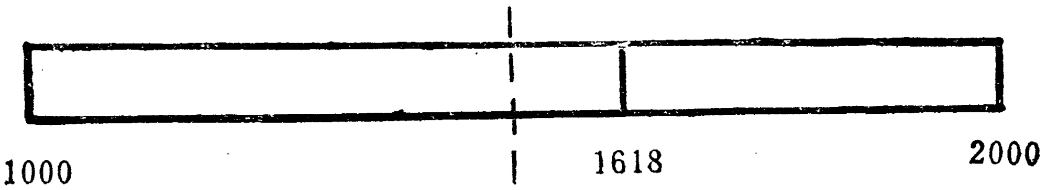


图 6—2

然后把纸条依中对折，在 1618 对称的地方再划一条竖线，这条线指示的刻度是 1382，用 1382 做第二次试验（图6-3）。

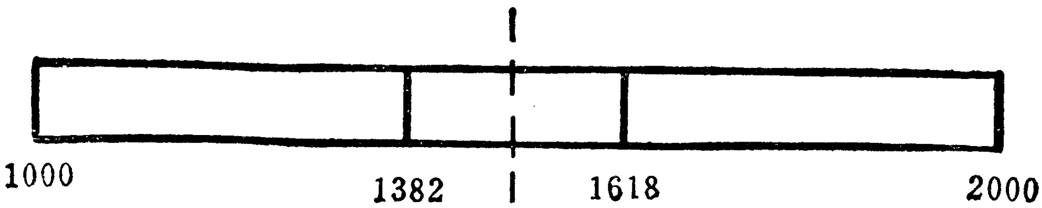


图 6—3

试验结果进行比较。如果 1382 的试验结果较好，则剪去1618处右边的一段；如果 1618 的试验结果较好，则剪去 1382 处左边的一段（图6-4）。

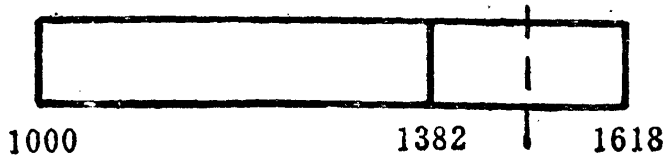


图 6 — 4

再把留下的纸条依中对折，在与 1382 对称的地方，再划出一条竖线，这条线指示的刻度是 1236，用 1236 做第三次试验（图 6 - 5）。

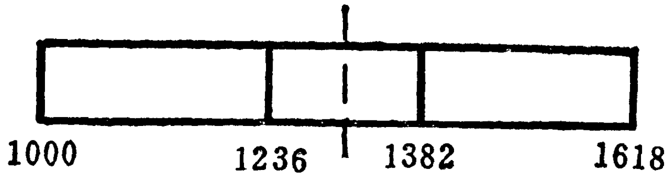


图 6 — 5

再和 1382 的试验结果相比较，如果仍是 1382 试验结果较好，则剪去 1236 处左边的一段；如果 1236 试验结果较好，则剪去 1382处右边的一段（图 6 - 6）。

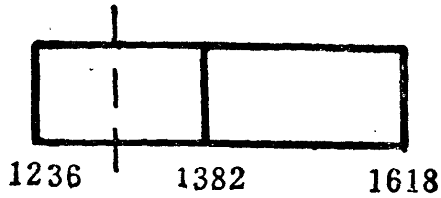


图 6 — 6

在留下的部分按同样的方法试验、比较，再试验、再比较，纸条愈来愈短，即试验范围逐步缩小。这样就能迅速找到元素最合适的加入量。

由于这个方法是在试验范围的 0.618 处做第一次试验，故叫 0.618 法。

上面是用有刻度的纸条，用对折的方法找出试验点，我们还可以利用公式直接计算出试验点。把试验范围的起点记做“小头”，终点记做“大头”，就得到

第一试验点的计算公式：

小头 +（大头 - 小头）×0.618，

第二、三、……试验点计算公式：

小头＋大头－前次留下的试验点。

如上例，

第一试验点：$1000+(2000-1000)\times 0.618=1618$。

第二试验点：$2000+1000-1618=1382$。

第二试验点比第一试验点好，故得

第三试验点：$1000+1618-1382=1236$。

第二试验点仍比第三试验点好，故得

第四试验点：$1236+1618-1382=1472$，等等。

在推广优选法的过程中，广大群众把这种方法总结成如下的口诀：

一个原则一个数，　两个公式要记住；
第一公式用一次，　第二公式要反复；
两次试验相比较，　去掉坏点留好点；
循环往复做下去，　一直找到最优点。

（注：一个原则，即抓主要矛盾。一个数即 0.618）

例 1　渭南地区某“五·七”农场以往选用 *DDT* 乳剂的 200—300 倍稀释液防治玉米害虫金龟岬，为了降低成本，通过优选，选取使用农药量最少，又能有效杀虫的优良稀释液配方。

首先，在 300—1000 倍稀释液范围内用 0.618 法进行试验（图 6－7）。

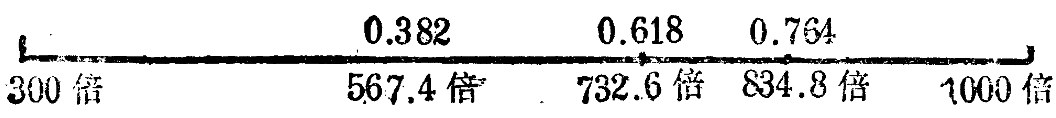


图 6 — 7

在 567.4 倍和 732.6 倍的两种稀释液中，进行试验比较，喷用 567.4 倍稀释液 29.5 分钟后，杀虫率达百分之百。喷用

732.6 倍稀释液 32 分钟后，杀虫率也达百分之百。

然后剪去 567.4 倍左边的一段，把留下的一段依中对折，在 834.8 倍稀释液上进行试验，喷用 35 分钟后，杀虫率仅达百分之四十八点四。较 732.6 倍处为最好点。

在实际应用中，由于金龟岬是夜里出来蚕食玉米叶，夜间露水对药效的影响也很大。在使用时，为了保证效率，有时也适当地把稀释液的浓度放大一些，所以选用 732.6 倍稀释液比选用 567.4 倍稀释液较好。

例2 宝鸡市酱货厂在酱油生产下曲时，用加入淀粉酶来提高酱油的产量和质量。但加入多少淀粉酶既能提高质量，又不浪费淀粉酶呢？他们采用了 0.618 法进行优选。固定其它因素，优选淀粉酶的范围为 20—40 斤（图 6－8）。

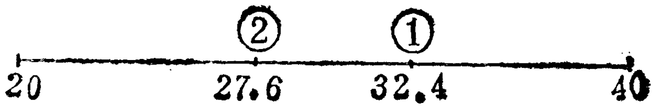


图 6—8

第一试验点：$20+(40-20)\times 0.618=32.4$

第二试验点：$40+20-32.4=27.6$

若按第一点投产，每斤原料出酱油 8.5 斤。若按第二点投产，每斤原料出酱油 7.7 斤。显然第一点比第二点好。按第一点投产，酱油产量可提高 10.4%，全年可节约粮食 295200 斤。

例 3 江陵县制酱厂历年来生产的粉条容易脆断，出粉率低。影响粉条质量的因素颇多，如老水的酸碱度、温度、数量，反应时间等。经分析老水温度是主要因素。用 0.618 法对温度在 20—30℃范围内进行优选（图 6－9）。

经试验，①点好。生产的粉条洁白，透明、有拉力，出

图 6—9

粉率由 26%提高到 31%。

第二节　分数法

在实践中，有时会碰到试验点只能取整数的情况。如小麦用“702”农药浸种，具有催芽、全苗、助长的作用。但以什么浓度浸种最好，需要试验。某大队在进行这种试验时，农药加入量是用 130 毫升有刻度的锥形量杯来计量的（图 6-10）。量杯的整个量程分为 13 格，每格代表 10 毫升，由于量杯是锥形的，格与格之间的距离都不等，如果用 0.618 法，则第一试验点在 80.34 毫升处，这点很不容易找。又如，在棉花冷床育苗点播时，一窝下几粒籽最好，如果选择范围是 2—6 颗，按 0.618 法第一次试验应下种籽

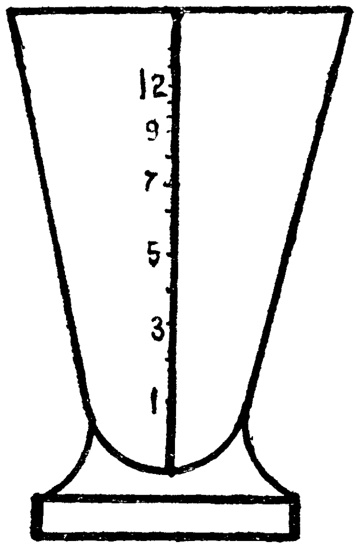


图 6—10

$$2+(6-2)\times0.618=4.472(\text{颗})。$$

而要下 4.472 颗种籽这是办不到的，棉花种籽是以“粒”为单位，只能是整数，不可能取小数。在这种情况下就可采用一种新方法——分数法。

首先，记住这样一串有规律的数：

$$1,2,3,5,8,13,21,34,55,\cdots\cdots. \qquad (1)$$

分别记为 $F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6, F_7, F_8, F_9, \cdots\cdots$.

即从第三个数字起，每个数都是前两个数的和。

用后一个数去除前一个数就可得到一串分数：

$$\frac{1}{2},\ \frac{2}{3},\ \frac{3}{5},\ \frac{5}{8},\ \frac{8}{13},\ \frac{13}{21},\ \frac{21}{34},\ \frac{34}{55},\ \frac{55}{89},\ \cdots\cdots。$$

分数法就是按这一串分数来进行试验的。

在这里，我们仍以上例中配制“702”浸种液时所提出的问题来介绍这种方法。

用一个有刻度的纸条表示试验范围 0 —130 毫升；即锥形杯整个量程，每格代表 10 毫升（图 6 -11）。

图 6 —11

第一次试验就在试验范围的 8 /13（即 80 毫升）处做。第二次试验在第一次试验的对称点 5/13（即 50 毫升）处做。它是用“加两头，减中间”得出的（图 6 -12）。

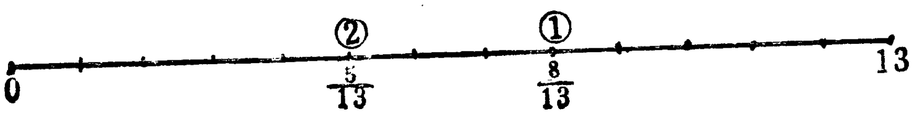


图 6 —12

两次试验结果相比较，如果第二次试验结果好，就把80毫升右边一段剪去（图 6 -13）。

图 6 —13

然后再把留下的范围用“加两头，减中间”的方法找出

第三个试验点30毫升进行试验（图6-14）。

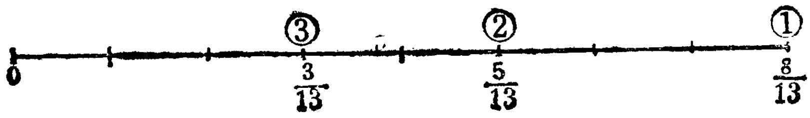


图6—14

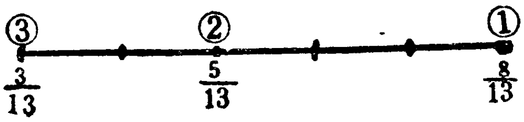


图6—15

再比较第二次和第三次的试验结果。如果第二次试验结果仍比第三次试验结果好，就剪去30毫升左边的一段(图6-15)。

（如果第三次的试验结果比第二次的试验结果好，就剪去50毫升右边的一段）。再把留下的用“加两头,减中间”的方法继续做下去，最多五次试验后就可找到最好点。

一般地预定做几次试验，就取一串分数中的第几个分数作为第一个试验点。如果能做一次试验，就把试验范围二等份，选用上面一串分数的第一个分数$\frac{1}{2}$做试验。如果做两次试验，就把试验范围三等份，取上串分数中的第二个分数$\frac{2}{3}$做第一次试验，如果做九次试验，就把试验范围分成89等份，就取一串分数中的第九个分数55/89做第一次试验。如果做n次试验，把试验范围分成F_{n+1}等份，就取一串分数的第n个分数F_n/F_{n+1}做第一次试验。

从上例知道，分数法是用一串分数来代替0.618的，即每次选用的分数是0.618的近似值（$\frac{1}{2}=0.5$，$\frac{2}{3}=0.666$，$\frac{3}{5}=0.6$，$\frac{5}{8}=0.625$，$\frac{8}{13}=0.615\cdots\cdots$）所以说分数法

和 0.618 法一样，都可用折纸的方法，所不同的是 0.618 法做第一次试验是在试验范围总长的 0.618 处，而分数法是用某个选出的分数去安排第一个试验点。如果试验范围的长度是 13，则第一试验点就取在 8/13，如果试验范围是 55，则第一试验点就取在 34/55。由此可见，当试验范围恰好是数列(1)中某个数时，用分数法比用 0.618 法去找第一个试验点简便得多。

以上各例试验范围的等份数是数列(1)中正好有的数，但有些试验范围的等份数在数列(1)中却没有，这时我们可用扩大（有时也可缩小）的办法，把试验范围配成数列(1)中有的数，如试验范围有 10 份，可添几个数凑够 13 份，应用 8/13 去做第一次试验。

上边所说的是试验范围连续的情况下，可用分数法，若试验范围是由一些不连续，间隔不等的数组成，而试验只能取这些数时，更显示出分数法的优越性。如在调试线路设备中，要选一合适的电阻，但试者手里只有 0.5 千欧、1 千欧、1.3 千欧、2 千欧、3 千欧、5 千欧、5.5 千欧等七种。如果用 0.618 法，第一个试验点为 $0.5+(5.5-0.5)\times 0.618=3.594$ 千欧，而试者手里没有它。对此，我们可以把电阻由小到大，按顺序排列：

阻值：0，0.5，1，1.3，2，3，5，5.5，0。

编号：(0)，(1)，(2)，(3)，(4)，(5)，(6)，(7)，(8)。

这样就把电阻值优选变为排列序号的优选，问题就好解决了。做试验时，可在两端增加虚点（0），（8），然后在 0—8 之间运用分数法在 5/8 处做第一次试验，取第五个

电阻，即 3 千欧，第二次试验用第三个电阻 1.3 千欧。这样按分数法做下去，便可找到合适的电阻。

在应用分数法的过程中，人们也把这种方法总结成口诀：

一个原则一串数，　二分之一是头数；
首先找到一个数，　然后找到对称数；
两点试验作比较，　去掉坏点留好点；
如此反复做下去，　一直找到最优点。

（注：一个原则即抓主要矛盾。一串数即$\frac{1}{2}$，$\frac{2}{3}$，$\frac{3}{5}$，$\frac{5}{8}$，$\frac{8}{13}$，$\frac{13}{21}$，$\frac{21}{34}$，$\frac{34}{55}$，$\frac{55}{89}$，……）

例1.某养猪厂为了驱除猪体寄生虫，在猪的肌肉施行敌百虫注射。但用药过多，则猪受毒，用药过少，则虫不死，究竟安全有效剂量以多少为宜呢？这就要对剂量进行优选。试验范围取在 20—100 毫克，即体重每公斤用药量在这个范围内优选。

采用分数法，每 10 毫克为一个等级，共 8 个等级（如图 6－16）。

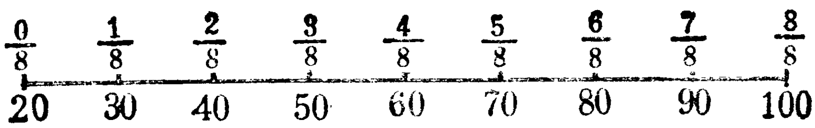


图 6 —16

第一试验点在$\frac{5}{8}$处，对应 72 毫克，

第二试验点在$\frac{3}{8}$处，对应 50 毫克。

比较这两个试验点的效果，用 70 毫克，猪受毒较重，用

50 毫克，猪未受毒，第二点比第一点好，去掉$\frac{5}{8}$右边一段。

第三试验点在$\frac{2}{8}$处，对应 40 毫克，在这一点的效果，不如第二点好。去掉$\frac{2}{8}$左边一段。

第四试验点在$\frac{4}{8}$处，对应 60 毫克。在这一点的效果，比第二点好，既能杀虫，又不受毒。

最后选定，以每公斤体重 60 毫克的剂量，比较安全有效，有利于猪的成长。

例 2 陕西棉纺织第八厂机动车间普通车床加工直径10毫米，长 800 毫米的细长轴。材料 45 号钢，原工艺采用转速为200转/分，走刀量 0.12毫米/转，每走一刀需用 20 分钟左右，工效低，质量很难保证。经分析，影响加工工效的因素有车刀角度、转速、进刀量、吃刀深度等，但主要因素是转速和进刀量。

经优选转速 800转/分较好。将转速固定在 800转/分上，对走刀量用分数法进行优选（图 6－17）。

试验范围：0.5—1.0 毫米

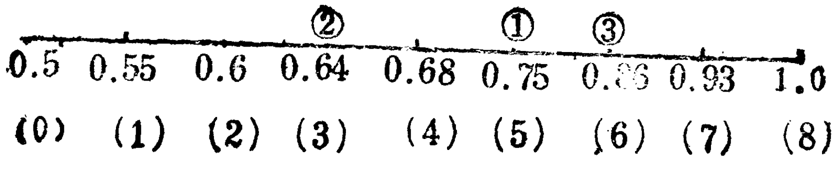


图 6—17

试验过程：首先将这些数编号排队。

第一试验点在$\frac{5}{8}$处，取第五个走刀量 0.75 进行试验

较好。

第二试验点在3/8处，取第三个走刀量0.64进行试验，比第一点差。因此，去掉编号（3）前的部分。

第三试验点在6/8处，取第六个走刀量0.86试验，不及第一点好。最后确定走刀量为0.75毫米。

经过优选试验后，按照转速800转/分、走刀量0.75毫米，走一刀只要2分钟，比原来提高工效20倍。

第三节 对分法

对分法又叫平分法和对半法。

用0.618法和分数法都需比较两次试验结果以后，才能确定试验范围的去留，是否试验一次就能断定应该去掉那一段呢？实践证明，有些试验只看一个结果就能够断定去掉试验范围的那一部分的。下边用一个例子来介绍这种方法。

某造纸厂在检查扩音室与职工楼这段有九根电杆的线路断头中，首先在第一根电杆与第九根电杆的中点第五根电杆上检查，结果无电，因此去掉第五根电杆与第九根电杆之间的部分（图6-18）。

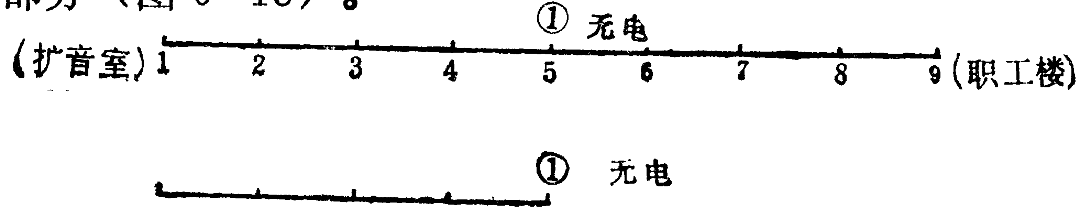


图6—18

又在第一根与第五根电杆中点第三根电杆上检查发现有电，去掉第一根与第三根电杆之间的部分。（图6-19）

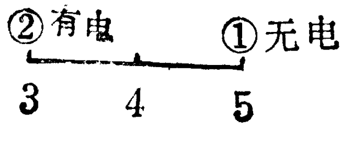


图6—19

再在第三根与第五根电杆的中点第四

根电杆上检查，结果又无电。(图 6-20)。

因此断定，线路断头在第三、四根电杆之间，只用了15分钟就排除了故障。

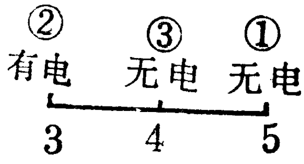


图 6—20

他们每次找试验点的办法是：

$$试验点=\frac{(大+小)}{2}.$$

通过上例可以看出，每次试验都是将试验范围对分为两半，取其中点进行试验，因此称这种方法为对分法。

采用对分法优选，其过程是这样：首先根据实践经验确定试验范围，让试验范围左端代表合格的一方，右端代表不合格的一方，在试验范围的中点 A 做第一次试验。如果不合格，就把 A 右边的一半去掉，在留下的 OA 中点 B 做第二次试验，如果合格，就把 B 点左边的一半去掉。在留下的 BA 中点 C 做第三次试验。如果合格，就把 C 点左边的一半去掉，如果不合格，就把 C 点右边的一半去掉。总之，“同左去左，同右去右”，这样继续试验下去，将留下的试验范围逐次减半。经 N 次试验后，留下的部分就是总试验范围的 $(\frac{1}{2})^n$ (图 6-21)。

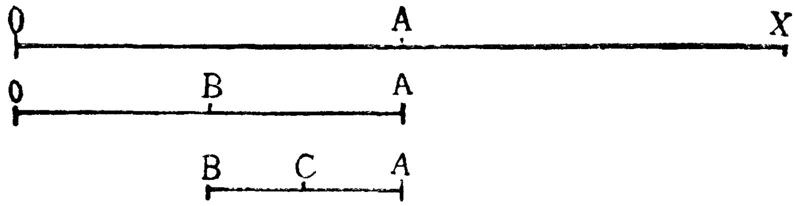


图 6—21

在生产实践中，在许多情况下都可采用这种方法。如检查线路断头、管道堵塞、选择焊接电流强度等用对分法较为简便。所谓“许多情况”是指能从试验结果中直接分析出该因素的取值大小或方向，从而确定新的试验范围。还有一些

问题仅有鉴别标准仍不能断定取值大小，则在该因素的高点和低点分别进行试验，如果试验结果有明显差异，就以此为判别原则，也可用对分法。总之，对分法适宜于解决突变（合格与不合格）一类的问题。

目前，可以采用对分法的例子很多，正在向生产的广度和深度进军的我国各条战线上的工农兵和技术人员，积累了丰富的经验，为应用对分法提供了便利条件。他们把这种方法总结成：

对分法，是个啥？　一次试验分上下，

抓住中点不放它，　一次去掉一半拉。

例 1　在防治樟树毛毛虫时，过去用 1 /1000敌敌畏喷药剂，成本高，效果不稳定，并且对树木容易产生药害。经分析尽管影响因素很多，但主要是由敌敌畏的浓度引起的，因此对敌敌畏的浓度用对分法进行优选。

试验范围：一斤敌敌畏加水在 1000—3000 斤之间。

试验过程：第一试验点$\frac{(1000+3000)}{2}=2000$，

杀虫效果好，去掉 1000—2000 的部分。

第二试验点$\frac{(2000+3000)}{2}=2500$，

杀虫效果不好，去掉 2500—3000 的部分。

第三试验点　$\frac{(2000+2500)}{2}=2250$，

杀虫效果仍不好（图 6 -22）。

经三次试验，还是第一点 2000 好，优选后成本比原来降

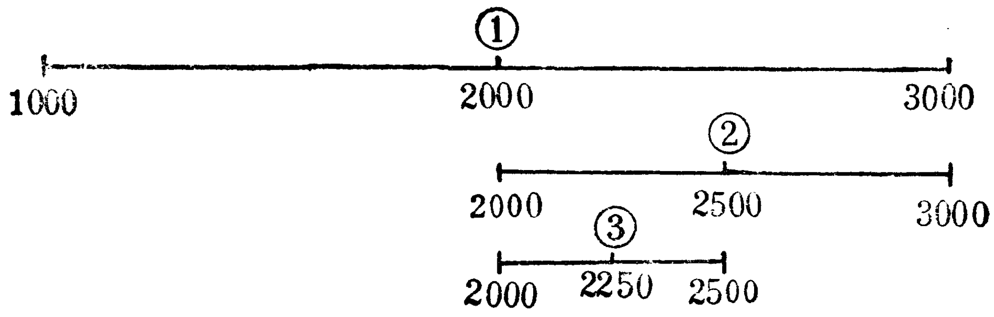


图 6—22

低一倍，效果良好，对树木无药害。

例 2 某大队建成一座小型水库。从水闸口起埋有地下通水管道 140 米。在紧张的春灌中发现流水量减少，但入水口的流量仍和以前一样，因此估计管道出了漏水问题，他们采用了对分法进行检查。首先在出水口用 20 米长的竹竿沿管壁上沿进行试探，竹竿拿出后是干的，因此取检查范围在 0—120 米之间。

第一检查点 $(0+120)\times\frac{1}{2}=60$(米)，

流量跟入水口一样，去掉 0—60 一段，在 60—120 之间进行第二次检查。

第二检查点 $(60+120)\times\frac{1}{2}=90$（米），

流量跟入水口一样，去掉 60—90 一段。

第三检查点 $(90+120)\times\frac{1}{2}=105$（米），

流量减少，去掉 105—120 一段。

第四检查点 $(90+105)\times\frac{1}{2}=97.5$（米），

流量减少，去掉97.5—105一段（图6-23）。

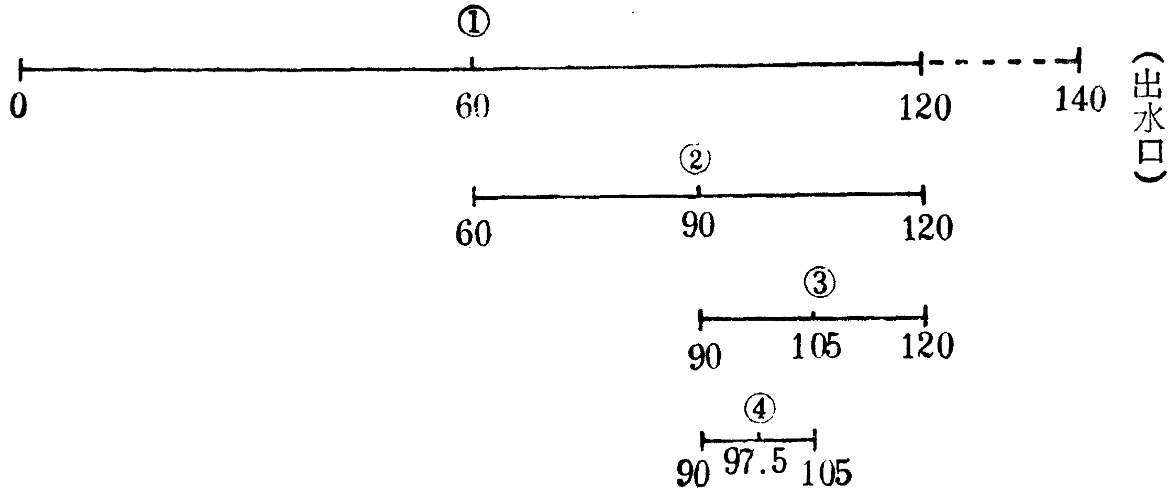


图6—23

他们在90米与97.5米之间进行了检查，发现管道破裂，很快修复了管道，保证了生产正常进行。

例3 蜜炙黄芪用蜜量的优选。

优选目的：选取最适宜的用蜜量。

优选范围：9.6两—2.5两。

试验过程：

第一试验点 $\frac{9.6+2.5}{2}=6.05$（两），

第二试验点 $\frac{6.05+2.5}{2}=4.275$（两），

第三试验点 $\frac{4.275+2.5}{2}=3.387$（两），

第四试验点 $\frac{3.387+2.5}{2}=2.9$（两）。

优选结果：以第二试验点4.275两为最优点。所以，蜜炙黄芪最适宜的用蜜量为4.275两。

过去某处方为黄芪1斤，蜂蜜9.6两，水适量。按原法炮炙，粘性很大，蜂蜜没有完全渗入药物组织，大部分附于药物表面，水分亦未完全蒸发，并且用蜜量大大超过药典规定范围。优选后不但节约了用蜜量，而且提高了药物质量。

例 4　淀粉与海藻胶混合配比的优选。

试验目的：节约粮食（原纱厂用玉米面上浆，为节约粮食，试用海藻胶上浆）。

试验范围：对海藻胶在0—100%范围内优选。

试验过程：开始用100%的海藻胶，上浆效果较好，但布面色泽较暗，在②③点试验比较，确定75%海藻胶，25%玉米面混合使用效果最好（图6-24）。

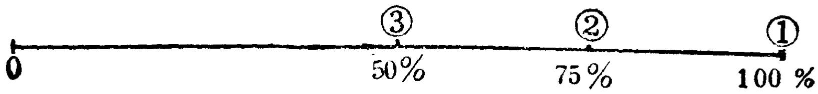


图6—24

试验效果：一公斤海藻胶可顶2.5—3公斤玉米淀粉；配方调浆简单，减轻了劳动强度；浆液性能稳定，剩浆不易变质，生产效率提高了4%，断头率下降；退浆容易。保证了印染布的白质，全年可节约粮食24万斤。

例 5　80%敌敌畏防治棉红蜘蛛。

试验范围：在3000—4000倍内优选用药浓度。

第一试验点 $\frac{(3000+4000)}{2}=3500$ 倍，棉红蜘蛛（成虫）死亡率为86.9%。

第二试验点 $\frac{(3000+3500)}{2}=3250$ 倍，棉红蜘蛛死亡率

为 90%。

第三试验点，本该作$\frac{1}{2}$（3000+3250）=3125倍，我们实际用3000倍，红蜘蛛（成虫）死亡率为93.3%，通过三次试验，初步认为用药浓度在3000—3250倍较好。

第四节　爬山法（逐步提高法）

在生产实践和科学实验中，往往会碰到某些可变因素不宜大幅度调整的情况。例如某厂按原方案投产，为避免出现废品和损害设备，不允许大跨度的变动生产点。又如某些成分含量的多少对结果的影响很大，甚至该成分含量过度，破坏了试验装置的光洁度，影响下次试验结果用的正确性。在这种情况下，采用新方法较好（图 6-25）。

图 6—25

先找一个起点 A（这个起点可以根据经验或理论数据，在大生产中可以采用原来的生产点）。在 A 点做试验后，在该因素减少的方向找出一点 O 做试验。如果 A 比 O 好，就往因素增加的方向找出一点 B，如果 B 比 A 好，就以 A 为起点，朝 AB 的方向前进，在 B 的右边一点 C 做试验，如果 C 点比 B 点好，就在 C 点的右边一点 D 做试验，如果 D 点比 C 点好，就在 D 点的右边一点 E 做试验。如果 E 点比 D 点坏，就可以肯定好点在 CE 内。如果对精度要求不高的话，就可以把 D 点作为最好点。如果对精度要求高，就从 E

点回过头来，向左试验，不久即可达到目的。这个方法有步步登高之意，故取名为爬山法。

这个方法的特点是：先找起点，然后确定方向，步步前进，一遇坏点立即回头。如前法试验即可找到好点。为了帮助理解，总结为以下五句：

先定起点，摸索方向，步步登高，逢低回头，高峰在望。

这个方法可以应用到如下的问题上。例如某些可变因素要调到某点，必经过由小到大或由大到小的连续过程。象优选气体或液体的流速、温度；仪器调试中可变的电容、可变电阻的优选等，则可用爬山法。

爬山法的效果快慢与起点关系很大，起点选的好，可以减少试验次数。另外，试验范围的正确与否也很重要，每步间隔大小对试验影响很大。在试验中往往利用“两头小，中间大”的方法。选用小步试探一下，找出有利于寻找目标的方向。当方向确定后，再根据具体情况跨大步，在接近好点时再改为小步。如果大步跨过最佳点，这时可退回一步，在这一步内改为小步进行。一般说来，越接近好点，质量随因素的变化越缓慢。

例 1 煤灰粘土砖配方优选。

试验方法：爬山法。

试验过程：按煤灰50%，40%，33%掺合进行试验。掺煤灰50%时，砖结构松脆，强度达不到国家标准。掺煤灰40%时，较50%好，质量有所提高。掺煤灰33%时最好。所以采用33%的煤灰，67%的粘土配方投入生产。

试验效果，小批生产30万块砖，颜色鲜红，声音响亮，

抗压强度超过国家标准，达200号（国家标准是100号），合格率达98.2%，每万块节约煤1.2吨，耗煤节约60%。

例2 应用优选法提高米机出米率。

某大米厂要求提高米机出米率，除了注意稻谷的质量和数量外，还要解决机械损伤问题。经分析，得出砂辊与磨盖距离和米机转速是主要矛盾。

优选方法：爬山法。

优选过程：

表一　　**砂辊与磨盖距离的优选**

试验序号	砂辊与磨盖距离 大头(cm)	砂辊与磨盖距离 小头(cm)	电流强度（安培）	产量 市斤/分	米机伤损率 %	比较
优选前	9.5	14	36—37	49.9	21.25	
1	5.5	10	36—37	47.9	18.4	
2	7.5	12	36—37	52	16.13	
3	8.5	13	36—37	55	20.5	
4	7.5	12	36—38	56.5	12.35	最好

表二　　**米机转速的优选**

试验序号	电流强度（安培）	转速（转/分）	产量（市斤/分）	米机伤损率 %	比较
1	34—35	1120	92.5	13.85	
2	34	1660	94	26.16	
3	34	1475	91	15.98	
4	34	1320	84	15.66	
5	34—35	1250	94	10.22	最好

试验效果：出米率由原来的69.8%提高到71.58%，按全年生产任务加工稻谷9300万斤计算，可为国家多出大米195万斤。按每亩产稻谷800斤，出米率90%计算，相当于3482多亩水稻的产量。

例3 炸绿豆心油饼油温的优选。

某工农兵食堂原炸油饼油温是204—205℃，每斤面粉耗油量1.8—3两。为了降低耗油量，对油温进行了优选。

优选方法：爬山法。

试验过程：优选范围在175—205℃（图6—26）。

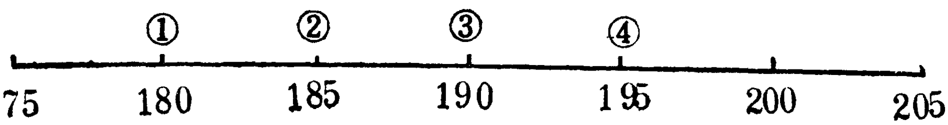


图6—26

就①点试验，油温不够。单位时间出油饼率低，油耗量大。

就②点试验，比①点好。油耗量仍大，油饼不虚不软，不好吃。

就③点试验，比①、②点都好，耗油量降为0.74两、质量达到要求，受到工农兵的好评。

就④点试验，不如③点好，耗油量增大，有的油饼有焦黑现象。

结果油温固定在190°C，每斤面粉耗油量为0.74两，按每月炸油饼24次，每次用面粉60斤计算，一年可节约油154斤。

以上三个例子都是单因素爬山法，为了对双因素爬山法有所了解，我们再举一个双因素爬山法的例子。

例 4　某农场猪饲料是采用稻草糠搭配粗细糠（这里把一份细糠和三份粗糠混合称为粗细糠），过去稻草糠与粗细糠重量之比一直控制在0.25以下，头一天进行糖化，第二天喂。为了进一步解决饲料问题以发展养猪事业，对稻草糠与粗细糠的重量之比采用爬山法进行了试验。先选择了一栏大猪五只，一栏中猪四只，一栏小猪十只，共三栏猪，每天喂三次。

第一次试验，将稻草糠与粗细糠的重量比例调整为0.28，糖化一天，结果各栏猪都爱吃。第二次调到0.40，糖化一天猪也爱吃。第三次调到0.63，糖化一天，猪的食欲激增，争着吃。第四次调到0.77糖化一天，猪的食欲不佳，各栏都剩下近半饲料，看来这个方向上不能再提高了。经分析，考虑到糖化时间有必要延长，由一天增至两天，使饲料糖化能够均匀成熟，第五次试验稻草糠与粗细糠重量比调到1.07，糖化两天，由于饲料糖化均匀成熟，具有酸甜香和稍带酒味等特点，能引起猪的食欲，各栏剩余饲料都很少。第六次当把比例调到1.43糖化两天时，由于粗细糠少，糖化程度较差，

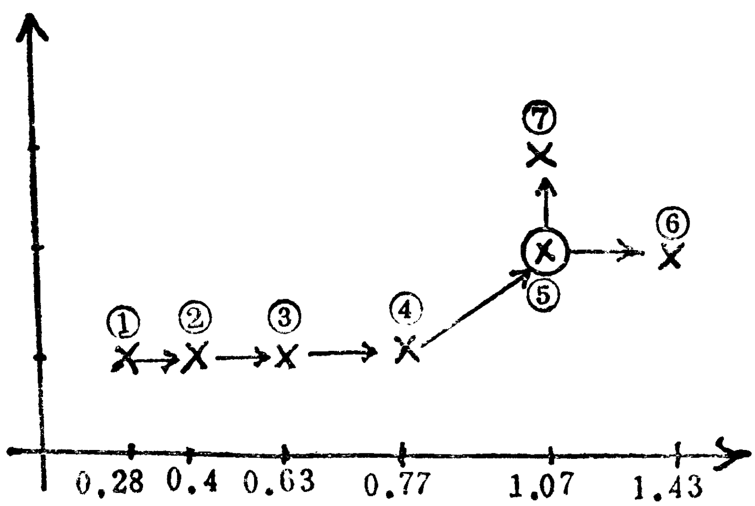


图 6—27

猪吃得很少，各栏剩余都在一半以上。第七次把糖化时间再延长一天，结果效果不好。经过七次试验，⑤号试验的前后左右都不如⑤，故应把稻草糠与粗细糠控制在1左右（各占一半），糖化时间两天，这种糖化饲料猪喜欢吃，从而解决了猪饲料问题（图6—27）。

第五节　分批试验法

在条件允许的情况下，为了缩短试验周期，可以考虑一批做几个试验。如何安排这些试验才合适呢？下面介绍几种方法。

（一）均分法

1.每批做两个试验的情况

把试验范围三等分，第一批试验点安排在试验范围的等分点$\frac{1}{3}$及$\frac{2}{3}$处（图6—28）。

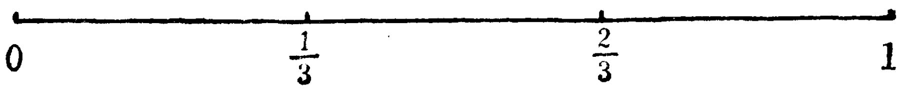


图6—28

假如$\frac{1}{3}$是好点，则留$\frac{1}{3}$所在的那一段，即（0，$\frac{2}{3}$）段（图6—29）。

图6—29

二等分（0，$\frac{1}{3}$）于$\frac{1}{6}$处，二等分（$\frac{1}{3}$，$\frac{2}{3}$）于$\frac{1}{2}$处。第

二批试验安排在新的等分点$\frac{1}{6}$及$\frac{1}{2}$处，与$\frac{1}{3}$一同比较，留好点所在的那一段。如果这时$\frac{1}{6}$是好点，则保留$(0,\frac{1}{3})$。

以后都是在好点的两旁均匀地分别安插一个试验点。如此继续下去，直到找出最好点。

2.每批做四个试验的情况

把试验范围五等分，第一批四个试验点安排在试验范围的等分点$\frac{1}{5}$、$\frac{2}{5}$、$\frac{3}{5}$、$\frac{4}{5}$处（图 6—30）。

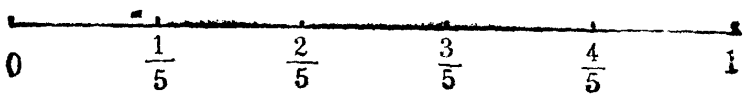


图 6—30

保留好点所在的那一段，然后在好点的两旁均匀地分别安插两个试验点。例如，设$\frac{2}{5}$是好点，那么第二批的四个试验点的分布就如下图所示（图 6—31）。

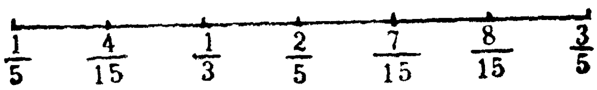


图 6—31

以后都是在好点两旁均匀地分别安插两个试验点。如此继续下去，直到找到最好点。

上面所说的方法、可以引伸到每次做 $2n$ 个试验的情况。它的规律是：先把试验范围 $2n+1$ 等分，得出 $2n$ 个分点（如两个试验则三等分，四个试验则五等分，等等），第一批在这 $2n$ 个分点上进行试验，比较后，留下好点所在的那一段，

以后每批都是将留下的范围分成 $2n+2$ 等分，在未做过试验的 $2n$ 个分点上做试验，如此继续下去，直到找出最好点。

（二）比例分割法

这种方法是将第一批试验点按比例地安排在试验范围内。

1.每批做两个试验的情况

把试验范围七等分。第一批试验点安排在试验范围的等分点 $\frac{3}{7}$ 和 $\frac{4}{7}$ 处（图 6—32）。

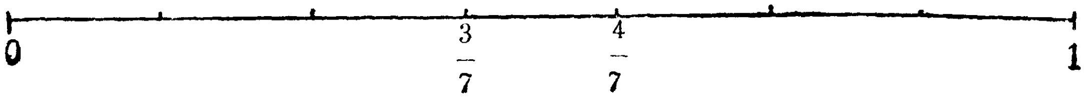


图 6—32

假如 $\frac{3}{7}$ 好，则保留（0，$\frac{4}{7}$）那一段（图 6—33）。

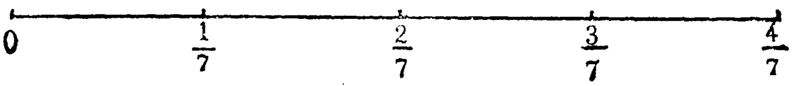


图 6—33

第二批试验安排在另外两个分点 $\frac{1}{7}$，$\frac{2}{7}$ 处，与 $\frac{3}{7}$ 一同比较，如果仍然是 $\frac{3}{7}$ 好，则保留 $\frac{3}{7}$ 所在的那一段即（$\frac{2}{7}$，$\frac{4}{7}$），再将这一段 4 等分（图 6—34）。

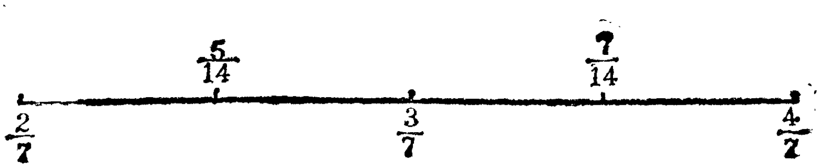


图 6—34

第三批试验点安排在新的分点$\frac{5}{14}$，$\frac{7}{14}$处，得到较好点后，留下其所在的那一段，以后都是在好点的两旁均匀地分别安插一个试验点。如此继续下去，直到找出最好点。

2.每批做四个试验的情况

把试验范围17等分，第一批试验点安排在$\frac{5}{17}$、$\frac{6}{17}$、$\frac{11}{17}$、$\frac{12}{17}$处（图6—35）。

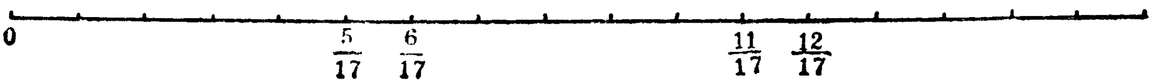


图6—35

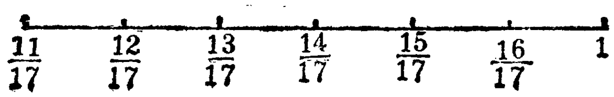


图6—36

若$\frac{12}{17}$是好点，保留好点左右的六份，即($\frac{11}{17}$，1)(图6—36)。

第二批试验在未做过试验四个分点$\frac{13}{17}$、$\frac{14}{17}$、$\frac{15}{17}$、$\frac{16}{17}$处进行，

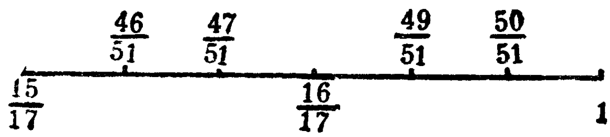


图6—37

与$\frac{12}{17}$一同比较，若$\frac{16}{17}$好，留下其所在的那一段即($\frac{15}{17}$，1)(图6—37)。

把($\frac{15}{17}$，1)六等分，第三批试验点安排在新的分点$\frac{46}{51}$、$\frac{47}{51}$、$\frac{49}{51}$及$\frac{50}{51}$处。以后都是在好点的两旁均匀地分别安插

两个试验点，如此继续下去，直到找出最好点。

一般地，每批做 $2n$ 个试验时，则将其试验范围分成 $2n(n+2)+1$等份，第一批试验点选在

$$\frac{(2n+2)-1}{2n(n+2)+1}, \quad \frac{2n+2}{2n(n+2)+1};$$

$$\frac{2(2n+2)-1}{2n(n+2)+1}, \quad \frac{2(2n+2)}{2n(n+2)+1};$$

$$\frac{3(2n+2)-1}{2n(n+2)+1}, \quad \frac{3(2n+2)}{2n(n+2)+1};$$

$$\cdots\cdots$$

$$\frac{(n-1)(2n+2)-1}{2n(n+2)+1}, \quad \frac{(n-1)(2n+2)}{2n(n+2)+1};$$

$$\frac{n(2n+2)-1}{2n(n+2)+1}, \quad \frac{n(2n+2)}{2n(n+2)+1}$$

处，比较后，留下好点左右的 $2n+2$ 份，以后每批都是把留下的范围，分成 $2n+2$ 等份，在 $2n$ 个未做过试验的分点上做试验，如此继续下去，直到找出最好点。例如，每批做八个试验，即 $2n=8$，$n=4$，首先把试验范围分成 $2n(n+2)+1=2\times4(4+2)+1=49$ 等份。第一批试验点选在

$$\frac{(2n+2)-1}{2n(n+2)+1}=\frac{(8+2)-1}{8(4+2)+1}=\frac{9}{49},$$

$$\frac{2n+2}{2n(n+2)+1}=\frac{8+2}{8(4+2)+1}=\frac{10}{49};$$

$$\frac{2(2n+2)-1}{2n(n+2)+1}=\frac{19}{49},$$

$$\frac{2(2n+2)}{2n(n+2)+1}=\frac{20}{49};$$

$$\frac{3(2n+2)-1}{2n(n+2)+1}=\frac{29}{49},$$

$$\frac{3(2n+2)}{2n(n+2)+1}=\frac{30}{49},$$

$$\frac{4(2n+2)-1}{2n(n+2)+1}=\frac{39}{49},$$

$$\frac{4(2n+2)}{2n(n+2)+1}=\frac{40}{49}$$

处，若$\frac{9}{49}$是好点，则留下其左右的10份，即（0，$\frac{10}{49}$），第二批试验在未做过试验的8个分点上做试验，以后各批都是将留下的范围分成10等份，在未做试验的8个分点上做试验，如此继续下去，直到找出最好点。

（三）预给要求法

在生产实践中，有时做试验的批数需要预先确定下来。例如，根据实验精度的要求，把试验范围均分，从而确定了需要比较的点的个数。又如有时由于费用的限制，只允许做一定个数的试验。遇到这种情况，我们就用“预给要求法”。用一定的试验次数，找出试验分点中的最好点。下面介绍这种方法。

1.每批做两个试验的情况

（1）预给两批，把试验范围七等分，第一批试验点安排在$\frac{3}{7}$及$\frac{4}{7}$处（图6—38）。

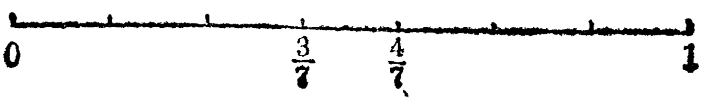


图6—38

不论哪一点好，留下的都只有两个分点未做，因而再做一批便结束。

上述情形只有六个分点，试验点△的分布方式是：

2 个分点△△ 2 个分点

（2）预给三批，把试验范围 15 等分，第一批试验点安排在$\frac{7}{15}$及$\frac{8}{15}$处（图 6 —39）。

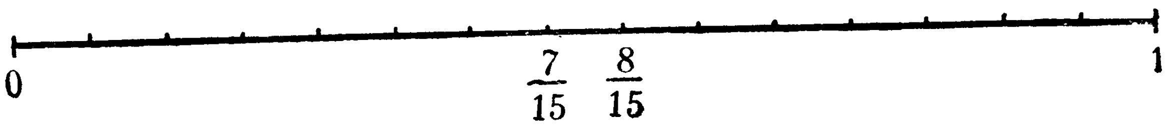


图 6 —39

若$\frac{8}{15}$好，则留（$\frac{7}{15}$，1），这一段上没有做过试验的只有六个分点，归结为预给两批的情况，因此再做两批便结束。

这时试验范围中试验点△的分布方式是：

6 个分点△△ 6 个分点

经过三批共在 6（= 2 × 3）个分点上的试验，便找出了十四个分点中的最好点。

2.每批做四个试验的情况

（1）预给两批，把试验范围 17 等分，第一批试验点安排在$\frac{5}{17}$、$\frac{6}{17}$、$\frac{11}{17}$，$\frac{12}{17}$处（图 6 —40）。

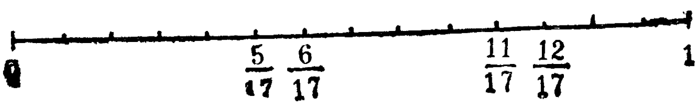


图 6 —40

比较后，留下的只有 4 个分点未做试验。因而再做一批便结束。

这时试验点△的分

布方式是：

4 个分点△△ 4 个分点△△ 4 个分点

（2）预给三批，把试验范围 53 等分，第一批试验安排在$\frac{17}{53}$、$\frac{18}{53}$、$\frac{35}{53}$、$\frac{36}{53}$处（图 6 —41）。

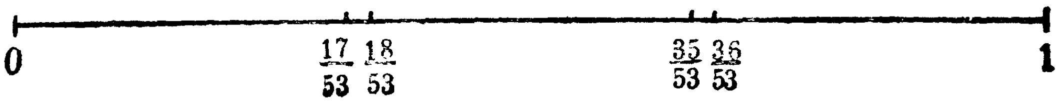


图 6 —41

比较后，留下的只有 16 个分点，归结为预给两批的情况，因此再做两批便结束。

这时试验点△的分布方式是：

16 个分点△△ 16 个分点△△ 16 个分点

例 1 某生产队用“九二〇”点棉花白花，涂花后虽然增加了单株成桃数，但是没有增加产量，分析其原因，主要是浓度过高，涂花后使棉壳变厚，绒变少，产量不高，于是对“九二〇”浓度进行优选，试验范围 0—60 单位，使用每次做两个试验的办法（图 6 —42）。

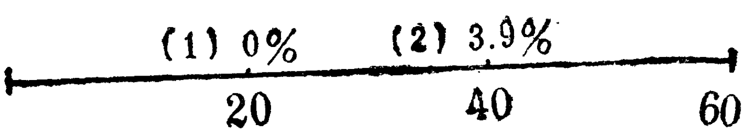


图 6 —42

（1）点试验，脱桃率为0%，（2）点试验，脱桃率为3.9%，于是丢掉 40 单位以上的那段。

第二批试验在 0—40 范围内好点 20 的左右均匀地安插一个试验点，即 10、30。考虑到与上次试验时间不一样，就又增加了一个重复试验，即在 10、20、30 三点都作试验（图

6—43）。

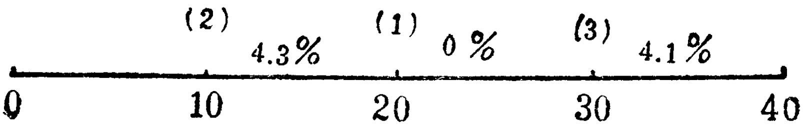


图 6—43

比较结果，仍然是（1）号试验好。丢掉 10 以下及 30以上的两段。

第三批试验在 10—30 间好点 20 的左右均匀地各安排一个试验点即 15、25 处，也对 20 作一次重复试验（图 6—44）。

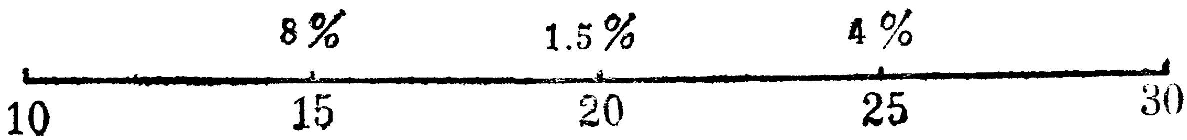


图 6—44

结果 15 个单位处，脱桃率为 8%，25 处脱桃率为 4%，20个单位处，脱桃率为 1.5%。

三批试验结果证明，20 个单位最好，成桃率几乎是100%，经后期观察，棉桃大，表面光滑，不变形，与去年比较节约“九二〇”达三分之二。

例 2　西凤酒厂在制酒过程中，运用优选法对酿酒的几个主要因素（1）温度，（2）水的用量，（3）大曲的用量进行了优选。在保证西凤酒质量的前提下，提高了出酒率，为国家节约了大量的原料。

（1）对温度进行优选　场温在 12°C—18°C 前提下，用粮固定在 800 公斤，大曲固定在 176 公斤，入池水固定在每窖 80 桶（每桶 7.5 公斤）。采用分批试验法入池温度在（17°C—27°C）范围进行优选（图 6—45）。

图 6—45

试验点	A	B	C	D
温　　度	19°	21°	23°	25°
出酒率	45.38	48.06	45.06	42.68

保留好点所在的那一段，即（A，C）（如图 6—46）。

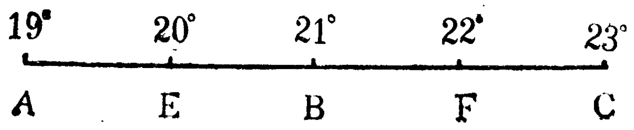


图 6—46

第二批试验安排在 A、E、F、C 四点（一般情况下，不在端点重做试验，为了慎重起见，在两个端点，重做了试验），然后与 B 相比较。

试验点	A	E	B	F	C
温　　度	19°	20°	21°	22°	23°
出酒率	41.31	46.13	48.06	48.19	42.60

两次试验结果，入池温度控制在（22°C）最好。

（2）对水的用量进行优选　场温在（12°—18°C）前提下，用粮固定在 800 公斤，大曲固定在 176 公斤，入池温度控制在 22°C 用同样的方法优选出水的用量 76—77 桶为好。

（3）对大曲用量进行优选　场温在 12°C—18°C 前提

下，用粮固定在800公斤，入池水每窖77桶，入池温度固定在22°C用同样的方法优选出大曲用量在160公斤最好，即从原来粮的用量的22%降到20%。

经过优选后，新的配方是：

粮800公斤，水77桶(每桶7.5公斤)，大曲160公斤，温度22°C，按新配方投产后，每年可节约大曲57吨，粮食76吨。

第六节　单因素优选成果实例

1.优选法在漂白中的应用

原来染一缸袜子用“加白剂”50克，“漂毛粉”460克，“平平加”（一种贵重的染剂）40克，时间为40分钟，温度为95°C。某中学学生对“加白剂”进行单因素优选，其他条件仍旧。结果以30克为最好。

2.种子发芽试验温度的优选

四川合江县农牧局种子站，对水稻、小麦、高粱、大豆、包谷五种种子发芽温度进行优选。结果是：水稻以33°C，小麦、高粱以25°C，大豆以30°C，包谷以28°C为最好，采用优选后的温度，种子发芽快，缩短了发芽时间。水稻5天，小麦3天，高粱、大豆2天，包谷4天，都比过去提前2—3天。

3.中稻花期喷射“九二〇”浓度的优选

在中稻盛花末期和灌浆初期喷射“九二〇”激素往往因浓度使用不当，影响效果。江苏远安县农业微生物站对浓度优选，找到了使用浓度最好点为7万倍，即14PPM（单位），结实率为91.4%。

4.用优选法找出农药配比的最好方案

湖北枝江县新场区农技站，在棉花病虫防治中，对七种农药的配比配方，优选出以下方案。

（1）高效农药“1605”防治棉蚜。稀释倍数为2708，即1斤药水，掺水2708斤，棉蚜死亡率为100%。

（2）50%保棉丰乳剂防治棉红蜘蛛。稀释倍数为5000，红蜘蛛死亡率为100%。

（3）80%敌敌畏防治棉红蜘蛛。稀释倍数为3000—3250，红蜘蛛死亡率为93.3%。

（4）土农药“4115”防治棉红蜘蛛。稀释倍数为140，红蜘蛛死亡率97.7%。

（5）苏化“203”防治棉红蜘蛛。稀释倍数为2000，红蜘蛛死亡率为95.8%。

（6）乙硫磷加6%可湿性“666”防治棉蚜。稀释倍数为2400—2600，棉蚜死亡率为100%。

（7）80%毒杀酚乳剂防治棉红蜘蛛。稀释倍数为500，红蜘蛛死亡率在90%以上。

5.优选法在饲料粉碎机上的应用

湖北宜昌县农机科，就305型饲料粉碎机用8匹马力的柴油机带动，对转速进行优选。结果得出2782转/分为最好。一般在2600—2800转/分都合适，用8匹马力柴油机配套完全适用。

6.制砖含水量的优选

湖北洪湖县第一砖瓦厂对制砖含水量进行优选，得出砖泥的含水量为28.46%时最好，即100斤砖泥中，含水28.46斤，含土71.54斤。按这个配比制出来的砖坯，成品率提高到

95% 以上。

7.烧砖温度的优选

湖北孝感县机砖厂对烧砖温度进行优选，结果得出以926°C为最好。按这个温度烧出来的砖质量有了提高，次品率比原来的降低75%，工效提高20%，耗煤降低50%。

8.蜂窝煤土煤配比的优选

陕西宝鸡市燃料公司汉中路商店西关门市部，对蜂窝煤的土煤配比进行优选。在提高质量的前提下，结果得出每百斤煤掺土25斤最好。按这个配比投产，与过去比较，每吨蜂窝煤可节约无烟煤150公斤，一台制煤机全年能节约360吨煤，折价16200元。

9.用优选法缩短汽车轮胎硫化时间

陕西宝鸡市第一汽车运输公司修配厂，在汽车轮胎硫化（通常叫做火补）时，按原来的习惯，不论轮胎的磨损情况，一律硫化三小时以上，有时达到四小时。经优选后，得出1小时40分钟，1小时50分钟，2小时的效果都好，缩短了生产周期。如果按该厂每月只补60条轮胎计算，全年劳动力一项，为国家节约3988元，另外还节约不少的煤。

10.用优选法提高深井泵的效率

陕西国棉七厂为了提高深井泵的效率，即提高压力，增加出水量，对深井泵叶轮间隙的大小，进行了优选。结果

间隙由原来的2.8mm，调到1.125mm。

压力由原来的4.3kg/cm^3提高到4.93kg/cm^3。按这个最优方案投产，每口井全年出水量增加164000吨。

第二章　双因素优选法

上面谈的是单因素的优选问题。那么，遇到两个因素的问题怎么办呢？如在冶炼中，不仅有温度的高低问题，还有冶炼所需时间的长短问题。我们用多长的时间，多高的炉温，才能使炼出的钢材性能最好呢？这就是一个双因素优选问题。

对于双因素的问题，工人同志在实践中往往采取把两个因素变为一个因素的办法（即降维法）来做。下面我们就谈谈降维法中的对折法，等高线法和平行线法。

第一节　对　折　法

在一张纸上（如图 6 --47），首先画出直角坐标，设横坐标表示因素 I，纵坐标表示因素 Ⅱ，因素 I 的试验范围为〔a_1,b_1〕因素 Ⅱ 的试验范围为〔a_2,b_2〕我们就在 $a_1<x<b_1$，$a_2<y<b_2$ 这个范围内进行优选（图 6 —47）。

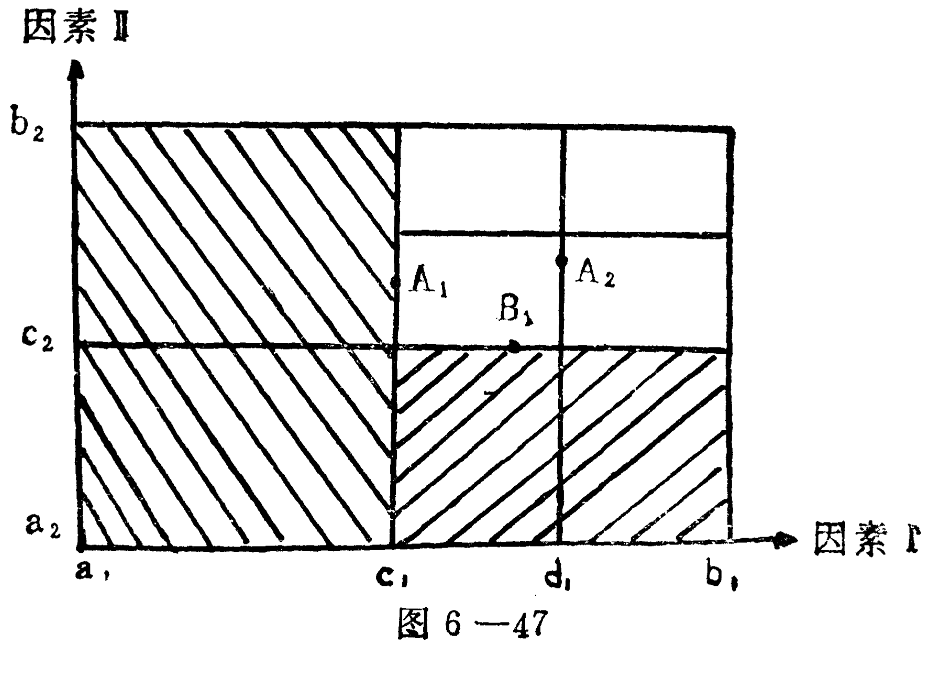


图 6 —47

先固定因素Ⅰ在试验范围的中点C_1，即$\frac{1}{2}(a_1+b_1)$处，对因素Ⅱ进行单因素优选，得到较好的点A_1。然后固定因素Ⅱ在中点C_2，即$\frac{1}{2}(a_2+b_2)$处，对因素Ⅰ进行单因素优选，得到较好的点B_1，如果B_1比A_1好，则丢掉C_1的左半面，即丢掉$a_1\leqslant Ⅰ\leqslant C_1$，$a_2\leqslant Ⅱ\leqslant b_2$部分（见图中划⋙的部分）。然后再在因素Ⅰ的新范围$(c_1, b_1)$的中点$d_1$，对因素Ⅱ进行单因素优选，如果最好点为$A_2$，且$A_2$比$B_1$好，则丢掉$B_1$下边的半面，即丢掉平面$c_1<Ⅰ\leqslant b_1$，$a_2\leqslant Ⅱ\leqslant c_2$部分（见图中划⋙的部分）。如此下去，直至找到满意的结果为止。

这个方法的要点是先固定一个因素于试验范围的中点，用单因素的方法优选另一个因素，再固定另一个因素于试验范围的中点，优选第一个因素。然后将两个结果进行比较，沿着坏点所在的线，丢掉不包括好点在内的半个平面。这样不断将试验范围缩小，如此下去，就可找到最好点。

这个作法的好处是，每进行一次试验，可将试验范围缩小一半，且保证了最好点在剩余的一半内。若连续进行n次试验，则好点必定在试验范围的$\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$内。

例 应用优选法提高精密金属膜电阻合格率。

五七九厂原生产精密金属膜满足温度系数初阻值标准的合格率只有20%左右，长期影响该厂生产任务的完成。

影响这种产品质量的因素尽管很多（如合金粉、配比、

真空工艺热处理等），但经群众分析，金属膜瓷管要经过两层蒸发，底层是 01$^{\#}$ 合金粉，再蒸发一层是 4087$^{\#}$ 合金粉。这两种合金粉的配比是主要因素，用对折法进行优选（图 6—48）。

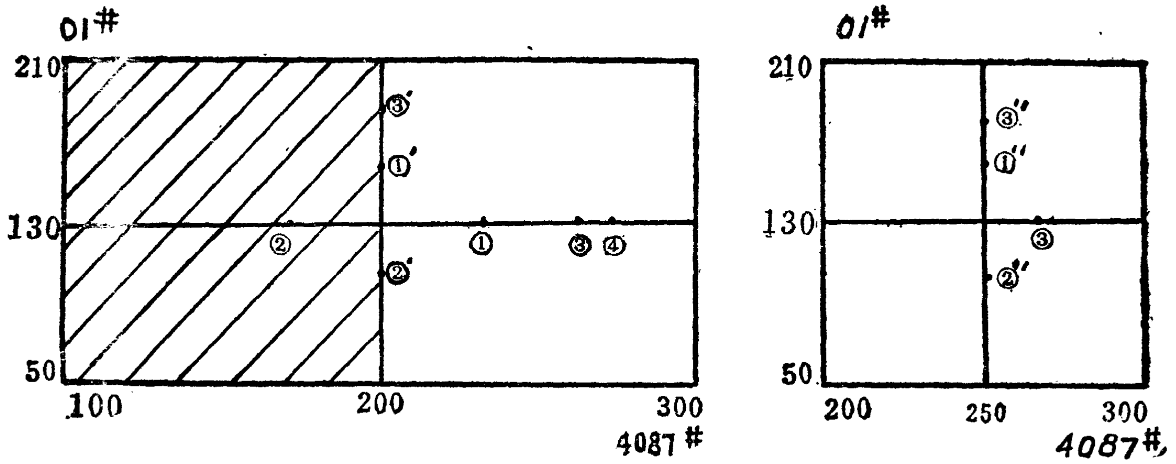


图 6—48

试验范围：01$^{\#}$ 合金粉取 50—210.（原工艺取 01$^{\#}$ 合金粉 100*mg*）；4087$^{\#}$ 合金粉取 100—300*mg*.（原工艺 4087$^{\#}$ 合金粉取 254*mg*）。

试验经过：

1.在 01$^{\#}$ 轴(纵轴)上取中点,即固定 01$^{\#}$合金粉量为 130*mg*，用 0.618 法优选 4087$^{\#}$ 合金粉的加入量，做了四次试验，最优点为③点，即 252.8*mg*。

2.取 4087$^{\#}$ 轴(横轴)上的中点，即固定 4087$^{\#}$合金粉为 200*mg*，用 0.618 法优选 01$^{\#}$ 合金粉加入量,做了三个试验，最优点为③′点，即 172.8*mg* 为最优点。

3.比较③和③′点，③点好。因此去掉左边一半,留下包含好点③所在的一半；

4.对剩下一半，再固定 4087$^{\#}$ 用量于中点 250*mg*，优选 01$^{\#}$ 合金粉用量，经三次试验,优点在①″点即 149.2*mg* 处。

5.将①″与③比较，①″点最好。

试验结果：01# 合金粉 取149.2mg，4087# 取250mg这种配比最好。通过生产实践检查，质量稳定，合格率由原来的20%提高到85%以上，过去加班加点还完不成任务，现在提前完成月计划。

第二节　等高线法

在平面上，先画直角坐标。设横坐标正方向为因素Ⅰ增加的方向，纵坐标的正方向为因素Ⅱ增加的方向。根据经验确定因素Ⅰ的试验范围是 (a_1, a_2)，因素Ⅱ的试验范围是 (b_1, b_2)，如图6—49。

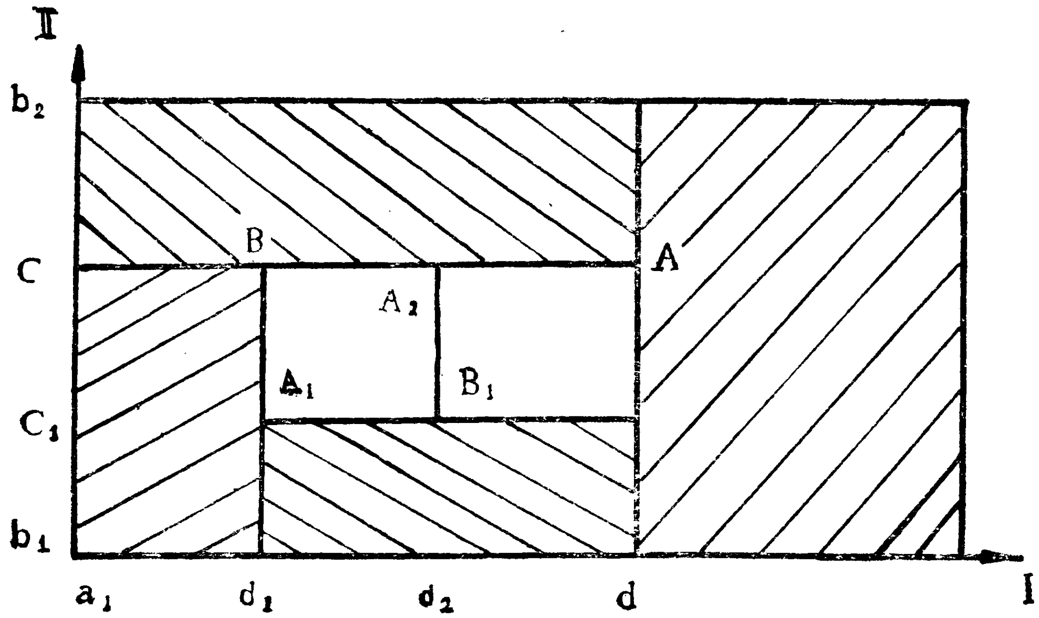


图6—49

首先将因素Ⅰ固定在适当的位置 d〔即原生产点或 (a_1, a_2) 的0.618处〕上，对因素Ⅱ用单因素优选法，得一好点 $A(d, c)$。然后将因素Ⅱ固定在 C 点，用单因素法在 $(a_1\ a_2)$ 内优选因素Ⅰ，得一好点 $B(d_1, c)$。比较 A、B 两点，若

B 比 A 好，则去掉直线 Ad 右边的部分，即 $d \leqslant \mathrm{I} \leqslant a_2$，$b_1 \leqslant \mathrm{II} \leqslant b_2$。再将因素Ⅰ固定在 d_1 上，对因素Ⅱ在（b_1、b_2）范围内用单因素优选，得一好点 A_1（d_1，c_1），比较 A_1、B 两点，若 A_1 好，则去掉直线 AB 上面的部分，即 $a_1 \leqslant \mathrm{I} \leqslant d$，$c \leqslant \mathrm{II} \leqslant b_2$。又将因素Ⅱ固定在 C_1 上，对因素Ⅰ在（d_1，d）范围内用单因素优选，得好点 B_1（d_2，c_1），比较 B_1、A_1 两点，若 B_1 比 A_1 好，则去掉直线 BA_1 左边的部分，即 $a_1 \leqslant \mathrm{I} \leqslant d_1$，$b_1 \leqslant \mathrm{II} \leqslant C$。然后再将因素Ⅰ固定在 d_2 上，在（b_1，c）范围内对因素Ⅱ用单因素优选，又得一好点 A_2，比较 A_2、B_1 两点，若 A_2 好，则去掉直线 B_1A_1 下面的部分，即 $d_1 \leqslant \mathrm{I} \leqslant d$，$b_1 \leqslant \mathrm{II} \leqslant C_1$。依照上面的方法一直找下去，直至找到我们希望的结果为止。

这个方法的规律是对两个因素先固定Ⅰ，优选Ⅱ，再固定Ⅱ，优选Ⅰ，交错地轮流优选，逐步达到最好点。

这个方法的要点是：对一个因素进行优选试验，另一个因素都固定在上次试验的好点上（第一次试验除外），所以称为从好点出发法，此法又叫等高线法。

例 治虫是棉区田间管理中的一个重要环节。在夏秋高温干旱或间断有雨的情况下，红蜘蛛和棉蚜虫交错发生，有时并发，经常需要同时防治，而能够兼治的农药又比较缺乏。按照“经济有效，安全可靠”的原则，现对土农药石硫合剂与敌百虫混合使用的浓度进行优选（图 6—50）。

试验安排：七月下旬和八月上旬，在棉株长势基本一致，虫情一般的田块，选择气候大致相同的试验日期，按计算出的各试验点分小区，每小区面积 0.01 亩，每小区用药液 5 斤，均匀喷雾。喷雾前，定株定叶，调查红蜘蛛和棉蚜虫的

虫数，喷雾后 24 小时检查活虫数，计算死亡率。

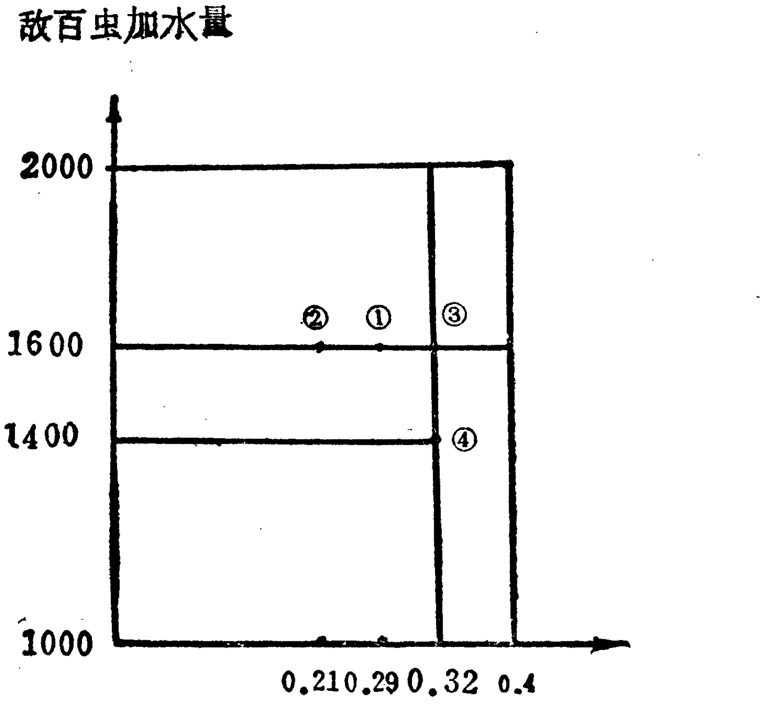


图 6—50

优选范围：90% 的敌百虫常用浓度是 0.05—0.1%；石硫合剂对棉花可用浓度范围是 0.1—0.4 波美。

试验方法：等高线法。

计算试验点：敌百虫浓度试验是 0.05—0.1%，即 1 斤药加水 1000—2000 斤。故将浓度改为加水量，则试验范围为：加水 1000 到 2000 斤。

开始时把敌百虫加水量固定在 1600 斤。

$$1000+(2000-1000)\times0.618=1600.$$

对石硫合剂浓度在 0.1 到 0.4 波美的范围内用 0.618 法优选。

第一试验点 $=0.1+(0.4-0.1)\times0.618=0.285$ 取 0.29（波美）。

第二试验点 $=0.1+0.4-0.29=0.2$（波美）。

比较①、②两点，①点比②点好。

第三试验点＝0.4＋0.21－0.29＝0.32（波美）。③点比①点好。

经重复试验结果，再次证实，敌百虫加水1600斤，石硫合剂用0.32波美时，红蜘蛛、棉蚜虫死亡率均达100%。

能否再减少敌百虫的加水量以减轻劳动强度呢？我们把石硫合剂浓度固定在0.32波美。在敌百虫加水量1000—2000内用0.618法作试验，计算结果第一试点就是③已作过，只需作第二试验点④。从死亡率看仍是③好，已取得满意效果。

试验结果：敌百虫加水1600倍与0.32波美石硫合剂混合液效果最好。

第三节　平行线法

当我们遇到两个因素的问题时，其中有一个容易调变，而另一个因素变化的掌握比较困难。比如在实际中常遇到时间和温度这样两个因素的问题，时间容易控制，温度调节却比较困难，若用等高线法优选就不大方便，而用平行线法较合适（图6—51）。

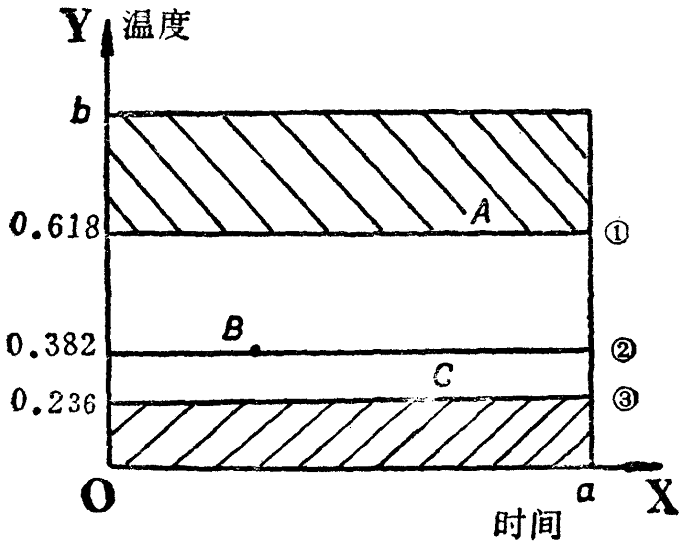


图6—51

平行线法是尽量使难以改变的因素变化次数少。例如，温度难调，我们就把它固定在y轴上，而且固定在试验范围

ob 的 0.618 处。把易于调变的因素时间表示在 x 轴上，在范围 oa 内优选得 A 点最好，再把温度固定在 ob 的 0.382 处，对时间优选得一好点 B。比较 A、B 两点，若 B 比 A 好，就把横线①以上的部分去掉，再在 ob 留下的一段 0.382 处找出其对称点 0.236，把温度固定在 ob 的 0.236 处，对时间优选得一好点 C，比较 B、C 两点，若 B 比 C 好，则去掉横线③以下的部分，这样循环试验下去，直至找到最好点为止。

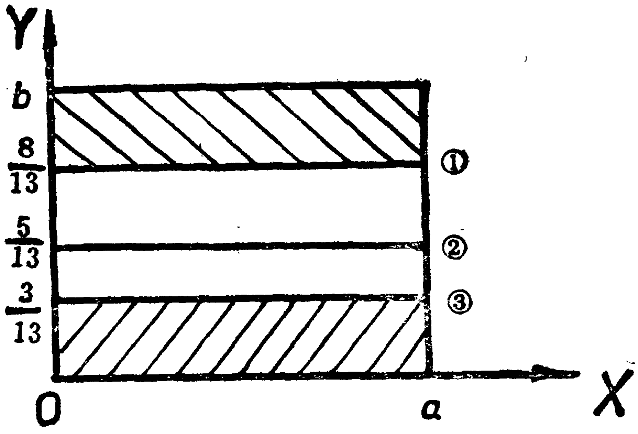


图 6 —52

上面的方法是用 0.618 固定不易调变因素，也可以用分数法固定。如用 8/13 时，横线①过纵轴的 8/13 处，而横线②过纵轴的 5/13 处等等（图 6 —52）。

这个方法都是在平行于 X 轴的直线上做试验，故称平行线法。

应用平行线法的例子

例 用优选法选择合适的用碱量。

磷苯二甲酸二辛脂（简称二辛脂）是一种增塑剂。在生产二辛脂过程中要用硫酸作催化剂，过量的硫酸需用碱中和，生产上为“保险”起见往往加过量的碱，这些过量的碱又顺着地沟跑了，不仅造成浪费，而且污染地下水，影响农田灌溉。某化工厂二辛脂小组应用优选法经过四次试验，找到了合适的用碱量，使每吨耗碱量从11.2公斤/吨降到 6.6 公斤/吨，全年节约碱 600 吨。

该厂优选的是单因素用碱量，但加的是液态碱，生产又是连续进行，这就牵涉到碱的浓度和加碱速度。他们当作双因素来对待，一个是浓度一个是流速。浓度变动比较困难，流速容易调节，根据这一特点，采用平行线法进行试验。

试验时，固定粗脂流速为3.2吨/时，粗脂温度80—90℃、配碱温度60—65℃。

优选范围：碱液浓度为1%—7%；碱液流速为320—1280升/时（20—80的刻度）。

试验步骤：

（1）首先在5%浓度〔1%+(7%—1%)×0.618=4.7%≈5%〕对流速找最好点A，接着在浓度3%(0.382)对流速找最好点B，比较A、B两点，指标相近，由于B点用碱少，故舍去3%以上的试验。

（2）选取3%与1%之间的中点（2%）作第三次试验，选出的第三点C比第二点B好。

（3）在2%与1%之间的中点(1.5%)作第四次试验，选出第四点D质量不好。

（4）各点比较，确定第三点为好点（图6—53）。

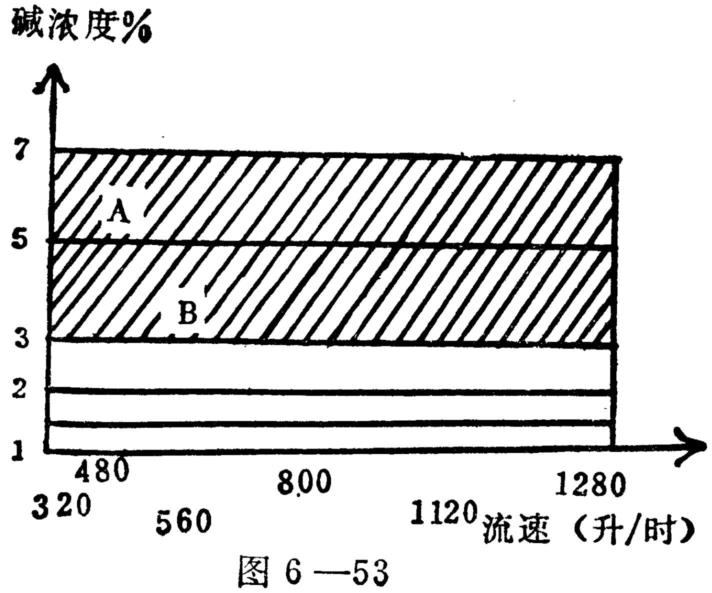


图6—53

试验结果

项目＼顺序	第一次即A点	第二次即B点	第三次即C点	第四次即D点
碱浓度（%）	5	3	2	1.5
碱液流速升/时	480	560	800	1120
分离情况	好	好	好	不好
耗碱量（公斤/吨）	10	7.6	6.6	6.05

第四节　双因素优选成果实例

1.用优选法提高玉米出粉率

陕西国棉八厂织布车间为了提高玉米出粉率，对浸泡温度和浸泡时间进行双因素优选，结果得出

浸泡温度80℃，浸泡时间26小时效果最好，出粉率为83.9%。按这个方案投产，每年可节约玉米十万多斤，折合价值1万余元。

2.做豆腐要搞优选

某豆腐加工厂，为了提高豆腐质量，节省原料，对做豆腐进行优选。每缸固定用黄豆30斤，对投石膏量和豆浆温度进行双因素优选。结果得出

投石膏量0.6—0.8斤，豆浆温度78℃最好。按这个方案投产，豆腐质量提高，产量也显著提高，每百斤黄豆，能出320斤豆腐，估计每年节约黄豆十二万斤。

3、炸油条也要搞优选

某饮食服务公司在提高质量、节约原料、提高生产的前提下，对炸油条进行优选。这是一个多因素优选问题，因为

可以连续用双因素和单因素优选法逐步来解决，因此把它附在这里。结果得出方案：

用面 100 斤，加水 68 斤，盐 2 斤，碱 8 两，矾 1.3 斤；油温 220—225℃，室温 23℃，水温 47℃。按这个方案投产，每百斤面仅耗油 15—18 斤，在 90—100 分钟，可炸完 100 斤面的油条，提高了生产，扩大了供应。该公司三个油条点，一年可节约食油一万多斤。

七、正交试验法

农业生产中，改革耕作制度，选择优良品种，合理使用化肥等，一般都需要经过试验。由于农业生产涉及问题较多，生产周期长等原因，搞试验如何尽量少作试验，又能获得满意的结果，这就要对试验作合理的设计。在这里介绍一种多因素试验设计方法一正交试验法，正交试验法是使用正交表来安排多因素的试验和分析试验结果的一种试验方法，它用较少的试验，获得全面试验的效果。目前正交试验法已广泛应用于工农业生产和科学试验，取得了显著成绩。

第一章　基本方法

第一节　指标、因素和水平

某生产队想通过试验弄清楚小麦优良品种咸农68、阿勃、丰产三号在当地条件下，对于不同的施氮量，种植密度和播种日期的高产规律。

良种质量的考核指标有产量、千粒重、发芽率、面粉白度和面粉味道等。以上这些量都是在试验中用来衡量试验效果的，叫做试验指标。其中产量、千粒重等能用数量表示，称为定量指标。而面粉的白度，味道等不能直接用数量表示，

只能凭手摸、眼看、口尝来评定，称为定性指标。对于定性指标，可以按评定结果打出分数或评出等级，就可以用数量表示了，这就是定性指标定量化。在正交试验中，为了便于分析结果，凡遇到定性指标，总是把它定量化加以处理，因此，以后对二者不加区别了。

不同品种，不同施肥量、播种量、播期、中耕和田间管理、雨量和气温等对试验指标都有影响，通常称它们为因素。有一类因素，可以人为地加以调节和控制，如品种、施肥量、密植程度和播种时间等，叫做可控因素。另一类因素，由于自然、技术和设备等条件的限制，暂时还不能人为调节的，如雨量和气温等，叫做不可控因素。因此，今后说到因素，凡没有特别说明的，都是指可控因素。

有的因素的量，经过长期生产实践，已经比较清楚，就不必在试验中考察。通常在试验之前必须进行认真分析，确定哪些因素在这些试验中加以考察。对那些暂时不考察的因素，固定在适当的状态上。只考察一个因素的试验，叫做单因素试验；考察两个以上因素的试验，叫做多因素试验。正交试验法是一种适用于考察多因素试验的方法。

因素在试验中所处状态的变化，可能引起指标的变化，因素变化的各种状态叫做因素的水平。某个因素在试验中需要考察它的几种状态，就叫它是几水平的因素。如小麦品种选用三个：咸农68、阿勃、丰产三号。象这样选用三个小麦品种就是小麦品种这个因素的三个水平。施氮量每亩取20斤、30斤、40斤，就是施氮量的三个水平。其它因素类似（各个因素水平可以不同）。

为了书写方便，因素可用拉丁字母 A、B、C、…来表示，因

素 A 的水平用 A_1、A_2、…来表示。如施氮量用 A来表示，它的三个水平 $A_1=20$斤/亩，$A_2=30$斤/亩，$A_3=40$斤/亩。其它因素用类似方法来表示。一般列出一个因素水平表。

表7—1　**小麦栽培试验因素水平表**

因素 水平	A 品种	B 施氮量（斤/亩）	C 播种量（斤/亩）	D 播期
1	阿勃	20	10	10月5日
2	咸农68	30	15	10月15日
3	丰产三号	40	20	10月17日

上面四因素各取三水平共有 $3\times3\times3\times3=81$ 种全面搭配，须用 81 个小区作试验。占地多操作烦；又如七因素各取二水平的全面试验共有$2^7=128$个，因素和水平再多一些，全面试验就更多了。

利用正交表安排试验的正交试验法，对上例用9次试验就能达到 81 次试验的目的，找出好的生产条件来；用 8 次试验就能分析出 128 次试验的结果来。

正交试验法，从数学方面来说包括两部分内容：（1）怎样安排试验方案；（2）怎样分析试验结果。

第二节　用正交表安排试验

（一）正交表

正交表是试验设计中合理安排试验，并对数据进行处理的主要工具，最简单的正交表是 L_4（2^3），见表 7 — 2 。

记号L_4（2^3）的含意，“L”代表正交表，L下角的数字“4”表示有4个横行（以下简称行），即要做四次试验；括号

表7—2　　　　$L_4\ (2^3)$

列号 / 试验号	1	2	3
1	1	1	1
2	1	2	2
3	2	1	2
4	2	2	1

内的指数“3”表示有3个纵列(以下简称为列)，即最多允许安排的因素个数是3个；括号内的底数“2”表示表中每列有1、2两种数字，安排试验时，被考察的因素都取二水平。

$L_9(3^4)$、$L_8(2^7)$都是具有相同水平的正交表，也就是说这种正交表中每一列所包括的数字（水平）种数都是相同的（参看附录表）。有些正交表中每列所包括的数字并不相同，这类正交表叫做混合型正交表。如$L_8(4\times2^4)$(见附录表)，它有8行5列；其中第一列是1、2、3、4四种数字组成；后4列是1、2两种数字组成。用它安排试验时，要做8个试验，最多可以安排一个四水平和四个2水平的因素。

每张正交表都有两个性质：

1.每一列中各水平出现的次数相同，如表7—2各出现两次；

2.任意两列的水平代号组成的横行有序数码对，出现的次数一样，如表7—2任两列的横行数码对（1,1)、(1,2)、(2,1）、(2,2)均出现2次，即表示两列水平数搭配齐全且居平等地位。

又如正交表$L_{27}(3^{13})$（见附录表9），每一列的各水平都出现了九次；任意两列的横行的水平数组成的所有数码对为（1，1），（1，2），（1，3），（2，1），（2，2），（2，3），（3，1），（3，2），（3，3）。且每个数码对各出现3次。

总之，凡具有以上两个性质的表称为正交表。

（二）试验方案安排的步骤

我们用一个例子来说明试验方案安排的步骤。

例 某生产队对棉籽变温浸种进行试验，如何设计试验方案？

第一步明确试验目的，确定试验指标。

棉籽变温浸种是防止棉花苗期病害和催芽早发的有利措施。由于过去未掌握棉籽变温浸种的规律，有时把棉籽浸坏，发芽率低。本试验以发芽率来衡量试验的好坏。

指标发芽率的计算公式：

发芽率（%）＝发芽棉籽数÷棉籽总数×100

第二步 挑因素，选水平。

根据考核的指标的需要，经讨论，确定了因素和水平如下：

表7—3 **棉花浸种试验因素水平表**

因素 水平	A 高温水温度（°C）	B 高温浸泡时间（分）	C 低温水温度（°C）	D 低温水浸泡时间（小时）
1	50	20	15	16
2	55	30	20	12
3	60	40	30	8

水平的次序排列可任意。

第三步　选用正交表。

选用正交表时必须注意，因素水平表的水平数和所选正交表的水平数要完全一致，因素水平表中的因素个数应小于或等于所选正交表的纵列数（因素数）。本例为四因素三水平的试验，故选用合适的正交表为 $L_9(3^4)$：

表7—4　　正　交　表 $L_9(3^4)$

试验号＼列号	1	2	3	4
1	1	1	1	1
2	1	2	2	2
3	1	3	3	3
4	2	1	2	3
5	2	2	3	1
6	2	3	1	2
7	3	1	3	2
8	3	2	1	3
9	3	3	2	1

于是用这张表安排试验。

第四步　表头设计。

把要考察的各因素，安排在选好的正交表的各列上。这个过程叫做表头设计。本例的表头设计为表7—5

表7—5

因　素	高温水温度A	高温水浸泡时间B	低温水温度C	低温水浸泡时间D
列　号	1	2	3	4

当列数多于因素个数时，如何把因素安排在各列，若不考虑交互作用（见后面），也可以将因素任意的安排在各列上，否则是要设计的。

第五步　列出试验方案。

根据表头设计，因素的水平对号入座，在 $L_9(3^4)$ 表中水平数码 1、2、3 的后面填上该列因素的 1 水平、2 水平、3 水平。对本例来说，就是在第一列中的数字后面填上温度的数值，数字 1 后面填上 50，数字 2 后面填上 55，数字 3 后面填上 60，同样对于第二列的数码 1、2、3 后依次各填上因素 B 的三个水平数，20，30，40。第三列、第四列照样处理，于是得出试验方案表。到此，试验方案的设计工作算完成了，每一横行就是一个试验条件（或处理）。

表7—6　　**棉花浸种试验方案表**

因素（列号） 试验号	A 高温水温度（°C） （1）	B 高温水浸泡时间（分） （2）	C 低温水温度（°C） （3）	D 低温水浸泡时间（小时） （4）	试验指标发芽率（%）
1	（1）50	（1）20	（1）15	（1）16	
2	（1）50	（2）30	（2）20	（2）12	
3	（1）50	（3）40	（3）30	（3）8	
4	（2）55	（1）20	（2）20	（3）8	
5	（2）55	（2）30	（3）30	（1）16	
6	（2）55	（3）40	（1）15	（2）12	
7	（3）60	（1）20	（3）30	（2）12	
8	（3）60	（2）30	（1）15	（3）8	
9	（3）60	（3）40	（2）20	（1）16	

试验方案实施时可按试验号的顺序，也可按具体情况安排顺序。

第三节　试验结果的分析

上节的棉花浸种试验按方案实施后，把得到的指标数据填在指标栏内（见表7—7）。

（一）分析试验结果

我们从表7—7直接可以看到，这9个试验中第7号试验发芽率最高。它的试验条件是 $A_3B_1C_3D_2$。它是否为 A、B、C、D 的最优水平组合，还有没有更好的条件使发芽率更高呢？这就需要计算。

表7—7　**棉花浸种试验结果分析计算表**

因素(列号) / 试验号	A 高温水温度(°C) (1)	B 高温水浸泡时间(分) (2)	C 低温水温度(°C) (3)	D 低温水浸泡时间(小时) (4)	试验指标发芽率(%)
1	(1)50	(1)20	(1)15	(1)16	64.8
2	(1)50	(2)30	(2)20	(2)12	68.8
3	(1)50	(3)40	(3)30	(3)8	72.0
4	(2)55	(1)20	(2)20	(3)8	73
5	(2)55	(2)30	(3)30	(1)16	72.6
6	(2)55	(3)40	(1)15	(2)12	69.4
7	(3)60	(1)20	(3)30	(2)12	81.4
8	(3)60	(2)30	(1)15	(3)8	59.8
9	(3)60	(3)40	(2)20	(1)16	51.6
K_1	205.6	219.2	194.	189.	总和=
K_2	215	201.2	193.4	219.6	613.4
K_3	192.8	193	226.	204.8	
k_1	68.5	73.1	64.7	63	
k_2	71.7	67.1	64.5	73.2	
k_3	64.3	64.3	75.3	68.3	
R	7.4	8.8	10.8	10.2	

现在我们来比较某因素在各个水平下的平均发芽率，找出该因素使发芽率最高的水平来。因此，就需要做一些简单的运算，通过计算可以解决下面几个问题：

1. 分析因素与试验指标的关系，即各因素变化时，指标是怎样变化的。找出这种规律，用它来指导生产；

2. 分析因素影响指标的主次。如本例的四个因素中，哪个是影响发芽率的主要因素，哪个是次要因素，找出主要因素是我们试验的任务之一；

3. 寻找好的生产条件。即是说，这四个因素中各取什么样的水平组合，发芽率最高；

4. 给我们今后试验提供依据。

下面谈谈怎样计算。

计算因素 A 的一水平 A_1 的三个试验的指标和，用 K_1（第一列）来表示。反映在正交表上就是第一列中数字“1”对应的试验指标之和。

$$K_1(\text{第一列}) = 64.8 + 68.8 + 72.0 = 205.6\ (\%)$$

把 205.6 填在第一列下面的“K_1”行上（见表 7—7）．第一列的数字“1”重复了三次，即 K_1（第一列）是三个试验结果的和，所以它的平均值〔用 k_1（第一列）表示这个平均值〕是：

$$k_1(\text{第一列}) = \frac{K_1\ (\text{第一列})}{\text{第一列中“1”的重复次数}} = \frac{205.6}{3}$$

$$= 68.5(\%)$$

即 $50°C$ 条件下的平均发芽率为68.5%。

就是说在 $50°C$ 条件下平均发芽率大约是 68.5%。把 68.5填在第一列下面的“k_1”行上。对 A_2、A_3 作同样的计算。

K_2(第一列) = A_2 条件下试验发芽率之和

= 第一列中数字"2"对应的试验指标之和

= 73.0 + 72.6 + 69.4 = 215.0（%）

$$k_2(\text{第一列}) = \frac{K_2(\text{第一列})}{\text{第一列中“2”的重复数}} = \frac{215.0}{3}$$

= 71.7（%）

即 55℃ 条件下的平均发芽率。

K_3(第一列) = A_3 条件下试验的发芽率之和

= 第一列中数字"3"对应的试验指标之和

= 81.4 + 59.8 + 51.6 = 192.8（%）

$$k_3(\text{第一列}) = \frac{K_3(\text{第一列})}{\text{第一列中“3”的重复数}} = \frac{192.8}{3}$$

= 64.3（%）

即60℃条件下平均发芽率。

把 215.0、192.8 和 71.7、64.3 分别填到第一列下面的"K_2"，"K_3"和"k_2"、"k_3"行上，对于高温水浸泡时间 B，低温水温度 C 和低温水浸泡时间 D 的计算完全相同。如：相应于低温水浸泡时间 D_1 的三个试验的发芽率总和及平均发芽率是：

K_1(第四列) = D_1条件下的试验发芽率之和

= 第 4 列中数字 "1" 对应的试验指标和

= 64.8 + 72.6 + 51.6 = 189.0（%）

$$k_1(\text{第四列}) = \frac{K_1(\text{第四列})}{\text{第 4 列中“1”的重复数}} = \frac{189.0}{3}$$

= 63.0（%）

即低温水浸泡16小时条件下的平均发芽率。

所有的计算结果见表 7 — 7。这里注意，总和为各试验指标的和，用它来检查各列中的 K_i 值是否计算有错误，即每列中K_1，K_2，K_3之和等于总和，否则 K_i 中就有计算错的，应改正。

为了便于直观起见，可用因素的水平作横坐标，平均发芽率作纵坐标，作出因素与指标的关系图：

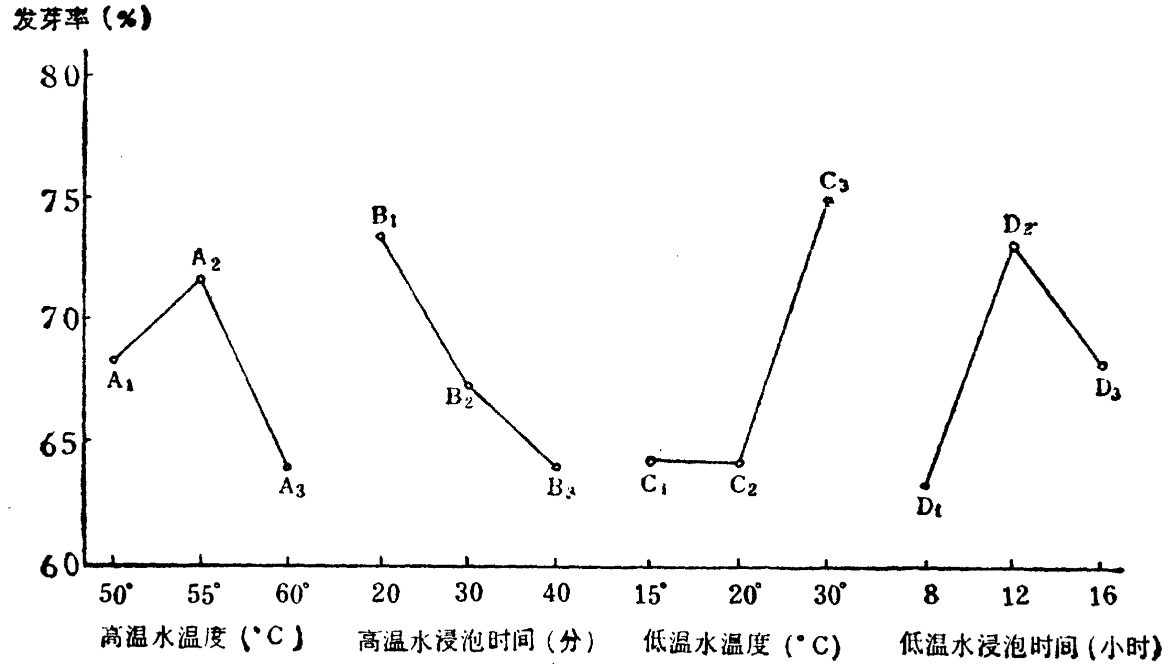


图 7 — 1　发芽率和四因素的关系图

从表 7 — 7 的计算结果，或从图 7 — 1 中都可以看到，低温水的温度为 30℃ 时发芽率最高，低温浸泡时间 12 小时为宜，而高温浸泡时间 20 分，高温浸泡温度 55℃ 时发芽率最高，把这四个因素的最好水平组合起来，就得到一个好的生产条件$A_2B_1C_3D_2$（即A的 2 水平，B的 1 水平，C的3 水平，D的 2 水平）。

是否每个因素都要取平均发芽率最高的水平呢？

我们**不能把过程中所有的矛盾平均看待，必须把它们区**

别为主要的和次要的两类，着重于捉住主要的矛盾。这四个因素中哪个是主要的，哪个是次要的呢？从上面的计算结果可以看到，低温度在15—30℃之间变化时，试验指标发芽率平均大约在64.5%—75.3%的范围中变化，其变化幅度是75.3—64.5＝10.8（%）。我们把它叫做因素C的极差，或第三列的极差。各列（或说各因素）的极差（用R表示）计算如下：

$$R(\text{第 1 列}) = \text{第 1 列的 } k_1、k_2、k_3 \text{ 中最大的减去最小的} = 71.7-64.3=7.4\ (\%).$$

$$R(\text{第 2 列}) = \text{第 2 列的 } k_1、k_2、k_3 \text{ 中最大的减去最小的} = 73.1-64.3=8.8\ (\%).$$

$$R(\text{第 4 列}) = \text{第 4 列的 } k_1、k_2、k_3 \text{ 中最大的减去最小的} = 73.2-63.0=10.2\ (\%).$$

把它们填在表7—7最下面的"R"行上，极差的大小反映了因素变化时试验指标变化的幅度，所以因素的极差越大，就是该因素对指标的影响越大，它就越重要。由此可知，低温水温度的极差最大，是主要因素；低温浸泡时间稍次；高温浸泡时间和高温水温度更次。它们的主次顺序是：

$$\text{主} \longrightarrow \text{次}$$
$$C\quad D\quad B\quad A$$

由于主要因素的水平变化对指标的影响较大，所以我们必须控制它在最好水平上。例如低温水的温度变化为15℃—20℃—30℃，平均发芽率的变化是64.7%—64.5%—75.3%，相差较大，其中30℃时发芽率最高，所以低温水的温度取30℃。低温浸泡时间也为重要因素，同样取最好水平，即取二水平12小时。对于次要因素可以根据实际情况选取合适水

平。在这里对于次要因素高温浸泡时间，我们仍按最好水平选取，即20分。对次要因素高温水的温度取55°为好。因此得出好的生产条件为$A_2B_1C_3D_2$。

通过九次试验，最好生产条件为$A_3B_1C_3D_2$，而通过简单的计算和分析，就能找出好的生产条件是$A_2B_1C_3D_2$。

到此，发芽率试验的结果分析已经完成，但试验的目的还没有达到。我们还没有弄清$A_3B_1C_3D_2$和$A_2B_1C_3D_2$中哪个更好些。一般说来，后一个比前一个好些，但是所做的9个试验中没有这个条件。所以它是否真好，还必须经过试验加以验证。为此，把$A_3B_1C_3D_2$和$A_2B_1C_3D_2$再做试验，找出最好的条件。

（二）分析试验结果的步骤小结

第一步　填写试验结果，找出试验中结果最好的一个，并计算指标总和。

第二步　计算各列的K_i、R_i和R。计算公式是：

K_i(第j列)＝第j列中数字“i”对应的指标之和；

$$k_i(\text{第}j\text{列})=\frac{K_i(\text{第}j\text{列})}{\text{第}j\text{列中“}i\text{”的重复次数}};$$

R(第j列)＝第j列中的k_1, k_2……中最大的减去最小的值。

第三步　作因素和指标的关系图。

第四步　比较各因素的极差R，排出因素的主次顺序（R越大的因素越重要）。

第五步　选取较好的水平组合。

对主要因素，根据k_i的大小，选取平均指标好的水平。对次要因素可以选取平均指标好的水平，也可以选取便于操作

或节约原料的水平。所找出的好条件有时往往不止一个，而且很可能还是试验中没有做过的，需要再通过试验来确定使用哪个最好。但在农业上试验周期长，不能马上验证试验的结果。一般从最好的试验，结合试验结果的分析，选出当年较好的生产条件，作初步推广。

第二章 水平数不等的试验

有些试验中，由于受条件的限制，或试验目的的要求，需要对某一个或几个因素多取几个水平，这时就会遇到水平数不等的试验。安排水平不等的试验方法这里介绍两种，一种是直接套用不等水平的正交表，即混合型正交表。另一种方法是拟水平法，即在等水平的正交表内安排不等水平的试验。下面分别举例说明。

第一节 直接使用混合型正交表

混合正交表，如$L_8(4\times2^4)$、$L_{12}(3\times2^4)$、$L_{16}(4^2\times2^9)$、$L_{24}(3\times4\times2^4)\cdots$，我们在附录中选了一些常用的表，供参考。

$L_{12}(3\times2^4)$最多可安排一个三水平的因素和四个二水平因素的试验。$L_{16}(4^2\times2^9)$最多可安排二个四水平因素和九个二水平因素的试验。$L_{24}(3\times4\times2^4)$最多可安排一个三水平因素，一个四水平因素和四个二水平因素的试验。

例 水稻根外施肥试验

第一步 试验目的，找出根外施肥使水稻获得高产的规律，取亩产量作为指标。

第二步 选取因素和水平如下表。

表7—8

因素 / 水平	A 根外施肥	B 施氮量 （斤/亩）	C 插植规格 （寸×寸）
1	702 2钱/亩	20	4×4
2	腐植酸铵 2两/亩	25	4×5
3	920 1斤/亩		
4	尿素6两/亩		

第三步　选用正交表。

这个例子是一个具有四水平因素和两个具有二水平因素的试验。从混合水平表中可以找到合适的正交表，即 L_8（4×2^4）。

第四步　表头设计。

表头设计很简单，就是把A因素放在表头的第一列上，把其他二因素放在后四列的任两列上。本例的表头设计：

因　素	根外施肥A	施　氮　量　B	插 植 规 格C
列　号	1	2	4

第五步　列出试验方案。

列出不同水平的正交试验方案，和以前同水平正交试验方案类似，本例的安排见表7—9。

第六步　试验结果的分析。

这类试验的计算分析和前面介绍的等水平的试验是类似的，只是在计算K与k时，由于水平数的不同而略有差别。如第一列，由于有四个水平数，就需要计算四个K与k，每

表7—9　**根外施肥试验方案及结果分析**

因素 / 试验号	A 根外施肥	B 施氮量（斤/亩）	C 插植规格（寸×寸）	试验指标 亩产（斤）
1	（1）702 2钱/亩	（1） 20	（1） 4×4	688
2	（1）702 2钱/亩	（2） 25	（2） 4×5	710
3	（2）腐植酸铵 2两/亩	（1） 20	（2） 4×5	848
4	（2）腐植酸铵 2两/亩	（2） 25	（1） 4×4	869.3
5	（3）920 1斤/亩	（1） 20	（1） 4×4	760
6	（3）920 1斤/亩	（2） 25	（2） 4×5	778
7	（4）尿素6两/亩	（1） 20	（2） 4×5	758.6
8	（4）尿素6两/亩	（2） 25	（1） 4×4	716
K_1	1398	3054.6	3033.3	总和 =6127.9
K_2	1717.3	3073.3	3094.6	
K_3	1538			
K_4	1474.6			
k_1	699	763.7	758.3	
k_2	858.7	768.3	773.7	
k_3	769			
k_4	737.3			
R	159.7	4.6	15.4	

个K由两个数相加得出，因此这一列的$k=\frac{K}{2}$。其它两列，由于只有二个水平数，只需计算二个K与k，每个K由四个数相加得出，因此这两列的$k=\frac{K}{4}$。作出各因素与产量之间的关系图如下：

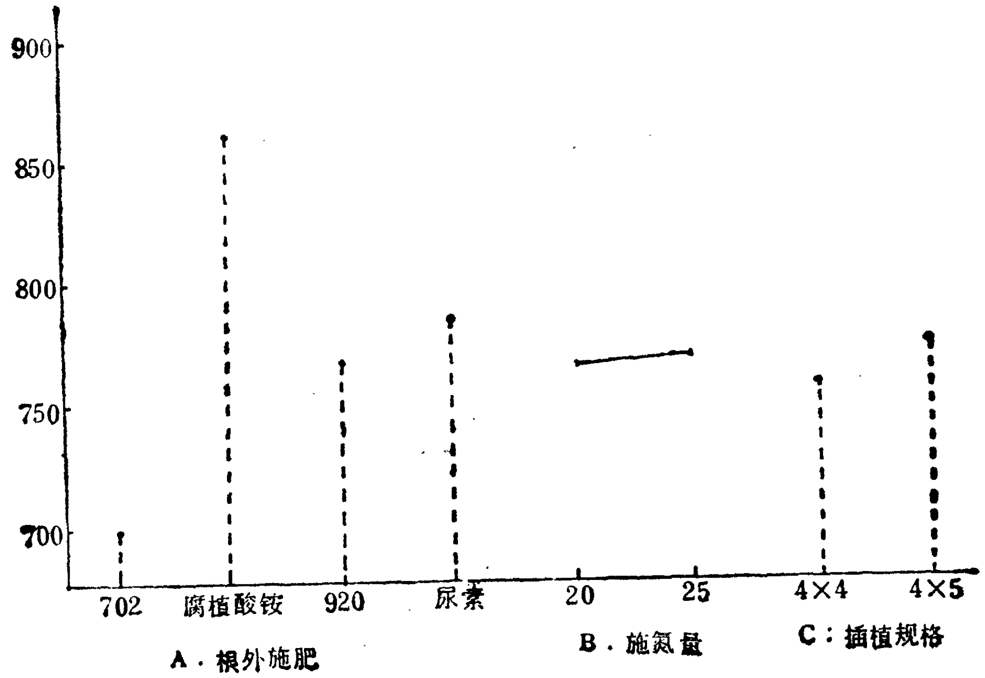


图 7—2　水稻产量与各因素的关系图

由试验结果及计算分析表或关系图可以得到如下的结果：

1.几个试验中，直接看出以 3 号、4 号试验较好，说明因素 A的二水平，即腐植酸铵的效果较好。

2.从R 的大小得出三因素的主次关系如下：

主⟶次

$A\ CB$

3.选取因素的最优水平组合。对于因素A 的四个水平，相应的平均产量变化幅度较大，特别是二水平腐植酸铵作用明显，其它三个水平差异不大，故A 取 A_2。因素 C 对水稻的产量有一定影响，二水平 4 × 5 较好，C取C_2，因素 B的两个水平差异不大，为了节约化肥，20斤已满足要求，再施 5 斤作用不大，故 B取 B_1。综合上述得出最优水平组合 $A_2B_1C_2$，即根外施肥用腐植酸铵每亩 2 两，插植规格 4 × 5，施氮量20斤。这正是第 3 号试验。

第二节　拟水平法

在生产实践中有时也会遇到这种情况，在现成的混合型正交表中找不到合适的表，或即使能找到但需要做较多的试验，这时就可以采用拟水平法。

例　通过对旱稻品种，施氮量和栽培措施的试验，摸索出适合本地区的优良品种和栽培措施，达到旱稻稳产高产、迅速推广种植。定亩产量为试验指标，考察的因素水平如表7—10，

表7—10　　**旱稻试验因素水平表**

因素 水平	A 品种	B 施氮量（斤/亩）	C 施肥方式 分蘖	拔节	抽穗	D 播种量（斤/亩）
1	秦选一号	20	20%	50%	30%	18
2	粘旱稻	15	30%	20%	50%	15
3	A优选	10	50%	30%	20%	

这个试验当然可以直接套用混合型正交表$L_{18}(2\times3^7)$，但试验次数太多，能否少作些试验呢？我们只须将D的某一个水平，比如认为15斤比较好，重复一次充当第三水平。这样因素D在形式上变成了三水平的因素，于是这四个三水平因素的试验就可以直接用$L_9(3^4)$来安排了。因素D的第三水平是形式上的水平，称为拟水平，这种处理问题的方法叫做拟水平法，试验方案及分析如表7—11。

对于有拟水平因素的试验，计算分析与前例类似。只要注意在计算K和k时，因素D的不同水平所参加试验的次数。如第四列就只需计算K_1与K_2以及k_1与k_2，D_1参加了三次试验，所以

$$K_1=385+382+390=1157$$

$$k_1=\frac{K_1}{3}=\frac{1157}{3}=386$$

而 D_2 参加了六次试验，所以

$$K_2=406+364+400+370+450+435=2425$$

$$k_2=\frac{K_2}{6}=\frac{2425}{6}=404.$$

表7—11 **旱稻试验方案及结果分析表**

	A 品种	B 施氮量（斤/亩）	C 施肥方式 分蘖	拔节	抽穗	D 播种量（斤/亩）	试验指标亩产量（斤）
1	(1)秦选一号	(1)20	(1)20%	50%	30%	(1)18	385
2	(1)秦选一号	(2)15	(2)30%	20%	50%	(2)15	406
3	(1)秦选一号	(3)10	(3)50%	30%	20%	(3)15	364
4	(2)粘旱稻	(1)20	(2)30%	20%	50%	(3)15	400
5	(2)粘旱稻	(2)15	(3)50%	30%	20%	(1)18	382
6	(2)粘旱稻	(3)10	(1)20%	50%	30%	(2)15	370
7	(3)A优选	(1)20	(3)50%	30%	20%	(2)15	450
8	(3)A优选	(2)15	(1)20%	50%	30%	(3)15	435
9	(3)A优选	(3)10	(2)30%	20%	50%	(1)18	390
K_1	1155	1235	1190			1157	总和=3582
K_2	1152	1223	1196			2425	
K_3	1275	1124	1196				
k_1	385	412	397			386	
k_2	384	408	399			404	
k_3	425	375	399				
R	41	37	2			18	

四个因素的主次关系如下：

$$\text{主} \longrightarrow \text{次}$$
$$A\ B\ D\ C$$

分析得的最优条件是$A_3B_1C_3D_2$，它正好是我们的第7号试验。

第三章　有交互作用的试验

第一节　交互作用与两列间的交互列表

（一）交互作用的概念

在一些试验中，不仅各因素对指标有影响，而且因素之间还会联合起来对指标产生影响。如，在地力基本相同的试验田上种植小麦，施用不同的氮肥和磷肥其结果如下表：

表7—12

肥料 / 试验号	氮肥（斤/亩）	磷肥（斤/亩）	产量（斤/亩）
1	10	20	650
2	10	40	530
3	30	20	590
4	30	40	730

由上表看出，当施磷肥40斤/亩时，施氮肥30斤/亩比施氮肥10斤/亩增产200斤；当施磷肥20斤/亩时，施氮肥10斤/亩

比施氮肥30斤/亩增产60斤。同时还看出，当施氮肥10斤/亩时，施磷肥20斤/亩比施磷肥40斤/亩增产 120 斤；当施氮肥30斤/亩时，施磷肥40斤/亩比施磷肥20斤/亩增产140斤。这种情况就是说氮肥和磷肥间有交互作用。

一般说来，在试验中的两个因素A、B间，其中一个因素的水平对指标的影响好坏依赖于另一个因素的水平选取。这种情况，叫做二因素间有交互作用。记作A×B，否则二因素无交互作用。

（二）两列间的交互列表

用正交表安排试验，还可以分析出某些因素间的交互作用对指标产生的影响。这时要用到两列间的交互列表。在常用的正交表中，有的表后附有一张“两列的交互列表”（见附录）。这是专门用来安排交互作用列的。现在，我们用 $L_8(2^7)$的“两列间的交互列表”为例，说明这类表的用法。

表 7—13　　**$L_8(2^7)$两列间的交互列表**

1	2	3	4	5	6	7	列号
(1)	3	2	5	4	7	6	1
	(2)	1	6	7	4	5	2
		(3)	7	6	5	4	3
			(4)	1	2	3	4
				(5)	3	2	5
					(6)	1	6
						(7)	7

表中的所有数字都是$L_8(2^7)$的列号，最右边和最上边的数字同时还是本表的行号和列号，括号里的数字也同时是本

表的行号。如果欲查$L_8(2^7)$的第1列与第2列的交互列，则找出表中第1行（这1行最右边和括号里的列号都是"1"）与第2列（这一列上最上边的列号是"2"）相交的数字"3"，就知道第1列与第2列的交互作用列是第3列。同样可查得第1、4两列的交互列是第5列，第2、4两列的交互列是第6列。$L_{16}(2^{15})$的"两列间的交互列表"的用法和$L_8(2^7)$类似。

在$L_{27}(3^{13})$的"两列间的交互列表"中(见附录表)，每行每列上都有两个数字，例如第2行第5列上的数字是"$\substack{8\\9}$"，就是说，如果因素A在第二例，因素B在第5列，则$A\times B$在第八和第九两列上，$A\times B$对指标影响的大小，可由第8和第9这两列计算分析。一般说来，水平数相同的两个因素，其交互作用所占的列数为水平数减一。对于后面没有附两列间的交互列表的正交表，一般在表上不能分析交互作用。

第二节　有交互作用的试验方案的安排

我们用下面例子来说明安排试验方案的方法。

例　某中学数学班根据某公社小麦栽培上存在的问题，与生产大队科研室共同搞小麦栽培试验，寻找合适的播量和施肥量。

首先选取以下因素和水平：

表7—14　**33152小麦播量施肥试验的因素水平表**

因素 水平	A 播量 (斤/亩)	B 硝酸铵 (斤/亩)	C 过磷酸钙 (斤/亩)
1	18	20	50
2	20	26	30

根据过去的经验，硝酸铵B和过磷酸钙C可能存在着交互作用，同时在试验中再考察一下播量A和B、C的交互作用，希望用较少的试验次数，摸清这三个因素和三个交互作用（$A\times B$，$A\times C$，$B\times C$）中，哪些对产量影响较大，找出使产量高的生产条件。

试验要考察3个因素和3个交互作用，安排试验时，表头设计和以前不同的是，不仅每个因素各占一列，而且3个交互作用也各占一列，共占6列。所以，要选用至少有6列的二水平正交表，$L_8(2^7)$有7列。我们试用$L_8(2^7)$来安排这个试验。

具有交互作用的表头设计的一般方法是，先将A放在第一列，B放在第二列，由交互列表查出$A\times B$的交互列。此例由表7—13查表得$A\times B$在第3列，则C向后安排在第4列，然后由交互列表查$A\times C$，$B\times C$所在的各列，此例$A\times C$在第5列，$B\times C$在第6列。若还有因素再向后紧临空列安排。

表7—15 **33152小麦栽培试验的表头设计**

列号	1	2	3	4	5	6
因素	A	B	(A×B)	C	(A×C)	(B×C)

表头设计好以后，就可用第一章中的方法列出试验方案，即把表中因素列中的水平数字后面填写该因素相应的水平，就得到了如表7—16的试验方案。需要指出，交互作用不是具体的因素，而是因素之间的联合搭配作用，当然也就无所谓水平。因此，交互作用所在的列，在试验方案设计中是不用的，而留到分析试验结果时用。

在进行计算时，也要计算各列的K、k和R。计算的方

表 7—16　**33152小麦栽培试验方案结果与计算表**

因素 / 列号 / 试验号	A 播量（斤/亩）	B 硝酸铵（斤/亩）	（A×B）	C 过磷酸钙（斤/亩）	A×C	B×C	试验结果（斤/亩）		试验指标 平均亩产
	1	2	3	4	5	6	第一区	第二区	
1	（1）18	（1）20	（1）	（1）50	（1）	（1）	371	418	395
2	（1）18	（1）20	（1）	（2）30	（2）	（2）	428	307	368
3	（1）18	（2）26	（2）	（1）50	（1）	（2）	370	340	355
4	（1）18	（2）26	（2）	（2）30	（2）	（1）	345	232	314
5	（2）20	（1）20	（2）	（1）50	（2）	（1）	433	421	427
6	（2）20	（1）20	（2）	（2）30	（1）	（2）	360	540	450
7	（2）20	（2）26	（1）	（1）50	（2）	（2）	420	542	481
8	（2）20	（2）26	（1）	（2）30	（1）	（1）	280	351	316
K_1	1432	1640	1560	1658	1516	1452	总和＝3106		
K_2	1674	1466	1546	1448	1590	1654			
k_1	358	410	390	414.5	379	363			
k_2	418.5	366.5	386.5	362	397.5	413.5			
R	60.5	43.5	3.5	52.5	18.5	50.5			

这里指标取的是重复试验结果的平均值

法和第一章第三节讲的完全一样。对于交互列也要进行同样的计算。例如，对于 $A\times B$ 所在的第 3 列，需要计算：

$$K_1(\text{第 3 列})=\text{第 3 列中数字“1”对应的平均产量之和}$$
$$=395+368+481+316=1560$$

$$k_1(\text{第 3 列})=\frac{K_1(\text{第 3 列})}{\text{第 3 列中数字“1”重复次数}}=\frac{1560}{4}=390$$

$$K_2(\text{第 3 列})=355+314+427+450=1546$$

$$k_2(\text{第 3 列})=\frac{1546}{4}=386.5$$

$$R(\text{第 3列})=\text{第 3 列}k_1\text{、}k_2\text{最大的减最小的}=390-386.5$$
$$=3.5$$

第三节　试验结果的分析

（一）由试验结果看出（表 7—16）在 8 个试验中，第 7 号试验产量最高，其试验条件是 $A_2B_2C_1$，产量是481斤。

（二）区分出因素和交互作用对指标影响主次顺序。

可以证明，交互作用列极差 R 的大小，代表了该交互作用对指标影响的大小。所以和无交互作用的情况一样，比较各列的极差大小，就能得到各因素和交互作用的主次顺序。从表 7—16 下面一行的极差 R 可以得到：

$$\text{主}\longrightarrow\text{次}$$
$$A\quad C\quad B\times C\quad B\quad A\times C\quad A\times B$$

由于 A、C、$B\times C$ 是比较重要的因素，所以它们是选取好的水平组合的主要依据，其次 B 也有影响，可适当考虑。

A 是最重要的因素，其 k_2 大于 k_1，所以取 A_2.

C 也是重要的因素，其 k_1 大于 k_2，所以取 C_1.

交互作用 $B\times C$ 也较重要，就是说因素B与C的不同搭配对指标影响较大，所以选取B和C的水平就要看B与C的哪种搭配好。B与C共有四种搭配：B_1C_1、B_1C_2、B_2C_1、B_2C_2，其中每种搭配都作了两次试验，相应地得到两个产量。比如在B_1C_1条件下，共做了两个试验（第1号和第5号），相应的产量为395斤和427斤。它们的和 = 395 + 427 = 822，平均产量 $=\frac{822}{2}=411$（斤）就代表了B_1C_1搭配的平均效果；同样可以计算B_1C_2、B_2C_1、B_2C_2条件下的平均效果。

表 7—17　　B、C **搭　配　表**

因素搭配	平均产量（斤）
B_1C_1	$\frac{395+427}{2}=411$
B_1C_2	$\frac{363+450}{2}=409$
B_2C_1	$\frac{355+481}{2}=418$
B_2C_2	$\frac{314+316}{2}=315$

从表7—17中看到，B、C的各种搭配中以B_2C_1条件下的平均产量最高。且C取C_1又和上面的要求一致。故B取B_2，虽然单从B的角度看取B_1合适，但$B\times C$的作用较大于B，所以B仍然取B_2。

综上所述，我们得到较好的水平组合是$A_2B_2C_1$，这正是方案中效果最好的第7号试验。

本例是一个三因素二水平的全面试验，当然，直接比较

试验结果就能定出较好的生产条件。这里，我们主要是用以说明对有交互作用的试验进行分析的方法，从而进一步看出利用正交表来安排试验的优越性。

综上所述，对有交互作用的试验，结果分析方法和第一章第三节中讲的基本一样，所不同的是：

1.把交互列与安排有因素的列一样计算出 K、k 和极差 R；

2.比较极差 R，排出因素的单独作用和交互作用对试验指标影响的主次顺序；

3.对交互作用较重要的因素，计算出它们的各种搭配下的平均指标。该表（如表7—17），称为二元表；

4.选取较好水平组合。

本章介绍的分析方法，仅适用于全是二水平的试验，对于全是三水平或四水平的试验，因任两列间的交互作用列分别占两列及三列，故不能简单地仿上面处理，而必须用方差分析的方法解决。再者当两个因素在正交表上位置确定以后，两因素的交互列的位置也就随着确定。假如交互列被第三个因素或另外一些因素的交互作用占用时，那么在结果分析时，这一列的K、R 值既不反映这两个因素的交互作用，也不反映第三个因素的单独作用或另外一些因素的交互作用，我们把这种现象叫做混杂。为了避免产生混杂，常常要增加试验工作量。目前，从大量的实际例子说明，当因素间实际上存在交互作用，而没有在试验中考察，造成了混杂，虽然结果分析的结论可能不准确，但试验效果仍然可以很好。因此我们认为，初试工作中，不必太看重交互作用；特别在探索较好试验条件时，可以不管交互作用，用少量试验，以达到好的

效果为目的。只有在一些科研项目中，需要弄清因素的一些规律时，才去安排交互作用的试验，这时因素水平也不要分得太细，二或三水平较为合适。

附：正交试验在洋芋环腐病综合防治上的应用

当前我省和全国一样，一个农业学大寨，普及大寨县的群众运动，正在蓬勃兴起。全国人民都为农业学大寨，普及大寨县贡献力量。在农业科学实验中，正交试验法应用很广。这里介绍我省吴旗县城关公社金佛坪大队科研站关于正交设计在洋芋环腐病综合防治上的应用。

洋芋环腐病是这个队洋芋生产上的一大病害，一般造成减产10—20%左右，为了探索新的防治途径，他们根据“预防为主、综合防治”的植保工作方针，采用农药和农业栽培措施相结合的方法，进行了综合防治试验，寻找出各种措施的最优水平，收到比较满意的效果。

一　试验方法

采用正交设计试验。根据正交表 $L_9(3^4)$ 试验方案，选取了对洋芋环腐病有防治、减轻和控制作用的四个因素，即：切刀消毒、春雷霉素浸种薯、不同播期和不同施肥方式。分别用 A、B、C、D 表示。每个因素各取三个不同水平（见表7—18）。正交表 $L_9(3^4)$ 试验方案见表7—19。试验小区长20尺，宽12尺，面积240平方尺，折合0.04亩。7行区，每行20穴（行距1.7尺，穴距1.0尺），每小区140穴，折合每亩3,500穴。试验不设重复，小区田间排列见图7—3。

表 7—18　**洋芋环腐病综合防治试验因素水平表**

水平＼因素	A 切刀消毒	B 春雷霉素浸种薯	C 播期	D 施肥方式
1	开水煮刀	50ppm浸90分钟	4月26日	齐苗后追硝铵40斤/亩
2	5%食盐水煮刀	75ppm浸60分钟	5月15日	现蕾时追硝铵40斤/亩
3	70%酒精擦刀	100ppm浸30分钟	5月31日	齐苗、现蕾时各追硝铵20斤/亩

表 7—19　**正交表$L_9(3^4)$试验方案**

小区号＼因素	A 切刀消毒	B 浸种薯	C 播期	D 施肥方式
1	(1)开水煮刀	(1)50ppm 90分钟	(1)4月26日	(1)齐苗40斤/亩
2	(1)开水煮刀	(2)75ppm 60分钟	(2)5月15日	(2)现蕾40斤/亩
3	(1)开水煮刀	(3)100ppm30分钟	(3)5月31日	(3)齐苗现蕾各20斤/亩
4	(2)食盐水煮刀	(1)50ppm 90分钟	(2)5月15日	(3)齐苗现蕾各20斤/亩
5	(2)食盐水煮刀	(2)75ppm 60分钟	(3)5月31日	(1)齐苗40斤/亩
6	(2)食盐水煮刀	(3)100ppm30分钟	(1)4月26日	(2)现蕾40斤/亩
7	(3)酒精擦刀	(1)50ppm 90分钟	(3)5月31日	(2)现蕾40斤/亩
8	(3)酒精擦刀	(2)75ppm 60分钟	(1)4月26日	(3)齐苗现蕾各20斤/亩
9	(3)酒精擦刀	(3)100ppm30分钟	(2)5月15日	(1)齐苗40斤/亩

表7—20 田间作业顺序表

作业顺序	1			2			3			4			
	播期			切刀消毒			浸种薯			施肥方式			
作业项目	四月廿六日	五月十五日	五月卅一日	开水煮刀	食盐水煮刀	酒精擦刀	50ppm 90分	75ppm 60分	100ppm 30分	齐苗40斤/亩	齐苗20斤/亩	现蕾40斤/亩	现蕾20斤/亩
处理区号	1	2	3	1	4	7	1	2	3	1	3	2	3
	6	4	5	2	5	8	4	5	6	5	4	6	4
	8	9	7	3	6	9	7	8	9	9	8	7	8

1	2	3
4	5	6
7	8	9

图7—3 小区田间排列示意图

为了操作方便起见，现将表7—19按操作顺序变换成表7—20的形式

(二)试验结果的分析

根据田间发病率的调查和产量结果，综合分析如下：

(一) 从发病率方面看

他们于7月15日、7月26日和8月1日分别三次对田间发病率作了调查（调查结果见表7—21），进一步对资料进行了整理、计算和分析，求出了K值。K值越小的，平均发病率就越低，防病效果就越好。经统计分析表明：

1.就切刀消毒而言，三次调查结果计算的K_1、K_2、K_3值中，均以K_3值最小。如7月15日调查结果：K_3 (3.82) $<K_1$ (5.33) $<$

$K_2(5.47)$；7月26日调查结果：$K_3(5.25)<K_2(12.13)<K_1(14.38)$；8月1日调查结果：$K_3(5.73)<K_2(12.87)<K_1(14.13)$，三次调查结果均充分说明：在切刀消毒的三种方式中，以70%酒精擦刀消毒防环腐病效果最好，发病率最低。5%食盐水煮刀效果次之，开水煮刀效果最差。其最优水平应选取A_3。

2.从用春雷霉素浸种薯来看，三次调查结果均以K_2值最小，从7月15日到8月1日，K_2值分别为3.84,9.15,8.19。这说明在用三种不同浓度的春雷霉素以三种不同时间浸种薯的处理中，以75PPm浓度浸60分钟防环腐效果最好，发病率最低。因此它的最优水平应选取B_2。

3.从播种期方面看，三次调查发病率计算结果中，有两次（即7月15日和8月1日）以K_2值最小，分别为3.85和8.68。仅有一次（7月26日）以K_3值最小，为8.57。从发展的角度看问题应以8月1日最后一次为准。综合三次调查结果说明，在播期中，第二个播期（即五月十五日）种植有利于洋芋生产，不利于环腐病的发展蔓延，从而可以减轻发病。所以最优水平应选取C_2。

4.从施肥方面看，三次调查计算结果中，均以K_3值最小。所以在三种施肥方式中，以采取第三种方式的条件下（即齐苗后和现蕾时各追一次肥）发病率最低；第一种施肥方式（齐苗后一次追肥）控制病害的效果次之；第二种方式（现蕾时一次追肥）的效果最差。其最优水平应选取D_3.

根据成因分析来看，齐苗后和现蕾时各追一次肥后，使洋芋在整个生育期中都源源不断地得到充足的营养，因而长势好，有利于抗病，故发病最低。同时现蕾时追肥有利于薯

块膨大，增加产量。齐苗后一次追肥，使苗期长势好，有利于抗病。而到后期，营养消耗殆尽，长势较差，抗病作用已有减退。现蕾时一次追肥显得太晚，使幼苗期营养不足，生长势弱，抗病力大减，对整个生育期均不利。即使后期追了大量的肥，虽然也能起到一定作用，但因前期已受抑制，病害已经发生，后期的肥料也无法挽回前期已造成的损失。因此发病率最高。所以7月26日和8月1日调查结果均以K_2值最高。平均发病率分别为13.42%和14.13%。可见数理分析和成因分析的结果完全一致。

从R值（极差）的大小位次看；切刀消毒这一因素在三次调查结果中，后两次居第一位，是主要矛盾(见表7—21)。施肥方式在第一次调查居第一位，后两次调查居第二位，因而也是不可忽视的矛盾。播期这个因素在前期调查居第二位，后两次居第三位。春雷霉素浸种薯，前期居第三位，后两次居第四位，以最后两次结果为主，其作用不太明显。四个因素相比较，说明切刀消毒在防治环腐病方面的作用最大，其次是施肥方式。所以在生产中，我们应抓住这两个起决定作用的措施。

从成因分析来看，洋芋环腐病主要是在切块时，通过切刀将病薯块上的病菌传染给健薯的，只要切刀消毒彻底，病害就大大减轻。

为了直观起见，我们用因素的水平作横坐标，用发病率作纵坐标，作出因素与发病率的关系图（参考图7—4）。

（二）从产量方面看，发病率越低的小区产量越高。从产量的高低所选取的各因素的最优水平与根据发病率高低所选取的各因素的最优水平具有一致的趋势（参考表7—22）。从产量方面看，K值越大，产量越高，该因素某水平的效果

表 7 —21 **发病率调查统计分析表（%）**

	因素 / 区号	A 消毒 (1)	B 浸种 (2)	C 播期 (3)	D 施肥 (4)	7月15日病率	7月26日病率	8月1日病率
	1	1	1	1	1	8.05	20.0	20.0
	2	1	2	2	2	3.65	15.3	12.4
	3	1	3	3	3	4.29	7.85	10.0
	4	2	1	2	3	2.86	9.3	8.6
	5	2	2	3	1	7.15	10.0	9.3
	6	2	3	1	2	6.40	17.1	20.7
	7	3	1	3	2	5.70	7.85	9.3
	8	3	2	1	3	0.715	2.14	2.86
	9	3	3	2	1	5.04	5.75	5.03
7月15日调查结果优选	k_1	5.33	5.54	5.06	6.75			
	k_2	5.47	3.84▲	3.85▲	5.25			
	k_3	3.82▲	5.24	5.71	2.62▲			
	R	1.65	1.70	1.86	4.13			
	矛盾主次	4	3	2	1			
7月26日调查结果优选	k_1	14.38	12.38	13.08	11.92			
	k_2	12.13	9.15▲	10.18	13.42			
	k_3	5.25▲	10.23	8.57▲	6.43▲			
	R	9.13	3.23	4.51	6.99			
	矛盾主次	1	4	3	2			
8月1日调查结果优选	k_1	14.13	12.63	14.52	8.11			
	k_2	12.87	8.19▲	8.68▲	14.13			
	k_3	5.73▲	11.91	9.53	7.15▲			
	R	8.4	4.44	5.84	6.98			
	矛盾主次	1	4	3	2			
综合选取	最优水平	A_3	B_2	C_2	D_3			

注：▲表示选取的最优水平值

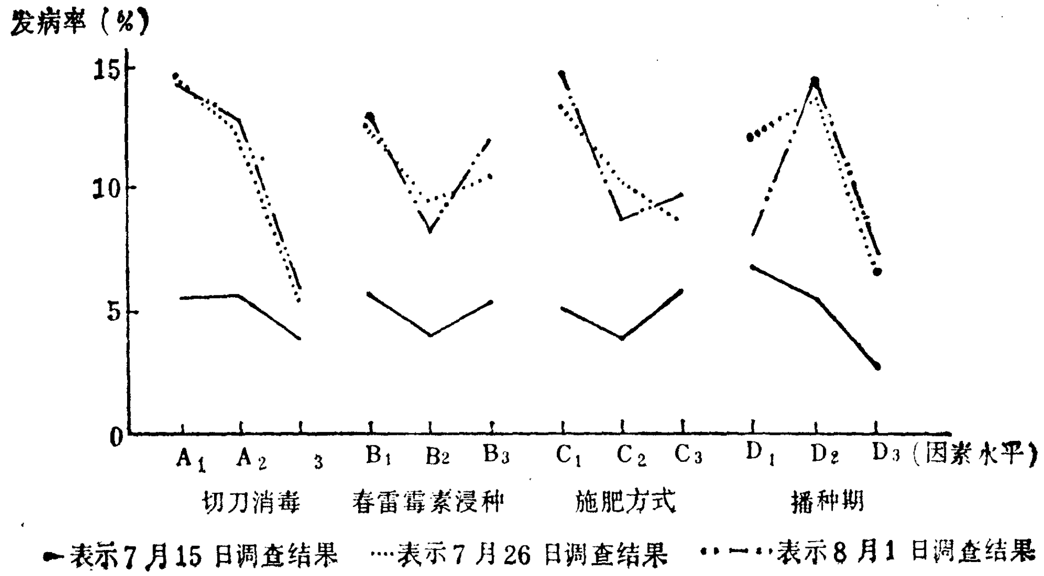


图7—4　因素与发病率关系图

越好。

在切刀消毒因素中，K_3值最高，为143.1斤，说明用70%酒精擦刀消毒处理了的小区产量最高。施肥方面也是以K_3最高，为143.5斤，表明分期施肥的产量最高。播种中K_2值最高，为129.4斤，表明5月15日左右播种的洋芋抗病增产效果明显。这不仅因为5月15日播种发病率低，同时也与这时播种，使结薯期避过了三伏高温阶段，处在凉爽的秋季，有利于薯块膨大这一点有密切关系。在春雷霉素浸种方面，其选取的最优水平与根据发病率高低趋势所选取的最优水平稍有出入。根据发病率情况，选的最优水平是B_2，但按产量高低却选出B_3，但因为春雷霉素浸种薯在防病中的作用很小（R值为4.7最小），所以根据三次调查发病率其最优水平为B_2这点考虑仍取B_2。

从矛盾的主次方面看，切刀消毒仍是主要矛盾，施肥方式是第二位矛盾，播期和浸种薯分别是第三位和第四位矛盾。这与根据发病率高低所分析的矛盾主次，结果完全一致。

表 7—22 **洋芋环腐病综合防治试验产量分析表** 单位：斤

	A 消 毒 (1)	B 浸 种 (2)	C 播 期 (3)	D 施 肥 (4)	小区产量	折亩产	产量位次
1	1	1	1	1	92.6	2425	7
2	1	2	2	2	86.6	2275	8
3	1	3	3	3	118.6	2975	4
4	2	1	2	3	151.4	3785	2
5	2	2	3	1	117.6	2940	5
6	2	3	1	2	108.0	2700	6
7	3	1	3	2	118.6	2973	4
8	3	2	1	3	160.6	4015	1
9	3	3	2	1	151.1	3752.5	3
K_1	297.8	362.6	361.2	360.3			
K_2	377.0	364.8	388.1	313.2			
K_3	429.3	376.7	354.8	430.6			
k_1	99.27	120.9	120.4	120.1			
k_2	125.7	121.6	129.4	104.4			
k_3	143.1▲	125.6▲	118.3	143.5▲			
R	43.8	4.7	11.1	39.1			
矛盾主次	1	4	3	2			
最优水平	A_3	B_3	C_2	D_3			

注：▲表示选取最优水平的产量值

三 结 论

通过试验表明：在洋芋环腐病综合防治中，其最优综合

措施为：用70%酒精擦刀消毒后再切薯块，然后将切下的薯块浸入75PPm浓度的春雷霉素溶液中60分钟；在这个大队适宜的洋芋播期应选在5月中旬左右。施肥方面应采用齐苗后和现蕾时各追一次肥的方式。即选取水平组合为$A_3B_2C_2D_3$。

附录　常用正交表

(一)二水平表

(1)$L_4(2^3)$

试验号＼列号	1	2	3
1	1	1	1
2	1	2	2
3	2	1	2
4	2	2	1

注：任两列的交互列为第三列，

(2)$L_8(2^7)$

试验号＼列号	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2

$L_8(2^7)$两列间的交互列

1	2	3	4	5	6	7	列 号
(1)	3	2	5	4	7	6	1
	(2)	1	6	7	4	5	2
		(3)	7	6	5	4	3
			(4)	1	2	3	4
				(5)	3	2	5
					(6)	1	6
						(7)	7

(3) $L_{12}(2^{11})$

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
3	1	1	2	2	2	1	1	1	2	2	2
4	1	2	1	2	2	1	2	2	1	1	2
5	1	2	2	1	2	2	1	2	1	2	1
6	1	2	2	2	1	2	2	1	2	1	1
7	2	1	2	2	1	1	2	2	1	2	1
8	2	1	2	1	2	2	2	1	1	1	2
9	2	1	1	2	2	2	1	2	2	1	1
10	2	2	2	1	1	1	1	2	2	1	2
11	2	2	1	2	1	2	1	1	1	2	2
12	2	2	1	1	2	1	2	1	2	2	1

(4) $L_{16}(2^{15})$

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2
4	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
5	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2
6	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1
7	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1
8	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2
9	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
10	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1
11	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1
12	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2
13	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1
14	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2
15	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2
16	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1

$L_{16}(2^{15})$两列间的交互列

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	列号
(1)	3	2	5	4	7	6	9	8	11	10	13	12	15	14	1
	(2)	1	6	7	4	5	10	11	8	9	14	15	12	13	2
		(3)	7	6	5	4	11	10	9	8	15	14	13	12	3
			(4)	1	2	3	12	13	14	15	8	9	10	11	4
				(5)	3	2	13	12	15	14	9	8	11	10	5
					(6)	1	14	15	12	13	10	11	8	9	6
						(7)	15	14	13	12	11	10	9	8	7
							(8)	1	2	3	4	5	6	7	8
								(9)	3	2	5	4	7	6	9
									(10)	1	6	7	4	5	10
										(11)	7	6	5	4	11
											(12)	1	2	3	12
												(13)	3	2	13
													(14)	1	14
														(15)	15

(5) $L_{20}(2^{19})$

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	1	1	2	2	2	2	1	2	1	2	1	1	1	1	2	2	1
3	2	1	1	2	2	2	2	1	2	1	2	1	1	1	1	2	2	1	2
4	1	1	2	2	2	2	1	2	1	2	1	1	1	1	2	2	1	2	2
5	1	2	2	2	2	1	2	1	2	1	1	1	1	2	2	1	2	2	1
6	2	2	2	2	1	2	1	2	1	1	1	1	2	2	1	2	2	1	1
7	2	2	2	1	2	1	2	1	1	1	1	2	2	1	2	2	1	1	2
8	2	2	1	2	1	2	1	1	1	1	2	2	1	2	2	1	1	2	2
9	2	1	2	1	2	1	1	1	1	2	2	1	2	2	1	1	2	2	2
10	1	2	1	2	1	1	1	1	2	2	1	2	2	1	1	2	2	2	2
11	2	1	2	1	1	1	1	2	2	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1
12	1	2	1	1	1	1	2	2	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	2
13	2	1	1	1	1	2	2	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	2	1
14	1	1	1	1	2	2	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	2	1	2
15	1	1	1	2	2	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	2	1	2	1
16	1	1	2	2	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	2	1	2	1	1
17	1	2	2	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	2	1	2	1	1	1
18	2	2	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	2	1	2	1	1	1	1
19	2	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	2	1	2	1	1	1	1	2
20	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	2	1	2	1	1	1	1	2	2

(6) $L_{24}(2^{23})$

列号 / 试验号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
4	1	1	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2
5	1	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1
6	1	1	1	2	2	2	2	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1
7	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1
8	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	2	2
9	1	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1
10	1	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2
11	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
12	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1
13	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
14	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1
15	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1
16	2	1	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1
17	2	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2
18	2	1	2	2	1	2	1	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2
19	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2
20	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2	1	2	2	1
21	2	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2
22	2	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1
23	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1
24	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2

(7) $L_{32}(2^{31})$

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
4	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1
5	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2
6	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1
7	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
8	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
9	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2
10	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1
11	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1
12	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2	1	1	2	2

13	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1
14	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2
15	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2
16	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1
17	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
18	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1
19	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1
20	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2	1	2	1	2
21	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1
22	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2
23	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2
24	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1
25	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1
26	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2
27	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2
28	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1	1	2	2	1
29	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2
30	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1
31	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1
32	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2

$L_{32}(2^{31})$两列间的交互列

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
(1)	3	2	5	4	7	6	9	8	11	10	13	12	15	14	17
	(2)	1	6	7	4	5	10	11	8	9	14	15	12	13	18
		(3)	7	6	5	4	11	10	9	8	15	14	13	12	19
			(4)	1	2	3	12	13	14	15	8	9	10	11	20
				(5)	3	2	13	12	15	14	9	8	11	10	21
					(6)	1	14	15	12	13	10	11	8	9	22
						(7)	15	14	13	12	11	10	9	8	23
							(8)	1	2	3	4	5	6	7	24
								(9)	3	2	5	4	7	6	25
									(10)	1	6	7	4	5	26
										(11)	7	6	5	4	27
											(12)	1	2	3	28
												(13)	3	2	29
													(14)	1	30
														(15)	31
															(16)

17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	列号
16	19	18	21	20	23	22	25	24	27	26	29	28	31	30	1
19	16	17	22	23	20	21	26	27	24	25	30	31	28	29	2
18	17	16	23	22	21	20	27	26	25	24	31	30	29	28	3
21	22	23	16	17	18	19	28	29	30	31	24	25	26	27	4
20	23	22	17	16	19	18	29	28	31	30	25	24	27	26	5
23	20	21	18	19	16	17	30	31	28	29	26	27	24	25	6
22	21	20	19	18	17	16	31	30	29	28	27	26	25	24	7
25	26	27	28	29	30	31	16	17	18	19	20	21	22	23	8
24	27	26	29	28	31	30	17	16	19	18	21	20	23	22	9
27	24	25	30	31	28	29	18	19	16	17	22	23	20	21	10
26	25	24	31	30	29	28	19	18	17	16	23	22	21	20	11
29	30	31	24	25	26	27	20	21	22	23	16	17	18	19	12
28	31	30	25	24	27	26	21	20	23	22	17	16	19	18	13
31	28	29	26	27	24	25	22	23	20	21	18	19	16	17	14
30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
(17)	3	2	5	4	7	6	9	8	11	10	13	12	15	14	17
	(18)	1	6	7	4	5	10	11	8	9	14	15	12	13	18
		(19)	7	6	5	4	11	10	9	8	15	14	13	12	19
			(20)	1	2	3	12	13	14	15	8	9	10	11	20
				(21)	3	2	13	12	15	14	9	8	11	10	21
					(22)	1	14	15	12	13	10	11	8	9	22
						(23)	15	14	13	12	11	10	9	8	23
							(24)	1	2	3	4	5	6	7	24
								(25)	3	2	5	4	7	6	25
									(26)	1	6	7	4	5	26
										(27)	7	6	5	4	27
											(28)	1	2	3	28
												(29)	3	2	29
													(30)	1	30
														(31)	31

(二)三水平表

(8)$L_9(3^4)$

试验号 \ 列号	1	2	3	4
1	1	1	1	1
2	1	2	2	2
3	1	3	3	3
4	2	1	2	3
5	2	2	3	1
6	2	3	1	2
7	3	1	3	2
8	3	2	1	3
9	3	3	2	1

注：任意两列间的交互列是另外二列

(9) $L_{27}(3^{13})$

列号 / 试验号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	1	1	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	1	2	2	2	1	1	1	2	3	2	3	2	3
5	1	2	2	2	2	2	2	3	1	3	1	3	1
6	1	2	2	2	3	3	3	1	2	1	2	1	2
7	1	3	3	3	1	1	1	3	2	3	2	3	2
8	1	3	3	3	2	2	2	1	3	1	3	1	3
9	1	3	3	3	3	3	3	2	1	2	1	2	1
10	2	1	2	3	1	2	3	1	1	2	3	3	2
11	2	1	2	3	2	3	1	2	2	3	1	1	3
12	2	1	2	3	3	1	2	3	3	1	2	2	1
13	2	2	3	1	1	2	3	2	3	3	2	1	1
14	2	2	3	1	2	3	1	3	1	1	3	2	2
15	2	2	3	1	3	1	2	1	2	2	1	3	3
16	2	3	1	2	1	2	3	3	2	1	1	2	3
17	2	3	1	2	2	3	1	1	3	2	2	3	1
18	2	3	1	2	3	1	2	2	1	3	3	1	2
19	3	1	3	2	1	3	2	1	1	3	2	2	3
20	3	1	3	2	2	1	3	2	2	1	3	3	1
21	3	1	3	2	3	2	1	3	3	2	1	1	2
22	3	2	1	3	1	3	2	2	3	1	1	3	2
23	3	2	1	3	2	1	3	3	1	2	2	1	3
24	3	2	1	3	3	2	1	1	2	3	3	2	1
25	3	3	2	1	1	3	2	3	2	2	3	1	1
26	3	3	2	1	2	1	3	1	3	3	1	2	2
27	3	3	2	1	3	2	1	2	1	1	2	3	3

$L_{27}(3^{13})$两列间的交互列

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	列 号
(1)	3	2	2	6	5	5	10	11	8	9	8	9	1
	4	4	3	7	7	6	12	13	12	13	10	11	
	(2)	1	1	8	10	11	5	5	6	7	7	6	2
		4	3	9	13	12	9	8	13	12	11	10	
		(3)	1	10	9	8	7	6	5	5	6	7	3
			2	11	12	13	13	12	11	10	9	8	
			(4)	12	8	0	6	7	7	6	5	5	4
				13	11	10	11	10	9	8	13	12	
				(5)	1	1	2	2	3	3	4	4	5
					7	6	9	8	11	10	13	12	
					(6)	1	4	3	2	4	3	2	6
						5	11	12	13	8	9	10	
						(7)	3	4	4	2	2	3	7
							13	10	9	12	11	8	
							(8)	2	1	4	1	3	8
								5	12	6	10	7	
								(9)	4	1	3	1	9
									7	13	6	11	
									(10)	3	1	2	10
										5	8	6	
										(11)	2	1	11
											7	9	
											(12)	4	12
												5	
												(13)	13

（三）四水平表

（10）$L_{16}(4^5)$

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5
1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2
3	1	3	3	3	3
4	1	4	4	4	4
5	2	1	2	3	4
6	2	2	1	4	3
7	2	3	4	1	2
8	2	4	3	2	1
9	3	1	3	4	2
10	3	2	4	3	1
11	3	3	1	2	4
12	3	4	2	1	3
13	4	1	4	2	3
14	4	2	3	1	4
15	4	3	2	4	1
16	4	4	1	3	2

注：任两列的交互列是另外三列

(11) $L_{64}(4^{21})$

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	1	1	1	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	1	1	1	1	1	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4
6	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	4	4	4	4	3	3	3	3
7	1	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	1	1	1	1	2	2	2	2
8	1	2	2	2	2	4	4	4	4	3	3	3	3	2	2	2	2	1	1	1	1
9	1	3	3	3	3	1	1	1	1	3	3	3	3	4	4	4	4	2	2	2	2
10	1	3	3	3	3	2	2	2	2	4	4	4	4	3	3	3	3	1	1	1	1
11	1	3	3	3	3	3	3	3	3	1	1	1	1	2	2	2	2	4	4	4	4
12	1	3	3	3	3	4	4	4	4	2	2	2	2	1	1	1	1	3	3	3	3
13	1	4	4	4	4	1	1	1	1	4	4	4	4	2	2	2	2	3	3	3	3
14	1	4	4	4	4	2	2	2	2	3	3	3	3	1	1	1	1	4	4	4	4
15	1	4	4	4	4	3	3	3	3	2	2	2	2	4	4	4	4	1	1	1	1
16	1	4	4	4	4	4	4	4	4	1	1	1	1	3	3	3	3	2	2	2	2
17	2	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
18	2	1	2	3	4	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	4	3
19	2	1	2	3	4	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2
20	2	1	2	3	4	4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1
21	2	2	1	4	3	1	2	3	4	2	1	4	3	3	4	1	2	4	3	2	1
22	2	2	1	4	3	2	1	4	3	1	2	3	4	4	3	2	1	3	4	1	2
23	2	2	1	4	3	3	4	1	2	4	3	2	1	1	2	3	4	2	1	4	3
24	2	2	1	4	3	4	3	2	1	3	4	1	2	2	1	4	3	1	2	3	4
25	2	3	4	1	2	1	2	3	4	3	4	1	2	4	3	2	1	2	1	4	3
26	2	3	4	1	2	2	1	4	3	4	3	2	1	3	4	1	2	1	2	3	4
27	2	3	4	1	2	3	4	1	2	1	2	3	4	2	1	4	3	4	3	2	1
28	2	3	4	1	2	4	3	2	1	2	1	4	3	1	2	3	4	3	4	1	2
29	2	4	3	2	1	1	2	3	4	4	3	2	1	2	1	4	3	3	4	1	2
30	2	4	3	2	1	2	1	4	3	3	4	1	2	1	2	3	4	4	3	2	1
31	2	4	3	2	1	3	4	1	2	2	1	4	3	4	3	2	1	1	2	3	4
32	2	4	3	2	1	4	3	2	1	1	2	3	4	3	4	1	2	2	1	4	3

（续 表）

试验号＼列号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
33	3	1	3	4	2	1	3	4	2	1	3	4	2	1	3	4	2	1	3	4	2
34	3	1	3	4	2	2	4	3	1	2	4	3	1	2	4	3	1	2	4	3	1
35	3	1	3	4	2	3	1	2	4	3	1	2	4	3	1	2	4	3	1	2	4
36	3	1	3	4	2	4	2	1	3	4	2	1	3	4	2	1	3	4	2	1	3
37	3	2	4	3	1	1	3	4	2	2	4	3	1	3	1	2	4	4	2	1	3
38	3	2	4	3	1	2	4	3	1	1	3	4	2	4	2	1	3	3	1	2	4
39	3	2	4	3	1	3	1	2	4	4	2	1	3	1	3	4	2	2	4	3	1
40	3	2	4	3	1	4	2	1	3	3	1	2	4	2	4	3	1	1	3	4	2
41	3	3	1	2	4	1	3	4	2	3	1	2	4	4	2	1	3	2	4	3	1
42	3	3	1	2	4	2	4	3	1	4	2	1	3	3	1	2	4	1	3	4	2
43	3	3	1	2	4	3	1	2	4	1	3	4	2	2	4	3	1	4	2	1	3
44	3	3	1	2	4	4	2	1	3	2	4	3	1	1	3	4	2	3	1	2	4
45	3	4	2	1	3	1	3	4	2	4	2	1	3	2	4	3	1	3	1	2	4
46	3	4	2	1	3	2	4	3	1	3	1	2	4	1	3	4	2	4	2	1	3
47	3	4	2	1	3	3	1	2	4	2	4	3	1	4	2	1	3	1	3	4	2
48	3	4	2	1	3	4	2	1	3	1	3	4	2	3	1	2	4	2	4	3	1
49	4	1	4	2	3	1	4	2	3	1	4	2	3	1	4	2	3	1	4	2	3
50	4	1	4	2	3	2	3	1	4	2	3	1	4	2	3	1	4	2	3	1	4
51	4	1	4	2	3	3	2	4	1	3	2	4	1	3	2	4	1	3	2	4	1
52	4	1	4	2	3	4	1	3	2	4	1	3	2	4	1	3	2	4	1	3	2
53	4	2	3	1	4	1	4	2	3	2	3	1	4	3	2	4	1	4	1	3	2
54	4	2	3	1	4	2	3	1	4	1	4	2	3	4	1	3	2	3	2	4	1
55	4	2	3	1	4	3	2	4	1	4	1	3	2	1	4	2	3	2	3	1	4
56	4	2	3	1	4	4	1	3	2	3	2	4	1	2	3	1	4	1	4	2	3
57	4	3	2	4	1	1	4	2	3	3	2	4	1	4	1	3	2	2	3	1	4
58	4	3	2	4	1	2	3	1	4	4	1	3	2	3	2	4	1	1	4	2	3
59	4	3	2	4	1	3	2	4	1	1	4	2	3	2	3	1	4	4	1	3	2
60	4	3	2	4	1	4	1	3	2	2	3	1	4	1	4	2	3	3	2	4	1
61	4	4	1	3	2	1	4	2	3	4	1	3	2	2	3	1	4	3	2	4	1
62	4	4	1	3	2	2	3	1	4	3	2	4	1	1	4	2	3	4	1	3	2
63	4	4	1	3	2	3	2	4	1	2	3	1	4	4	1	3	2	1	4	2	3
64	4	4	1	3	2	4	1	3	2	1	4	2	3	3	2	4	1	2	3	1	4

$L_{64}(4^{21})$：二列间的交互列表

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	列号
(1)		3	2	2	2	7	6	6	6	11	10	10	10	15	14	14	14	19	18	18	18	
		4	4	3	3	8	8	7	7	12	12	11	11	16	16	15	15	20	20	19	19	1
		5	5	5	4	9	9	9	8	13	13	13	12	17	17	17	16	21	21	21	20	
(2)			1	1	1	10	11	12	13	6	7	8	9	6	7	8	9	6	7	8	9	
			4	3	3	14	15	16	17	14	15	16	17	10	11	12	13	10	11	12	13	2
			5	5	4	18	19	20	21	18	19	20	21	18	19	20	21	14	15	16	17	
(3)				1	1	11	10	13	12	7	6	9	8	8	9	6	7	9	8	7	6	
				2	2	16	17	14	15	17	16	15	14	13	12	11	10	12	13	10	11	3
				5	4	21	20	19	18	20	21	18	19	19	18	21	20	15	14	17	16	
(4)					1	12	13	10	11	8	9	6	7	9	8	7	6	7	6	9	8	
					2	17	16	15	14	15	14	17	16	11	10	13	12	13	12	11	10	4
					3	19	18	21	20	21	20	19	18	20	21	18	19	16	17	14	15	
(5)						13	12	11	10	9	8	7	6	7	6	9	8	8	9	6	7	
						15	14	17	16	16	17	14	15	12	13	10	11	11	10	13	12	5
						20	21	18	19	19	18	21	20	21	20	19	18	17	16	15	14	
(6)							1	1	1	2	3	4	5	2	5	3	4	2	4	5	3	
							8	7	7	14	16	17	15	10	13	11	12	10	12	13	11	6
							9	9	8	18	21	19	20	18	20	21	19	14	17	15	16	
(7)								1	1	3	2	5	4	5	2	4	3	4	2	3	5	
								6	6	17	15	14	16	12	11	13	10	13	11	10	12	7
								9	8	20	19	21	18	21	19	18	20	16	15	17	14	
(8)									1	4	5	2	3	3	4	2	5	5	3	2	4	
									6	15	17	16	14	13	10	12	11	11	13	12	10	8
									7	21	18	20	19	19	21	20	18	17	14	16	15	
(9)										5	4	3	2	4	3	5	2	3	5	4	2	
										16	14	15	17	11	12	10	13	12	10	11	13	9
										19	20	18	21	20	18	19	21	15	16	14	17	
(10)											1	1	1	2	4	5	3	2	5	3	4	
											12	11	11	6	8	9	7	6	9	7	8	10
											13	13	12	18	21	19	20	14	16	17	15	

（续表）

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	列号
										(11)	1 10 13	1 10 12	4 9 20	2 7 19	3 6 21	5 8 18	5 8 17	2 7 15	4 9 14	3 6 16	11
											(12)	1 10 11	5 7 21	3 9 18	2 8 20	4 6 19	3 9 15	4 6 17	2 8 16	5 7 14	12
												(13)	3 8 19	5 6 20	4 7 18	2 9 21	4 7 16	3 8 14	5 6 15	2 9 17	13
													(14)	1 16 17	1 15 17	1 15 16	2 6 10	3 8 13	4 9 11	5 7 12	14
														(15)	1 14 17	1 14 16	3 9 12	2 7 11	5 6 13	4 8 10	15
															(16)	1 14 15	4 7 13	5 9 10	2 8 12	3 6 11	16
																(17)	5 8 11	4 6 12	3 7 10	2 9 13	17
																	(18)	1 20 21	1 19 21	1 19 20	18
																		(19)	1 18 21	1 18 20	19
																			(20)	1 18 19	20
																				(21)	21

（四）七水平表

（12）$L_{49}(7^8)$

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2	2	2	2
3	1	3	3	3	3	3	3	3
4	1	4	4	4	4	4	4	4
5	1	5	5	5	5	5	5	5
6	1	6	6	6	6	6	6	6
7	1	7	7	7	7	7	7	7
8	2	1	2	3	4	5	6	7
9	2	2	3	4	5	6	7	1
10	2	3	4	5	6	7	1	2
11	2	4	5	6	7	1	2	3
12	2	5	6	7	1	2	3	4
13	2	6	7	1	2	3	4	5
14	2	7	1	2	3	4	5	6
15	3	1	3	5	7	2	4	6
16	3	2	4	6	1	3	5	7
17	3	3	5	7	2	4	6	1
18	3	4	6	1	3	5	7	2
19	3	5	7	2	4	6	1	3
20	3	6	1	3	5	7	2	4
21	3	7	2	4	6	1	3	5

22	4	1	4	7	3	6	2	5
23	4	2	5	1	4	7	3	6
24	4	3	6	2	5	1	4	7
25	4	4	7	3	6	2	5	1
26	4	5	1	4	7	3	6	2
27	4	6	2	5	1	4	7	3
28	4	7	3	6	2	5	1	4
29	5	1	5	2	6	3	7	4
30	5	2	6	3	7	4	1	5
31	5	3	7	4	1	5	2	6
32	5	4	1	5	2	6	3	7
33	5	5	2	6	3	7	4	1
34	5	6	3	7	4	1	5	2
35	5	7	4	1	5	2	6	3
36	6	1	6	4	2	7	5	3
37	6	2	7	5	3	1	6	4
38	6	3	1	6	4	2	7	5
39	6	4	2	7	5	3	1	6
40	6	5	3	1	6	4	2	7
41	6	6	4	2	7	5	3	1
42	6	7	5	3	1	6	4	2
43	7	1	7	6	5	4	3	2
44	7	2	1	7	6	5	4	3
45	7	3	2	1	7	6	5	4
46	7	4	3	2	1	7	6	5
47	7	5	4	3	2	1	7	6
48	7	6	5	4	3	2	1	7
49	7	7	6	5	4	3	2	1

注：任两列的交互列是另外六列

（五）八水平表

(13) $L_{64}(8^9)$

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	3	3	3	3	3	3	3	3
4	1	4	4	4	4	4	4	4	4
5	1	5	5	5	5	5	5	5	5
6	1	6	6	6	6	6	6	6	6
7	1	7	7	7	7	7	7	7	7
8	1	8	8	8	8	8	8	8	8
9	2	1	2	5	7	8	4	6	3
10	2	2	1	6	8	7	3	5	4
11	2	3	4	7	5	6	2	8	1
12	2	4	3	8	6	5	1	7	2
13	2	5	6	1	3	4	8	2	7
14	2	6	5	2	4	3	7	1	8
15	2	7	8	3	1	2	6	4	5
16	2	8	7	4	2	1	5	3	6
17	3	1	3	2	5	7	8	4	6
18	3	2	4	1	6	8	7	3	5
19	3	3	1	4	7	5	6	2	8
20	3	4	2	3	8	6	5	1	7
21	3	5	7	6	1	3	4	8	2
22	3	6	8	5	2	4	3	7	1
23	3	7	5	8	3	1	2	6	4
24	3	8	6	7	4	2	1	5	3
25	4	1	4	6	3	2	5	7	8
26	4	2	3	5	4	1	6	8	7
27	4	3	2	8	1	4	7	5	6
28	4	4	1	7	2	3	8	6	5
29	4	5	8	2	7	6	1	3	4
30	4	6	7	1	8	5	2	4	3
31	4	7	6	4	5	8	3	1	2
32	4	8	5	3	6	7	4	2	1

试验号＼列号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
33	5	1	5	7	8	4	6	3	2
34	5	2	6	8	7	3	5	4	1
35	5	3	7	5	6	2	8	1	4
36	5	4	8	6	5	1	7	2	3
37	5	5	1	3	4	8	2	7	6
38	5	6	2	4	3	7	1	8	5
39	5	7	3	1	2	6	4	5	8
40	5	8	4	2	1	5	3	6	7
41	6	1	6	3	2	5	7	8	4
42	6	2	5	4	1	6	8	7	3
43	6	3	8	1	4	7	5	6	2
44	6	4	7	2	3	8	6	5	1
45	6	5	2	7	6	1	3	4	8
46	6	6	1	8	5	2	4	3	7
47	6	7	4	5	8	3	1	2	6
48	6	8	3	6	7	4	2	1	5
49	7	1	7	8	4	6	3	2	5
50	7	2	8	7	3	5	4	1	6
51	7	3	5	6	2	8	1	4	7
52	7	4	6	5	1	7	2	3	8
53	7	5	3	4	8	2	7	6	1
54	7	6	4	3	7	1	8	5	2
55	7	7	1	2	6	4	5	8	3
56	7	8	2	1	5	3	6	7	4
57	8	1	8	4	6	3	2	5	7
58	8	2	7	3	5	4	1	6	8
59	8	3	6	2	8	1	4	7	5
60	8	4	5	1	7	2	3	8	6
61	8	5	4	8	2	7	6	1	3
62	8	6	3	7	1	8	5	2	5
63	8	7	2	6	4	5	8	3	1
64	8	8	1	5	3	6	7	4	2

注：任两列的交互列是另外七列

（六）五水平表

（14）$L_{25}(5^6)$

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5	6
1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2	2
3	1	3	3	3	3	3
4	1	4	4	4	4	4
5	1	5	5	5	5	5
6	2	1	2	3	4	5
7	2	2	3	4	5	1
8	2	3	4	5	1	2
9	2	4	5	1	2	3
10	2	5	1	2	3	4
11	3	1	3	5	2	4
12	3	2	4	1	3	5
13	3	3	5	2	4	1
14	3	4	1	3	5	2
15	3	5	2	4	1	3
16	4	1	4	2	5	3
17	4	2	5	3	1	4
18	4	3	1	4	2	5
19	4	4	2	5	3	1
20	4	5	3	1	4	2
21	5	1	5	4	3	2
22	5	2	1	5	4	3
23	5	3	2	1	5	4
24	5	4	3	2	1	5
25	5	5	4	3	2	1

注：任两列的交互列是另外四列

(七)混合水平表

(15) $L_8(4\times 2^4)$

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5
1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2
3	2	1	1	2	2
4	2	2	2	1	1
5	3	1	2	1	2
6	3	2	1	2	1
7	4	1	2	2	1
8	4	2	1	1	2

(16) $L_{12}(3\times 2^4)$

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5
1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2
3	1	2	2	1	2
4	1	2	2	2	1
5	2	1	2	1	1
6	2	1	2	2	2
7	2	2	1	1	1
8	2	2	1	2	2
9	3	1	2	1	2
10	3	1	1	2	1
11	3	2	1	1	2
12	3	2	2	2	1

(17) $L_{12}(6\times 2^2)$

列号 试验号	1	2	3
1	2	1	1
2	5	1	2
3	5	2	1
4	2	2	2
5	4	1	1
6	1	1	2
7	1	2	1
8	4	2	2
9	3	1	1
10	6	1	2
11	6	2	1
12	3	2	2

(18) $L_{16}(4\times 2^{12})$

列号 试验号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2
4	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
5	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2
6	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1
7	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1
8	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2
9	3	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
10	3	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1
11	3	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1
12	3	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2
13	4	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1
14	4	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2
15	4	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2
16	4	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1

(19) $L_{16}(4^2\times2^9)$

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	1	1	1	2	2	2	2	2	2
3	1	3	2	2	2	1	1	1	2	2	2
4	1	4	2	2	2	2	2	2	1	1	1
5	2	1	1	2	2	1	2	2	1	2	2
6	2	2	1	2	2	2	1	1	2	1	1
7	2	3	2	1	1	1	2	2	2	1	1
8	2	4	2	1	1	2	1	1	1	2	2
9	3	1	2	1	2	2	1	2	2	1	2
10	3	2	2	1	2	1	2	1	1	2	1
11	3	3	1	2	1	2	1	2	1	2	1
12	3	4	1	2	1	1	2	1	2	1	2
13	4	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1
14	4	2	2	2	1	1	1	2	1	1	2
15	4	3	1	1	2	2	2	1	1	1	2
16	4	4	1	1	2	1	1	2	2	2	1

(20) $L_{16}(4^3\times2^6)$

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	1	1	2	2	2	2
3	1	3	3	2	2	1	1	2	2
4	1	4	4	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	2	2	1	2	1	2
6	2	2	1	2	2	2	1	2	1
7	2	3	4	1	1	1	2	2	1
8	2	4	3	1	1	2	1	1	2
9	3	1	3	1	2	2	2	2	1
10	3	2	4	1	2	1	1	1	2
11	3	3	1	2	1	2	2	1	2
12	3	4	2	2	1	1	1	2	1
13	4	1	4	2	1	2	1	2	2
14	4	2	3	2	1	1	2	1	1
15	4	3	2	1	2	2	1	1	1
16	4	4	1	1	2	1	2	2	2

(21) $L_{16}(4^4 \times 2^3)$

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	1	2	2
3	1	3	3	3	2	1	2
4	1	4	4	4	2	2	1
5	2	1	2	3	2	2	1
6	2	2	1	4	2	1	2
7	2	3	4	1	1	2	2
8	2	4	3	2	1	1	1
9	3	1	3	4	1	2	2
10	3	2	4	3	1	1	1
11	3	3	1	2	2	2	1
12	3	4	2	1	2	1	2
13	4	1	4	2	2	1	2
14	4	2	3	1	2	2	1
15	4	3	2	4	1	1	1
16	4	4	1	3	1	2	2

(22) $L_{16}(8 \times 2^8)$

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2	2	2	2	2
3	2	1	1	1	1	2	2	2	2
4	2	2	2	2	2	1	1	1	1
5	3	1	1	2	2	1	1	2	2
6	3	2	2	1	1	2	2	1	1
7	4	1	1	2	2	2	2	1	1
8	4	2	2	1	1	1	1	2	2
9	5	1	2	1	2	1	2	1	2
10	5	2	1	2	1	2	1	2	1
11	6	1	2	1	2	2	1	2	1
12	6	2	1	2	1	1	2	1	2
13	7	1	2	2	1	1	2	2	1
14	7	2	1	1	2	2	1	1	2
15	8	1	2	2	1	2	1	1	2
16	8	2	1	1	2	1	2	2	1

(23) $L_{18}(2\times3^7)$

列号 试验号	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	2	2	2	2	2	2
3	1	1	3	3	3	3	3	3
4	1	2	1	1	2	2	3	3
5	1	2	2	2	3	3	1	1
6	1	2	3	3	1	1	2	2
7	1	3	1	2	1	3	2	3
8	1	3	2	3	2	1	3	1
9	1	3	3	1	3	2	1	2
10	2	1	1	3	3	2	2	1
11	2	1	2	1	1	3	3	2
12	2	1	3	2	2	1	1	3
13	2	2	1	2	3	1	3	2
14	2	2	2	3	1	2	1	3
15	2	2	3	1	2	3	2	1
16	2	3	1	3	2	3	1	2
17	2	3	2	1	3	1	2	3
18	2	3	3	2	1	2	3	1

(24) $L_{18}(6\times 3^6)$

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2	2	2
3	1	3	3	3	3	3	3
4	2	1	1	2	2	3	3
5	2	2	2	3	3	1	1
6	2	3	3	1	1	2	2
7	3	1	2	1	3	2	3
8	3	2	3	2	1	3	1
9	3	3	1	3	2	1	2
10	4	1	3	3	2	2	1
11	4	2	1	1	3	3	2
12	4	3	2	2	1	1	3
13	5	1	2	3	1	3	2
14	5	2	3	1	2	1	3
15	5	3	1	2	3	2	1
16	6	1	3	2	3	1	2
17	6	2	1	3	1	2	3
18	6	3	2	1	2	3	1

(25) $L_{20}(5\times 2^8)$

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	2	2	1	1	1	1
4	1	2	2	2	2	2	2	2	2
5	2	1	2	1	2	1	1	1	2
6	2	1	2	2	1	1	2	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1	2	1
8	2	2	1	2	1	2	2	1	2
9	3	1	1	2	1	1	1	2	2
10	3	1	2	2	2	2	2	1	1
11	3	2	1	1	2	1	2	2	1
12	3	2	2	1	1	2	1	1	2
13	4	1	1	2	2	1	2	1	2
14	4	1	2	1	2	2	1	2	2
15	4	2	1	2	1	2	1	1	1
16	4	2	2	1	1	1	2	2	1
17	5	1	1	1	2	2	2	1	1
18	5	1	2	2	1	2	1	2	1
19	5	2	1	2	2	1	1	2	2
20	5	2	2	1	1	1	2	1	2

(26) $L_{20}(10\times 2^2)$

试验号 \ 列号	1	2	3	试验号 \ 列号	1	2	3
1	1	1	1	11	6	1	2
2	1	2	2	12	6	2	1
3	2	1	2	13	7	1	1
4	2	2	1	14	7	2	2
5	3	1	1	15	8	1	2
6	3	2	2	16	8	2	1
7	4	1	2	17	9	1	1
8	4	2	1	18	9	2	2
9	5	1	1	19	10	1	2
10	5	2	2	20	10	2	1

(27) $L_{24}(3 \times 4 \times 2^4)$

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5	6
1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	1	1	2	2
3	1	3	1	2	2	1
4	1	4	1	2	1	2
5	1	1	2	2	2	2
6	1	2	2	2	1	1
7	1	3	2	1	1	2
8	1	4	2	1	2	1
9	2	1	1	1	1	2
10	2	2	1	1	2	1
11	2	3	1	2	2	2
12	2	4	1	2	1	1
13	2	1	2	2	2	1
14	2	2	2	2	1	2
15	2	3	2	1	1	1
16	2	4	2	1	2	2
17	3	1	1	1	1	2
18	3	2	1	1	2	1
19	3	3	1	2	2	2
20	3	4	1	2	1	1
21	3	1	2	2	2	1
22	3	2	2	2	1	2
23	3	3	2	1	1	1
24	3	4	2	1	2	2

(28) $L_{24}(6\times4\times2^3)$

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5
1	1	1	1	1	2
2	1	2	1	2	1
3	1	3	2	2	2
4	1	4	2	1	1
5	2	1	2	2	1
6	2	2	2	1	2
7	2	3	1	1	1
8	2	4	1	2	2
9	3	1	1	1	1
10	3	2	1	2	2
11	3	3	2	2	1
12	3	4	2	1	2
13	4	1	2	2	2
14	4	2	2	1	1
15	4	3	1	1	2
16	4	4	1	2	1
17	5	1	1	1	1
18	5	2	1	2	2
19	5	3	2	2	1
20	5	4	2	1	2
21	6	1	2	2	2
22	6	2	2	1	1
23	6	3	1	1	2
24	6	4	1	2	1

(29) $L_{24}(12\times 2^{12})$

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
3	3	1	1	1	2	2	2	1	1	1	2	2	2
4	4	1	1	2	1	2	2	1	2	2	1	1	2
5	5	1	1	2	2	1	2	2	1	2	1	2	1
6	6	1	1	2	2	2	1	2	2	1	2	1	1
7	7	1	2	1	2	2	1	1	2	2	1	2	1
8	8	1	2	1	2	1	2	2	2	1	1	1	2
9	9	1	2	1	1	2	2	2	1	2	2	1	1
10	10	1	2	2	2	1	1	1	1	2	2	1	2
11	11	1	2	2	1	2	1	2	1	1	1	2	2
12	12	1	2	2	1	1	2	1	2	1	2	2	1
13	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
14	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1
15	3	2	2	2	1	1	1	2	2	2	1	1	1
16	4	2	2	1	2	1	1	2	1	1	2	2	1
17	5	2	2	1	1	2	1	1	2	1	2	1	2
18	6	2	2	1	1	1	2	1	1	2	1	2	2
19	7	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2
20	8	2	1	2	1	2	1	1	1	2	2	2	1
21	9	2	1	2	2	1	1	1	2	1	1	2	2
22	10	2	1	1	1	2	2	2	2	1	1	2	1
23	11	2	1	1	2	1	2	1	2	2	2	1	1
24	12	2	1	1	2	2	1	2	1	2	1	1	2

(30) $L_{27}(9 \times 3^9)$

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	2	1	1	1	2	2	2	3	3	3
5	2	2	2	2	3	3	3	1	1	1
6	2	3	3	3	1	1	1	2	2	2
7	3	1	1	1	3	3	3	2	2	2
8	3	2	2	2	1	1	1	3	3	3
9	3	3	3	3	2	2	2	1	1	1
10	4	1	2	3	1	2	3	1	2	3
11	4	2	3	1	2	3	1	2	3	1
12	4	3	1	2	3	1	2	3	1	2
13	5	1	2	3	2	3	1	3	1	2
14	5	2	3	1	3	1	2	1	2	3
15	5	3	1	2	1	2	3	2	3	1
16	6	1	2	3	3	1	2	2	3	1
17	6	2	3	1	1	2	3	3	1	2
18	6	3	1	2	2	3	1	1	2	3
19	7	1	3	2	1	3	2	1	3	2
20	7	2	1	3	2	1	3	2	1	3
21	7	3	2	1	3	2	1	3	2	1
22	8	1	3	2	2	1	3	3	2	1
23	8	2	1	3	3	2	1	1	3	2
24	8	3	2	1	1	3	2	2	1	3
25	9	1	3	2	3	2	1	2	1	3
26	9	2	1	3	1	3	2	3	2	1
27	9	3	2	1	2	1	3	1	3	2

(31) $L_{32}(4^5\times2^{16})$

试验号＼列号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
4	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1
5	1	3	3	3	3	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2
6	1	3	3	3	3	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1
7	1	4	4	4	4	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
8	1	4	4	4	4	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
9	2	1	2	4	3	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2
10	2	1	2	4	3	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1
11	2	2	1	3	4	1	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1
12	2	2	1	3	4	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2	1	1	2	2
13	2	3	4	2	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1
14	2	3	4	2	1	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2
15	2	4	3	1	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2
16	2	4	3	1	2	2	2	1	1	1	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1
17	3	2	4	1	3	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
18	3	2	4	1	3	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1
19	3	1	3	2	4	1	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1
20	3	1	3	2	4	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2	1	2	1	2
21	3	4	2	3	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1
22	3	4	2	3	1	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2
23	3	3	1	4	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2
24	3	3	1	4	2	2	1	2	1	1	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1
25	4	2	3	4	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1
26	4	2	3	4	1	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2
27	4	1	4	3	2	1	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2
28	4	1	4	3	2	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1	1	2	2	1
29	4	4	1	2	3	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2
30	4	4	1	2	3	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1
31	4	3	2	1	4	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1
32	4	3	2	1	4	2	1	1	2	1	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2

(32) $L_{32}(4^9 2^4)$

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
3	1	3	3	3	3	3	3	3	3	1	1	1	1
4	1	4	4	4	4	4	4	4	4	1	1	1	1
5	2	1	1	2	2	3	3	4	4	1	1	2	2
6	2	2	2	1	1	4	4	3	3	1	1	2	2
7	2	3	3	4	4	1	1	2	2	1	1	2	2
8	2	4	4	3	3	2	2	1	1	1	1	2	2
9	3	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	1	2
10	3	2	1	4	3	2	1	4	3	1	2	1	2
11	3	3	4	1	2	3	4	1	2	1	2	1	2
12	3	4	3	2	1	4	3	2	1	1	2	1	2
13	4	1	2	4	3	3	4	2	1	1	2	2	1
14	4	2	1	3	4	4	3	1	2	1	2	2	1
15	4	3	4	2	1	1	2	4	3	1	2	2	1
16	4	4	3	1	2	2	1	3	4	1	2	2	1
17	1	1	4	1	4	2	3	2	3	2	2	2	2
18	1	2	3	2	3	1	4	1	4	2	2	2	2
19	1	3	2	3	2	4	1	4	1	2	2	2	2
20	1	4	1	4	1	3	2	3	2	2	2	2	2
21	2	1	4	2	3	4	1	3	2	2	2	1	1
22	2	2	3	1	4	3	2	4	1	2	2	1	1
23	2	3	2	4	1	2	3	1	4	2	2	1	1
24	2	4	1	3	2	1	4	2	3	2	2	1	1
25	3	1	3	3	1	2	4	4	2	2	1	2	1
26	3	2	4	4	2	1	3	3	1	2	1	2	1
27	3	3	1	1	3	4	2	2	4	2	1	2	1
28	3	4	2	2	4	3	1	1	3	2	1	2	1
29	4	1	3	4	2	4	2	1	3	2	1	1	2
30	4	2	4	3	1	3	1	2	4	2	1	1	2
31	4	3	1	2	4	2	4	3	1	2	1	1	2
32	4	4	2	1	3	1	3	4	2	2	1	1	2

(33) $L_{32}(8\times4^8)$

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	3	3	3	3	3	3	3	3
4	1	4	4	4	4	4	4	4	4
5	2	1	1	2	2	3	3	4	4
6	2	2	2	1	1	4	4	3	3
7	2	3	3	4	4	1	1	2	2
8	2	4	4	3	3	2	2	1	1
9	3	1	2	3	4	1	2	3	4
10	3	2	1	4	3	2	1	4	3
11	3	3	4	1	2	3	4	1	2
12	3	4	3	2	1	4	3	2	1
13	4	1	2	4	3	3	4	2	1
14	4	2	1	3	4	4	3	1	2
15	4	3	4	2	1	1	2	4	3
16	4	4	3	1	2	2	1	3	4
17	5	1	4	1	4	2	3	2	3
18	5	2	3	2	3	1	4	1	4
19	5	3	2	3	2	4	1	4	1
20	5	4	1	4	1	3	2	3	2
21	6	1	4	2	3	4	1	3	2
22	6	2	3	1	4	3	2	4	1
23	6	3	2	4	1	2	3	1	4
24	6	4	1	3	2	1	4	2	3
25	7	1	3	3	1	2	4	4	2
26	7	2	4	4	2	1	3	3	1
27	7	3	1	1	3	4	2	2	4
28	7	4	2	2	4	3	1	1	3
29	8	1	3	4	2	4	2	1	3
30	8	2	4	3	1	3	1	2	4
31	8	3	1	2	4	2	4	3	1
32	8	4	2	1	3	1	3	4	2

(34) $L_{32}(8\times4^{6}\times2^{6})$

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2	2	2	1	1	2	2	2	2
3	1	3	3	3	3	3	3	2	2	1	1	2	2
4	1	4	4	4	4	4	4	2	2	2	2	1	1
5	2	1	1	2	3	2	4	2	2	1	2	1	2
6	2	2	2	1	4	1	3	2	2	2	1	2	1
7	2	3	3	4	1	4	2	1	1	1	2	2	1
8	2	4	4	3	2	3	1	1	1	2	1	1	2
9	3	1	3	1	2	3	2	2	2	2	2	1	1
10	3	2	4	2	1	4	1	2	2	1	1	2	2
11	3	3	1	3	4	1	4	1	1	2	2	2	2
12	3	4	2	4	3	2	3	1	1	1	1	1	1
13	4	1	3	2	4	4	3	1	1	2	1	1	2
14	4	2	4	1	3	3	4	1	1	1	2	2	1
15	4	3	1	4	2	2	1	2	2	2	1	2	1
16	4	4	2	3	1	1	2	2	2	1	2	1	2
17	5	1	4	3	1	2	3	1	2	2	2	2	1
18	5	2	3	4	2	1	4	1	2	1	1	1	2
19	5	3	2	1	3	4	1	2	1	2	2	1	2
20	5	4	1	2	4	3	2	2	1	1	1	2	1
21	6	1	4	4	3	1	2	2	1	2	1	2	2
22	6	2	3	3	4	2	1	2	1	1	2	1	1
23	6	3	2	2	1	3	4	1	2	2	1	1	1
24	6	4	1	1	2	4	3	1	2	1	2	2	2
25	7	1	2	3	2	4	4	2	1	1	1	2	1
26	7	2	1	4	1	3	3	2	1	2	2	1	2
27	7	3	4	1	4	2	2	1	2	1	1	1	2
28	7	4	3	2	3	1	1	1	2	2	2	2	1
29	8	1	2	4	4	3	1	1	2	1	2	2	2
30	8	2	1	3	3	4	2	1	2	2	1	1	1
31	8	3	4	2	2	1	3	2	1	1	2	1	1
32	8	4	3	1	1	2	4	2	1	2	1	2	2

(35) $L_{32}(16\times 2^{16})$

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	2	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
4	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1
5	3	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2
6	3	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1
7	4	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
8	4	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
9	5	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2
10	5	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1
11	6	1	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1
12	6	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2	1	1	2	2
13	7	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1
14	7	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2
15	8	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2
16	8	2	2	1	1	1	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1
17	9	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
18	9	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1
19	10	1	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1
20	10	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2	1	2	1	2
21	11	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1
22	11	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2
23	12	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2
24	12	2	1	2	1	1	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1
25	13	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1
26	13	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2
27	14	1	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2
28	14	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1	1	2	2	1
29	15	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2
30	15	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1
31	16	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1
32	16	2	1	1	2	1	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2

(36) $L_{36}(2^{11} \times 3^{12})$

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3
5	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	1	1	1	1
6	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	1	1	1	1	2	2	2	2
7	1	1	2	2	2	1	1	1	2	2	2	1	1	2	3	1	2	3	3	1	2	2	3
8	1	1	2	2	2	1	1	1	2	2	2	2	2	3	1	2	3	1	1	2	3	3	1
9	1	1	2	2	2	1	1	1	2	2	2	3	3	1	2	3	1	2	2	3	1	1	2
10	1	2	1	2	2	1	2	2	1	1	2	1	1	3	2	1	3	2	3	2	1	3	2
11	1	2	1	2	2	1	2	2	1	1	2	2	2	1	3	2	1	3	1	3	2	1	3
12	1	2	1	2	2	1	2	2	1	1	2	3	3	2	1	3	2	1	2	1	3	2	1
13	1	2	2	1	2	2	1	2	1	2	1	1	2	3	1	3	2	1	3	3	2	1	2
14	1	2	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	3	1	2	1	3	2	1	1	3	2	3
15	1	2	2	1	2	2	1	2	1	2	1	3	1	2	3	2	1	3	2	2	1	3	1
16	1	2	2	2	1	2	2	1	2	1	1	1	2	3	2	1	1	3	2	3	3	2	1
17	1	2	2	2	1	2	2	1	2	1	1	2	3	1	3	2	2	1	3	1	1	3	2
18	1	2	2	2	1	2	2	1	2	1	1	3	1	2	1	3	3	2	1	2	2	1	3

续 表

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
19	2	1	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	1	3	3	3	1	2	2	1	2	3
20	2	1	2	2	1	1	2	2	1	2	1	2	3	2	1	1	1	2	3	3	2	3	1
21	2	1	2	2	1	1	2	2	1	2	1	3	1	3	2	2	2	3	1	1	3	1	2
22	2	1	2	1	2	2	2	1	1	1	2	1	2	2	3	3	1	2	1	1	3	3	2
23	2	1	2	1	2	2	2	1	1	1	2	2	3	3	1	1	2	3	2	2	1	1	3
24	2	1	2	1	2	2	2	1	1	1	2	3	1	1	2	2	3	1	3	3	2	2	1
25	2	1	1	2	2	2	1	2	2	1	1	1	3	2	1	2	3	3	1	3	1	2	2
26	2	1	1	2	2	2	1	2	2	1	1	2	1	3	2	3	1	1	2	1	2	3	3
27	2	1	1	2	2	2	1	2	2	1	1	3	2	1	3	1	2	2	3	2	3	1	1
28	2	2	2	1	1	1	1	2	2	1	2	1	3	2	2	2	1	1	3	2	3	1	3
29	2	2	2	1	1	1	1	2	2	1	2	2	1	3	3	3	2	2	1	3	1	2	1
30	2	2	2	1	1	1	1	2	2	1	2	3	2	1	1	1	3	3	2	1	2	3	2
31	2	2	1	2	1	2	1	1	1	2	2	1	3	3	3	2	3	2	2	1	2	1	1
32	2	2	1	2	1	2	1	1	1	2	2	2	1	1	1	3	1	3	3	2	3	2	2
33	2	2	1	2	1	2	1	1	1	2	2	3	2	2	2	1	2	1	1	3	1	3	3
34	2	2	1	1	2	1	2	1	2	2	1	1	3	1	2	3	2	3	1	2	2	3	1
35	2	2	1	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	3	1	3	1	2	3	3	1	2
36	2	2	1	1	2	1	2	1	2	2	1	3	2	3	1	2	1	2	3	1	1	2	3

(37) $L_{36}(6\times3^{12})$

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	1	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3
5	1	2	2	2	2	3	3	3	3	1	1	1	1
6	1	3	3	3	3	1	1	1	1	2	2	2	2
7	2	1	1	2	3	1	2	3	3	1	2	2	3
8	2	2	2	3	1	2	3	1	1	2	3	3	1
9	2	3	3	1	2	3	1	2	2	3	1	1	2
10	2	1	1	3	2	1	3	2	3	2	1	3	2
11	2	2	2	1	3	2	1	3	1	3	2	1	3
12	2	3	3	2	1	3	2	1	2	1	3	2	1
13	3	1	2	3	1	3	2	1	3	3	2	1	2
14	3	2	3	1	2	1	3	2	1	1	3	2	3
15	3	3	1	2	3	2	1	3	2	2	1	3	1
16	3	1	2	3	2	1	1	3	2	3	3	2	1
17	3	2	3	1	3	2	2	1	3	1	1	3	2
18	3	3	1	2	1	3	3	2	1	2	2	1	3
19	4	1	2	1	3	3	3	1	2	2	1	2	3
20	4	2	3	2	1	1	1	2	3	3	2	3	1
21	4	3	1	3	2	2	2	3	1	1	3	1	2
22	4	1	2	2	3	3	1	2	1	1	3	3	2
23	4	2	3	3	1	1	2	3	2	2	1	1	3
24	4	3	1	1	2	2	3	1	3	3	2	2	1
25	5	1	3	2	1	2	3	3	1	3	1	2	2
26	5	2	1	3	2	3	1	1	2	1	2	3	3
27	5	3	2	1	3	1	2	2	3	2	3	1	1
28	5	1	3	2	2	2	1	1	3	2	3	1	3
29	5	2	1	3	3	3	2	2	1	3	1	2	1
30	5	3	2	1	1	1	3	3	2	1	2	3	2
31	6	1	3	3	3	2	3	2	2	1	2	1	1
32	6	2	1	1	1	3	1	3	3	2	3	2	2
33	6	3	2	2	2	1	2	1	1	3	1	3	3
34	6	1	3	1	2	3	2	3	1	2	2	3	1
35	6	2	1	2	3	1	3	1	2	3	3	1	2
36	6	3	2	3	1	2	1	2	3	1	1	2	3

(38) $L_{50}(10\times5^{10})$

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	1	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	1	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	2	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
7	2	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1
8	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2
9	2	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3
10	2	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4
11	3	1	3	5	2	4	4	1	3	5	2
12	3	2	4	1	3	5	5	2	4	1	3
13	3	3	5	2	4	1	1	3	5	2	4
14	3	4	1	3	5	2	2	4	1	3	5
15	3	5	2	4	1	3	3	5	2	4	1
16	4	1	4	2	5	3	5	3	1	4	2
17	4	2	5	3	1	4	1	4	2	5	3
18	4	3	1	4	2	5	2	5	3	1	4
19	4	4	2	5	3	1	3	1	4	2	5
20	4	5	3	1	4	2	4	2	5	3	1

21	5	1	5	4	3	2	4	3	2	1	5
22	5	2	1	5	4	3	5	4	3	2	1
23	5	3	2	1	5	4	1	5	4	3	2
24	5	4	3	2	1	5	2	1	5	4	3
25	5	5	4	3	2	1	3	2	1	5	4
26	6	1	1	4	5	4	3	2	5	2	3
27	6	2	2	5	1	5	4	3	1	3	4
28	6	3	3	1	2	1	5	4	2	4	5
29	6	4	4	2	3	2	1	5	3	5	1
30	6	5	5	3	4	3	2	1	4	1	2
31	7	1	2	1	3	3	2	4	5	5	4
32	7	2	3	2	4	4	3	5	1	1	5
33	7	3	4	3	5	5	4	1	2	2	1
34	7	4	5	4	1	1	5	2	3	3	2
35	7	5	1	5	2	2	1	3	4	4	3
36	8	1	3	3	1	2	5	5	4	2	4
37	8	2	4	4	2	3	1	1	5	3	5
38	8	3	5	5	3	4	2	2	1	4	1
39	8	4	1	1	4	5	3	3	2	5	2
40	8	5	2	2	5	1	4	4	3	1	3
41	9	1	4	5	4	1	2	5	2	3	3
42	9	2	5	1	5	2	3	1	3	4	4
43	9	3	1	2	1	3	4	2	4	5	5
44	9	4	2	3	2	4	5	3	5	1	1
45	9	5	3	4	3	5	1	4	1	2	2
46	10	1	5	2	2	5	3	4	4	3	1
47	10	2	1	3	3	1	4	5	5	4	2
48	10	3	2	4	4	2	5	1	1	5	3
49	10	4	3	5	5	3	1	2	2	1	4
50	10	5	4	1	1	4	2	3	3	2	5

(39) $L_{50}(5^{11}\times 2)$

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1
3	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	1
4	1	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	1
5	1	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	1
6	2	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1
7	2	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	1
8	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	1
9	2	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	1
10	2	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	1
11	3	1	3	5	2	4	4	1	3	5	2	1
12	3	2	4	1	3	5	5	2	4	1	3	1
13	3	3	5	2	4	1	1	3	5	2	4	1
14	3	4	1	3	5	2	2	4	1	3	5	1
15	3	5	2	4	1	3	3	5	2	4	1	1
16	4	1	4	2	5	3	5	3	1	4	2	1
17	4	2	5	3	1	4	1	4	2	5	3	1
18	4	3	1	4	2	5	2	5	3	1	4	1
19	4	4	2	5	3	1	3	1	4	2	5	1
20	4	5	3	1	4	2	4	2	5	3	1	1

21	5	1	5	4	3	2	4	3	2	1	5	1
22	5	2	1	5	4	3	5	4	3	2	1	1
23	5	3	2	1	5	4	1	5	4	3	2	1
24	5	4	3	2	1	5	2	1	5	4	3	1
25	5	5	4	3	2	1	3	2	1	5	4	1
26	1	1	1	4	5	4	3	2	5	2	3	2
27	1	2	2	5	1	5	4	3	1	3	4	2
28	1	3	3	1	2	1	5	4	2	4	5	2
29	1	4	4	2	3	2	1	5	3	5	1	2
30	1	5	5	3	4	3	2	1	4	1	2	2
31	2	1	2	1	3	3	2	4	5	5	4	2
32	2	2	3	2	4	4	3	5	1	1	5	2
33	2	3	4	3	5	5	4	1	2	2	1	2
34	2	4	5	4	1	1	5	2	3	3	2	2
35	2	5	1	5	2	2	1	3	4	4	3	2
36	3	1	3	3	1	2	5	5	4	2	4	2
37	3	2	4	4	2	3	1	1	5	3	5	2
38	3	3	5	5	3	4	2	2	1	4	1	2
39	3	4	1	1	4	5	3	3	2	5	2	2
40	3	5	2	2	5	1	4	4	3	1	3	2
41	4	1	4	5	4	1	2	5	2	3	3	2
42	4	2	5	1	5	2	3	1	3	4	4	2
43	4	3	1	2	1	3	4	2	4	5	5	2
44	4	4	2	3	2	4	5	3	5	1	1	2
45	4	5	3	4	3	5	1	4	1	2	2	2
46	5	1	5	2	2	5	3	4	4	3	1	2
47	5	2	1	3	3	1	4	5	5	4	2	2
48	5	3	2	4	4	2	5	1	1	5	3	2
49	5	4	3	5	5	3	1	2	2	1	4	2
50	5	5	4	1	1	4	2	3	3	2	5	2

(40) $L_{54}(9\times3^{21}\times2)$

试验号＼列号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1
3	1	1	1	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	1
4	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	2	3	2	3	2	3	2	3	2	3	2	3	1
5	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3	1	1
6	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1
7	3	3	3	3	1	1	1	1	1	1	3	2	3	2	3	2	3	2	3	2	3	2	1
8	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3	1
9	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	1	2	1	2	2	2	1	2	1	2	1	1
10	4	2	3	3	1	1	2	2	3	3	1	1	1	1	2	3	2	3	3	2	3	2	1
11	4	2	3	3	2	2	3	3	1	1	2	2	2	2	3	1	3	1	1	3	1	3	1
12	4	2	3	3	3	3	1	1	2	2	3	3	3	3	1	2	1	2	2	1	2	1	1
13	5	3	1	1	1	1	2	2	3	3	2	3	2	3	3	2	3	2	1	1	1	1	1
14	5	3	1	1	2	2	3	3	1	1	3	1	3	1	1	3	1	3	2	2	2	2	1
15	5	3	1	1	3	3	1	1	2	2	1	2	1	2	2	1	2	1	3	3	3	3	1
16	6	1	2	2	1	1	2	2	3	3	3	2	3	2	1	1	1	1	2	3	2	3	1
17	6	1	2	2	2	2	3	3	1	1	1	3	1	3	2	2	2	2	3	1	3	1	1
18	6	1	2	2	3	3	1	1	2	2	2	1	2	1	3	3	3	3	1	2	1	2	1
19	7	3	2	3	1	2	1	3	2	3	1	1	2	3	1	1	3	2	2	3	3	2	1
20	7	3	2	3	2	3	2	1	3	1	2	2	3	1	2	2	1	3	3	1	1	3	1
21	7	3	2	3	3	1	3	2	1	2	3	3	1	2	3	3	2	1	1	2	2	1	1
22	8	1	3	1	1	2	1	3	2	3	2	3	3	2	2	3	1	1	3	2	1	1	1
23	8	1	3	1	2	3	2	1	3	1	3	1	1	3	3	1	2	2	1	3	2	2	1
24	8	1	3	1	3	1	3	2	1	2	1	2	2	1	1	2	3	3	2	1	3	3	1
25	9	2	1	2	1	2	1	3	2	3	3	2	1	1	3	2	2	3	1	1	2	3	1
26	9	2	1	2	2	3	2	1	3	1	1	3	2	2	1	3	3	1	2	2	3	1	1
27	9	2	1	2	3	1	3	2	1	2	2	1	3	3	2	1	1	2	3	3	1	2	1

28	1	2	2	1	1	3	3	2	2	1	1	1	3	2	3	2	2	3	2	3	1	1	2
29	1	2	2	1	2	1	1	3	3	2	2	2	1	3	1	3	3	1	3	1	2	2	2
30	1	2	2	1	3	2	2	1	1	3	3	3	2	1	2	1	1	2	1	2	3	3	2
31	2	3	3	2	1	3	3	2	2	1	2	3	1	1	1	1	3	2	3	2	2	3	2
32	2	3	3	2	2	1	1	3	3	2	3	1	2	2	2	2	1	3	1	3	3	1	2
33	2	3	3	2	3	2	2	1	1	3	1	2	3	3	3	3	2	1	2	1	1	2	2
34	3	1	1	3	1	3	3	2	2	1	3	2	2	3	2	3	1	1	1	1	3	2	2
35	3	1	1	3	2	1	1	3	3	2	1	3	3	1	3	1	2	2	2	2	1	3	2
36	3	1	1	3	3	2	2	1	1	3	2	1	1	2	1	2	3	3	3	3	2	1	2
37	4	1	3	2	1	2	3	1	3	2	1	1	2	3	3	2	1	1	3	2	2	3	2
38	4	1	3	2	2	3	1	2	1	3	2	2	3	1	1	3	2	2	1	3	3	1	2
39	4	1	3	2	3	1	2	3	2	1	3	3	1	2	2	1	3	3	2	1	1	2	2
40	5	2	1	3	1	2	3	1	3	2	2	3	3	2	1	1	2	3	1	1	3	2	2
41	5	2	1	3	2	3	1	2	1	3	3	1	1	3	2	2	3	1	2	2	1	3	2
42	5	2	1	3	3	1	2	3	2	1	1	2	2	1	3	3	1	2	3	3	2	1	2
43	6	3	2	1	1	2	3	1	3	2	3	2	1	1	2	3	3	2	2	3	1	1	2
44	6	3	2	1	2	3	1	2	1	3	1	3	2	2	3	1	1	3	3	1	2	2	2
45	6	3	2	1	3	1	2	3	2	1	2	1	3	3	1	2	2	1	1	2	3	3	2
46	7	3	1	2	1	3	2	3	1	2	1	1	3	2	2	3	3	2	1	1	2	3	2
47	7	3	1	2	2	1	3	1	2	3	2	2	1	3	3	1	1	3	2	2	3	1	2
48	7	3	1	2	3	2	1	2	3	1	3	3	2	1	1	2	2	1	3	3	1	2	2
49	8	1	2	3	1	3	2	3	1	2	2	3	1	1	3	2	1	1	2	3	3	2	2
50	8	1	2	3	2	1	3	1	2	3	3	1	2	2	1	3	2	2	3	1	1	3	2
51	8	1	2	3	3	2	1	2	3	1	1	2	3	3	2	1	3	3	1	2	2	1	2
52	9	2	3	1	1	3	2	3	1	2	3	2	2	3	1	1	2	3	3	2	1	1	2
53	9	2	3	1	2	1	3	1	2	3	1	3	3	1	2	2	3	1	1	3	2	2	2
54	9	2	3	1	3	2	1	2	3	1	2	1	1	2	3	3	1	2	2	1	3	3	2

(41) $L_{64}(16\times4^{9}\times2^{21})$

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2
3	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2
4	1	4	4	4	4	4	4	4	4	4	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1
5	2	1	1	1	1	2	2	2	2	3	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1
6	2	2	2	2	2	1	1	1	1	4	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2
7	2	3	3	3	3	4	4	4	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2
8	2	4	4	4	4	3	3	3	3	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
9	3	1	1	1	1	3	3	3	3	4	2	2	1	2	2	1	2	2	1	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2
10	3	2	2	2	2	4	4	4	4	3	2	1	2	2	1	2	2	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
11	3	3	3	3	3	1	1	1	1	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1
12	3	4	4	4	4	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2
13	4	1	1	1	1	4	4	4	4	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2
14	4	2	2	2	2	3	3	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1
15	4	3	3	3	3	2	2	2	2	4	2	2	1	2	2	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
16	4	4	4	4	4	1	1	1	1	3	2	1	2	2	1	2	2	1	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2
17	5	1	2	3	4	1	2	3	4	1	1	2	2	2	1	2	2	2	1	1	1	1	1	2	2	2	1	2	2	2	1
18	5	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	1	1	2	2	1	2	1	2	1	2	2	1	1	1	2	2	1	2	1	2
19	5	3	4	1	2	3	4	1	2	3	2	2	1	1	1	1	1	2	2	2	1	2	2	2	1	1	1	1	1	2	2
20	5	4	3	2	1	4	3	2	1	4	2	1	2	1	2	2	1	1	1	2	2	1	2	1	2	1	2	2	1	1	1
21	6	1	2	3	4	2	1	4	3	3	2	2	1	1	1	1	1	2	2	2	2	1	2	1	2	1	2	2	1	1	1
22	6	2	1	4	3	1	2	3	4	4	2	1	2	1	2	2	1	1	1	2	1	2	2	2	1	1	1	1	1	2	2
23	6	3	4	1	2	4	3	2	1	1	1	2	2	2	1	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	2	2	1	2	1	2
24	6	4	3	2	1	3	4	1	2	2	1	1	1	2	2	1	2	1	2	1	1	1	1	2	2	2	1	2	2	2	1

续 表

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
25	7	1	2	3	4	3	4	1	2	4	2	1	2	1	2	2	1	1	1	1	2	2	1	1	1	2	2	1	2	1	2
26	7	2	1	4	3	4	3	2	1	3	2	2	1	1	1	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2	2	1	2	2	2	1
27	7	3	4	1	2	1	2	3	4	2	1	1	1	2	2	1	2	1	2	2	2	1	2	1	2	1	2	2	1	1	1
28	7	4	3	2	1	2	1	4	3	1	1	2	2	2	1	2	2	2	1	2	1	2	2	2	1	1	1	1	1	2	2
29	8	1	2	3	4	4	3	2	1	2	1	1	1	2	2	1	2	1	2	2	1	2	2	2	1	1	1	1	1	2	2
30	8	2	1	4	3	3	4	1	2	1	1	2	2	2	1	2	2	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	2	1	1	1
31	8	3	4	1	2	2	1	4	3	4	2	1	2	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	1	2	2	2	1
32	8	4	3	2	1	1	2	3	4	3	2	2	1	1	1	1	1	2	2	1	2	2	1	1	1	2	2	1	2	1	2
33	9	1	3	4	2	1	3	4	2	1	2	1	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	2	1	2	2	2	1	1	2	2
34	9	2	4	3	1	2	4	3	1	2	2	2	1	2	1	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	2	1	2	1	1	1
35	9	3	1	2	4	3	1	2	4	3	1	1	1	1	2	2	2	2	1	2	1	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1
36	9	4	2	1	3	4	2	1	3	4	1	2	2	1	1	1	2	1	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	2	1	2
37	10	1	3	4	2	2	4	3	1	3	1	1	1	1	2	2	2	2	1	2	2	1	1	2	2	1	1	1	2	1	2
38	10	2	4	3	1	1	3	4	2	4	1	2	2	1	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1
39	10	3	1	2	4	4	2	1	3	1	2	1	2	2	2	1	1	2	2	1	2	2	2	2	1	2	1	2	1	1	1
40	10	4	2	1	3	3	1	2	4	2	2	2	1	2	1	2	1	1	1	1	1	1	2	1	2	2	2	1	1	2	2
41	11	1	3	4	2	3	1	2	4	4	1	2	2	1	1	1	2	1	2	1	2	2	2	2	1	2	1	2	1	1	1
42	11	2	4	3	1	4	2	1	3	3	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	1	2	2	2	1	1	2	2
43	11	3	1	2	4	1	3	4	2	2	2	2	1	2	1	2	1	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	1	2	1	2
44	11	4	2	1	3	2	4	3	1	1	2	1	2	2	2	1	1	2	2	2	1	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1
45	12	1	3	4	2	4	2	1	3	2	2	2	1	2	1	2	1	1	1	2	1	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1
46	12	2	4	3	1	3	1	2	4	1	2	1	2	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	2	1	2
47	12	3	1	2	4	2	4	3	1	4	1	2	2	1	1	1	2	1	2	1	1	1	2	1	2	2	2	1	1	2	2
48	12	4	2	1	3	1	3	4	2	3	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	2	2	1	2	1	2	1	1	1

续 表

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
49	13	1	4	2	3	1	4	2	3	1	2	2	1	1	2	2	2	1	2	1	1	1	2	2	1	1	2	2	2	1	2
50	13	2	3	1	4	2	3	1	4	2	2	1	2	1	1	1	2	2	1	1	2	2	2	1	2	1	1	1	2	2	1
51	13	3	2	4	1	3	2	4	1	3	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	1	2	1	2	2	2	2	1	1	1	1
52	13	4	1	3	2	4	1	3	2	4	1	1	1	2	1	2	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	1	2	1	2	2
53	14	1	4	2	3	2	3	1	4	3	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	1	1	1	1	2	1	2	1	2	2
54	14	2	3	1	4	1	4	2	3	4	1	1	1	2	1	2	1	2	2	2	1	2	1	2	2	2	2	1	1	1	1
55	14	3	2	4	1	4	1	3	2	1	2	2	1	1	2	2	2	1	2	1	2	2	2	1	2	1	1	1	2	2	1
56	14	4	1	3	2	3	2	4	1	2	2	1	2	1	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2	1	1	2	2	2	1	2
57	15	1	4	2	3	3	2	4	1	4	1	1	1	2	1	2	1	2	2	1	2	2	2	1	2	1	1	1	2	2	1
58	15	2	3	1	4	4	1	3	2	3	1	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	2	2	1	1	2	2	2	1	2
59	15	3	2	4	1	1	4	2	3	2	2	1	2	1	1	1	2	2	1	2	2	1	1	1	1	2	1	2	1	2	2
60	15	4	1	3	2	2	3	1	4	1	2	2	1	1	2	2	2	1	2	2	1	2	1	2	2	2	2	1	1	1	1
61	16	1	4	2	3	4	1	3	2	2	2	1	2	1	1	1	2	2	1	2	1	2	1	2	2	2	2	1	1	1	1
62	16	2	3	1	4	3	2	4	1	1	2	2	1	1	2	2	2	1	2	2	2	1	1	1	1	2	1	2	1	2	2
63	16	3	2	4	1	2	3	1	4	4	1	1	1	2	1	2	1	2	2	1	1	1	2	2	1	1	2	2	2	1	2
64	16	4	1	3	2	1	4	2	3	3	1	2	2	2	2	1	1	1	1	1	2	2	2	1	2	1	1	1	2	2	1

(42) $L_{36}(6^2 \times 3^5 \times 2)$

试验号 \ 列号	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	1	3	2	2	1	2	1
2	1	2	1	1	1	2	1	1
3	1	3	2	3	3	3	3	1
4	2	1	2	1	2	3	1	1
5	2	2	3	3	1	1	3	1
6	2	3	1	2	3	2	2	1
7	3	1	1	3	1	3	2	1
8	3	2	2	2	3	1	1	1
9	3	3	3	1	2	2	3	1
10	4	1	1	1	3	1	3	2
11	4	2	2	3	2	2	2	2
12	4	3	3	2	1	3	1	2
13	5	1	3	3	3	2	1	2
14	5	2	1	2	2	3	3	2
15	5	3	2	1	1	1	2	2
16	6	1	2	2	1	2	3	2
17	6	2	3	1	3	3	2	2
18	6	3	1	3	2	1	1	2
19	1	4	2	3	2	3	3	2
20	1	5	3	2	1	1	2	2
21	1	6	1	1	3	2	1	2
22	2	4	1	2	2	2	2	2
23	2	5	2	1	1	3	1	2
24	2	6	3	3	3	1	3	2
25	3	4	3	1	1	2	3	2
26	3	5	1	3	3	3	2	2
27	3	6	2	2	2	1	1	2
28	4	4	3	2	3	3	1	1
29	4	5	1	1	2	1	3	1
30	4	6	2	3	1	2	2	1
31	5	4	2	1	3	1	2	1
32	5	5	3	3	2	2	1	1
33	5	6	1	2	1	3	3	1
34	6	4	1	3	1	1	1	1
35	6	5	2	2	3	2	3	1
36	6	6	3	1	2	3	2	1

八、常用计算工具

第一章　珠　　算

算盘，是一种构造简单、计算准确、价格低廉的计算工具。它在广大农村的经济核算中，是不可缺少的。在这里，我们介绍珠算的有关基础知识、珠算的加、减、乘、除等内容。

第一节　珠算的基本知识

算盘是由边、梁、档，珠四部分构成的。珠分上珠、下珠、顶珠、底珠。各部位的名称如图 8 — 1 所示。

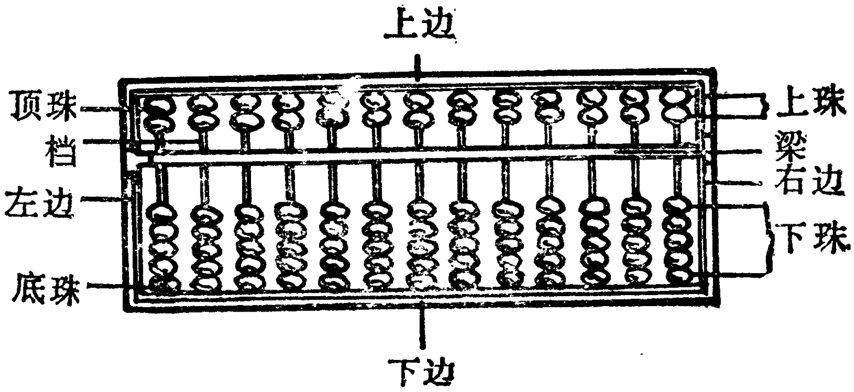


图 8 — 1

算盘是以珠示数，下珠一粒当“一”，上珠通常一粒当“五”。在记数时，记几就将表示几的珠子拨靠梁即可。

在算盘上，数的定位，一般以定位点（即算盘上是铁杆的两档）定位，没有定位点可另作标志定位。

算盘上的运算是以右手的拇指、食指、中指拨动算珠来进行计算的，其三指的具体分工如下：下珠拨上用拇指，上珠的拨上拨下都用中指，下珠拨下用食指。有时也用中指拨去下珠。这种分工有利于提高计算速度。指法参看图8—2。

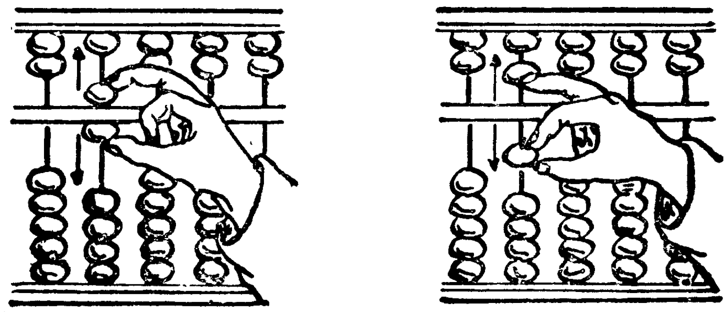


图8—2

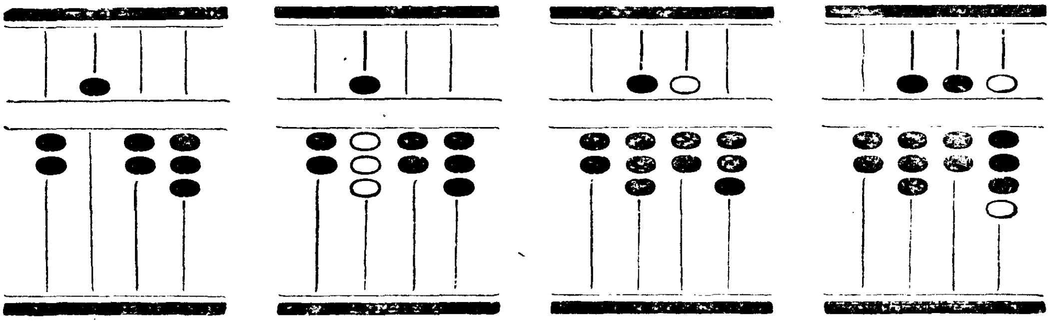
第二节　加、减法

在珠算计算中，为了把拨珠的动作叙述出来，人们编成了许多口诀，用口诀指导拨珠。但事物都是有内在联系的，若能把珠算、笔算和心算结合起来，就不必用口诀也能进行计算。应当注意，珠算的加减法与笔算不同，笔算是从个位开始相加、减，再加、减十位，百位……，珠算则是从最高位开始相加、减，即从左向右，相应位数对齐进行运算。

（一）加　法

1.不进位加法

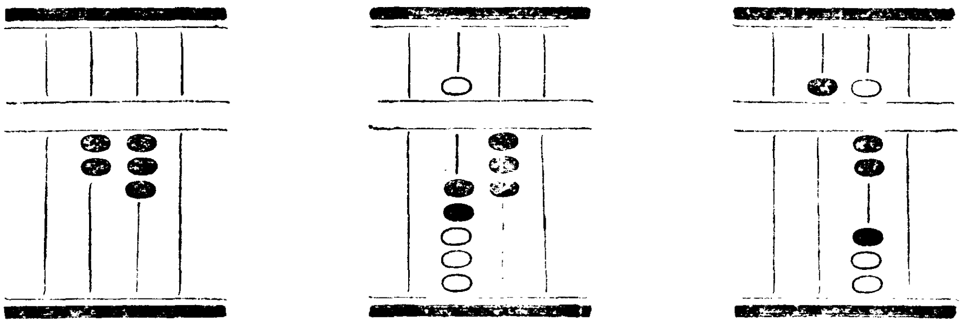
例 1　$2,523+356=2,879$



拨上2523　　三上三　　五上五　　六上六

在图上，通常用黑珠表示所记数字。但为了看出拨珠动作，在运算过程中，我们把新拨靠梁的算珠用白珠表示，新拨去的算珠用黑珠表示。

例 2　$23+34=57$

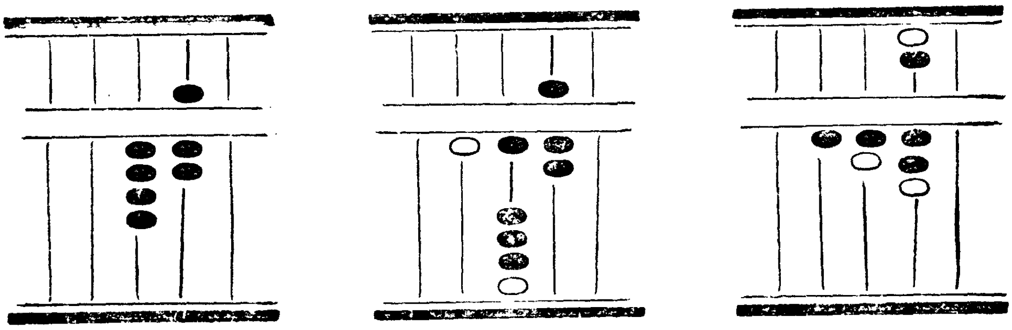


拨上23　　三下五去二　　四下五去一

如上二例，两个数相加，其每位和数不满“十”，不必向前进位的加法，叫不进位加法。

2.进位加法

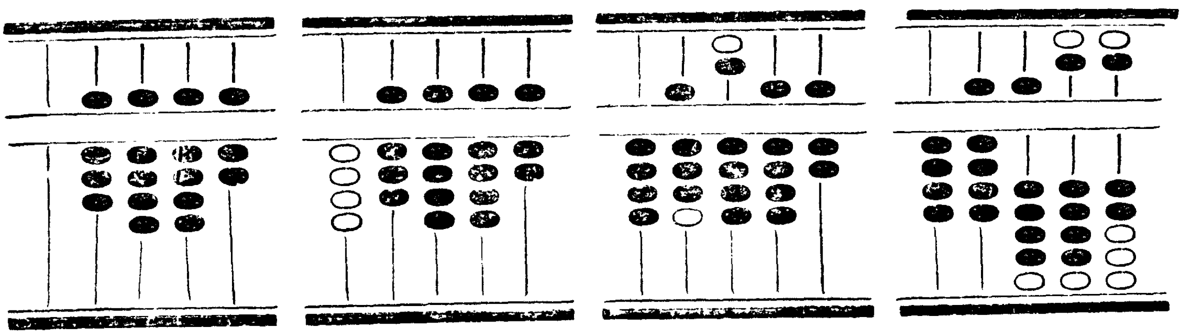
例 3　47 + 76 = 123



拨上47　七去三进一　六上一去五进一（六去四进一 四上一去五）

凡两数相加，某位和达到“十”或超过“十”的时候，必须向前（左档）进一位，这就是进位加法。

例4　8,997 + 40,503 = 49,500



拨上8997　四上四　五去五进一　一下五去四 一去九进一 三去七进一

加数中间有零时，可以跳过不加；进位时，前面满“十”要连用口诀向前进位；记答数时，末尾的零切不可忘记。

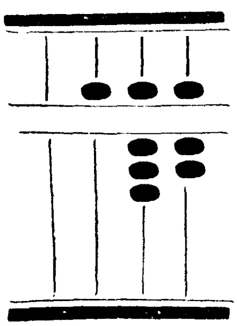
加法口诀归纳如下表：

类别 口诀 加数	不进位		进位	
	上几的	下五去几的	去几进一的	上几去五进一的
一	一上一	一下五去四	一去九进一	
二	二上二	二下五去三	二去八进一	
三	三上三	三下五去二	三去七进一	
四	四上四	四下五去一	四去六进一	
五	五上五		五去五进一	
六	六上六		六去四进一	六上一去五进一
七	七上七		七去三进一	七上二去五进一
八	八上八		八去二进一	八上三去五进一
九	九上九		九去一进一	九上四去五进一

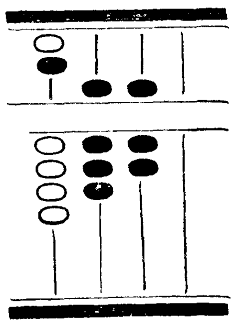
（二）减　法

1.不退位减法

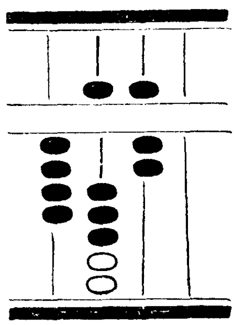
例1　587－134＝453



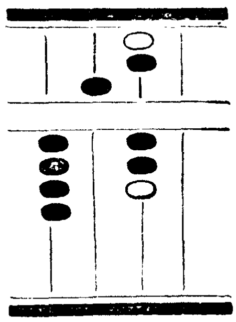
拨上587



一上四去五



三去三

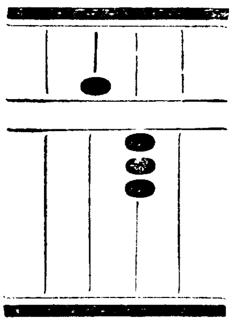


四上一去五

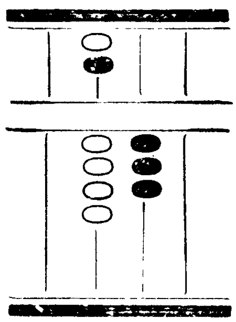
凡是从一个数中减去另外一个数，其每档大于要减的数，不需要从前一档借数，叫不退位减法。

2.退位减法

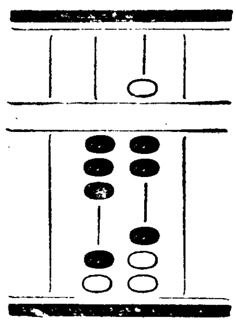
例 2　53－16＝37



拨上53

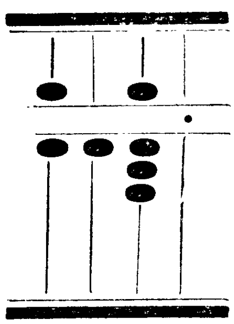


一上四去五

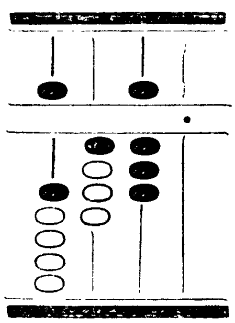


六退一还五去一（六退一还四 四下五去一）

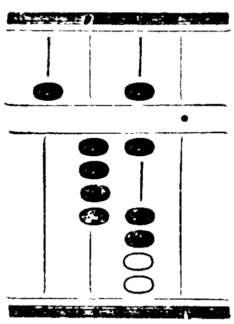
例 3　6,180－725＝5,455



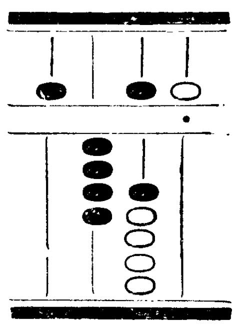
拨上6180



七退一还三



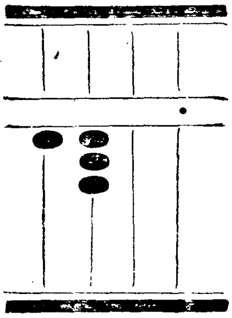
二去二



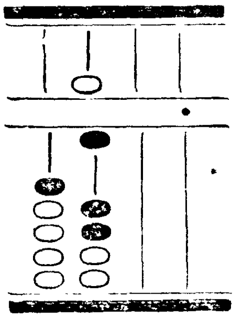
五退一还五

从上面两个例子可以看出，遇到本档数字小于要减的数字时，必须从左一档借数，这就叫退位减法。

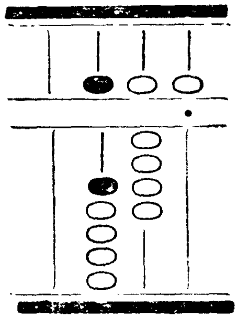
例 4　1,300－705＝595



拨上1300



七退一还五去二



五退一还九五

减法口诀归纳如下表：

口诀 类别 / 减数	不退位减法		退位减法	
	几去几	几上几去五	几退一还几	几退一还五去几
一	一去一	一上四去五	一退一还九	
二	二去二	二上三去五	二退一还八	
三	三去三	三上二去五	三退一还七	
四	四去四	四上一去五	四退一还六	
五	五去五		五退一还五	
六	六去六		六退一还四	六退一还五去一
七	七去七		七退一还三	七退一还五去二
八	八去八		八退一还二	八退一还五去三
九	九去九		九退一还一	九退一还五去四

小数加减的运算与整数加减相同，应特别注意小数点要对齐。

练　习　一

1.计算下列各题，边读口诀边拨珠：

(1) $123+123+123=369$　　(2) $2,789+586=3,375$

(3) $1,681+464+609=2,754$　　(4) $3,557+607=4,164$

(5) $2,500-765+281=2,016$

(6) $6,247-2,885-2,504=858$

(7) $7,000-3,280-2,965=755$

(8) $1,384,000-33,685=1,350,315$

2.反复练习以下各题：

(1) $1+2+3+\cdots+36=666$

$666-1-2-3-\cdots-36=0$

(2) $1+2+3+\cdots+100=5,050$

$5050-1-2-3-\cdots-100=0$

(3) $\overbrace{123456789+\cdots+123456789}^{9}=1111111101$

$1111111101-\overbrace{123456789-\cdots-123456789}^{9}=0$

3.下面是庆丰生产队8月份总帐余额表，分别算出表上收方和付方的合计数（13898.39）。

科　目	收方余额	付方余额
农业收入	5666.64	
付业收入	501.63	
其它收入	85.58	
农业支出		4523.91
付业支出		66.00
管理费		19.21
其它支出		9.35
大队基金	2411.00	
社员股金	969.94	
公积金	806.57	
公益金	250.85	
生产队基金	641.00	
固定财产		2674.81
库存粮食		1901.60
库存物资		372.30
库存现金		129.77
存款		1112.56
应收及暂付款		597.61
社内各级往来	1760.71	2491.27
社员往来		
应付及暂收款	804.47	
合计		

第三节　乘　　法

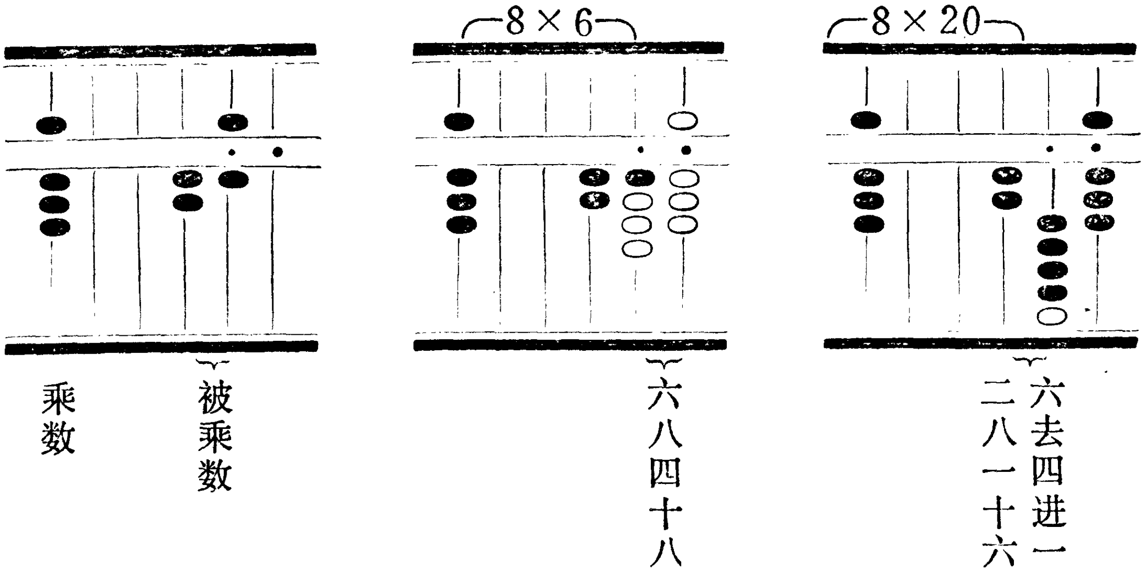
珠算乘法的口诀与笔算一样，共四十五句，但口诀的读法有时与笔算乘法表的读法略有不同，如珠算遇到乘积不满“十”时，口诀里不说“得”字，而读“隔位”或“退位”，如一乘七口诀就是“一七退位七”或“一七隔位七”。

珠算乘法的方法很多，下面我们比较详细地介绍留头乘法，并简单地介绍不留头乘法及退位乘法，读者可选学其中一种即可。

（一）留头乘法

1.一位数乘法

例 1　$26 \times 8 = 208$

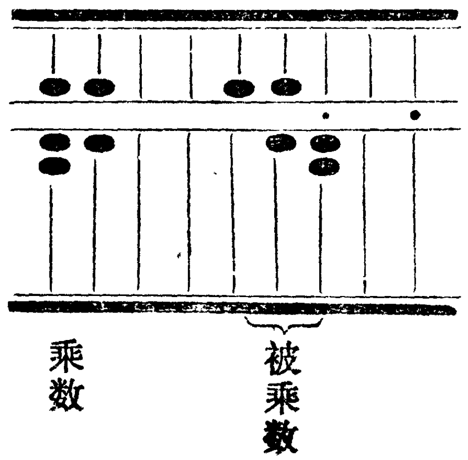


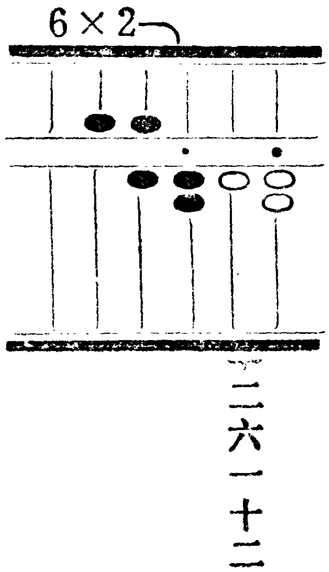
上例的算法是先用乘数 8 去乘被乘数个位 6，口诀是“六八四十八”。拨法是先把被乘数的个位 6 改记为 4，再在右一档记八。这就规定了乘积的个位在被乘数个位右边的一档。再用乘数 8 去乘被乘数的十位数 2，口诀是“二八一十六”。拨法是先把 2 改记为 1，再在右边一档加六，连用口诀“六

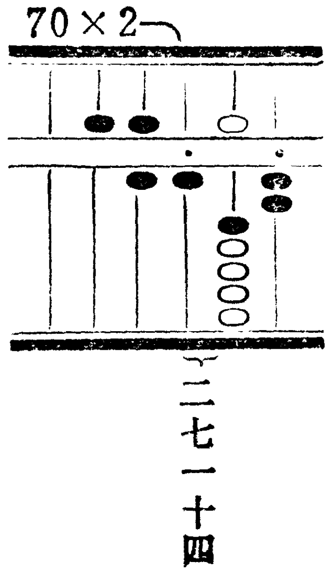
去四进一”，得积 208。

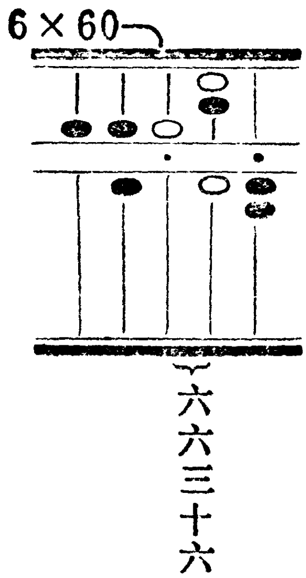
2.两位数乘法

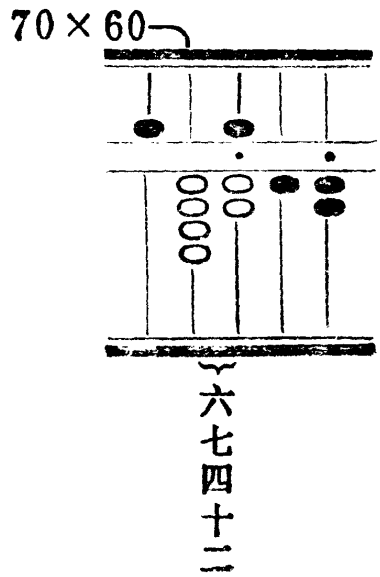
例 2　562×76＝42,712

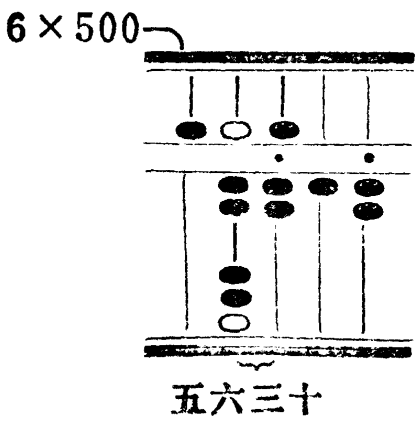


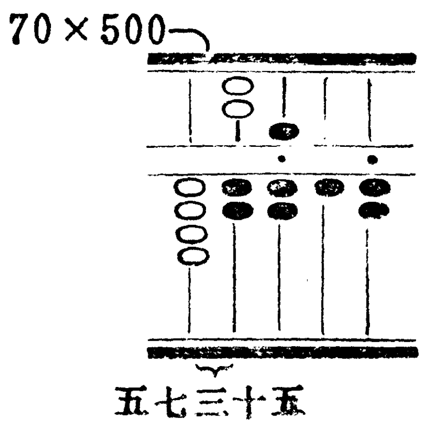






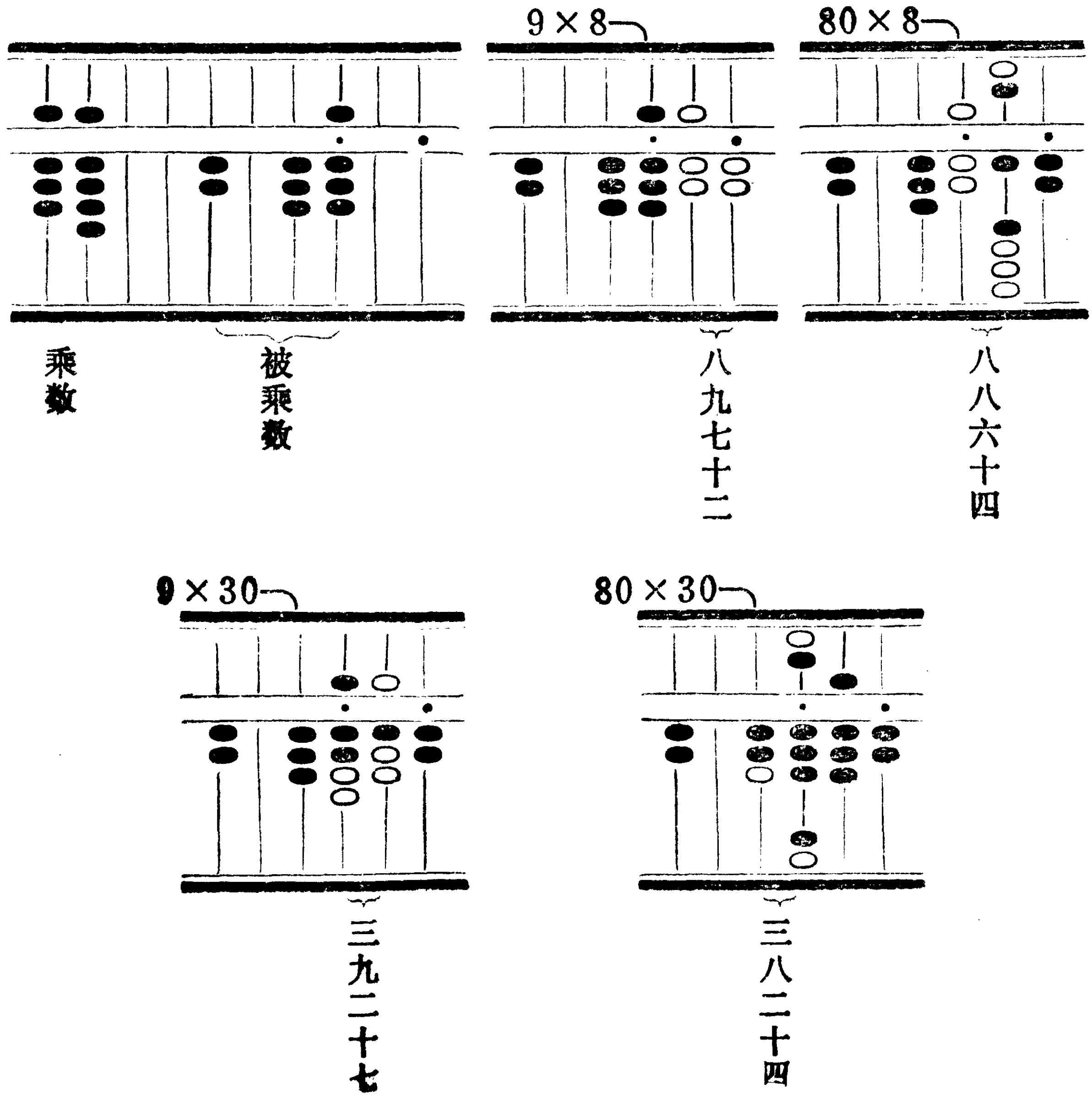




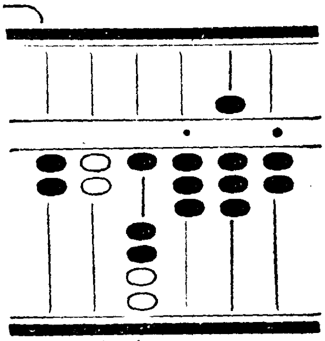


乘数是两位数的乘法：先用乘数的第二位（从左数起）去乘被乘数的末位，应注意不满“十”记在被乘数右边第二档，满十时，其十位数记在被乘数右边第一档，再用乘数第一位去乘被乘数的末位，不满“十”记在被乘数右边第一档，满“十”改本档。依上法，用乘数去乘被乘数的后二位，后三位，后四位……，计算结果，积的个位恰好在被乘数末位右边的第二档。

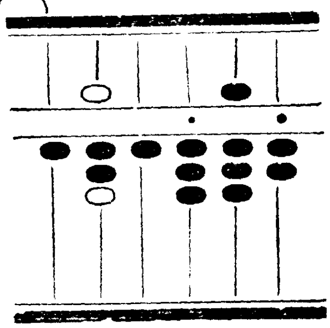
例 3 $2,038\times 89=181,382$



$9\times2,000$

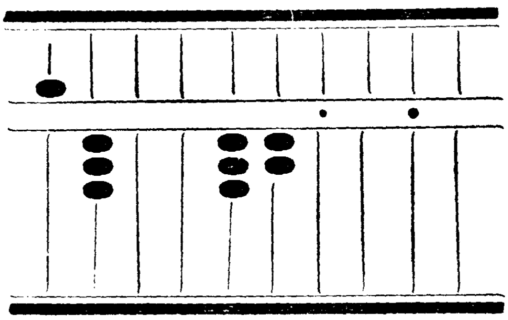


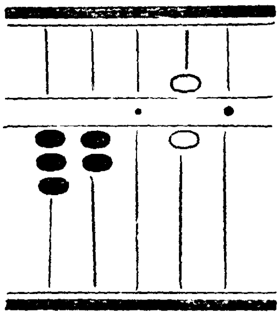
$80\times2,000$

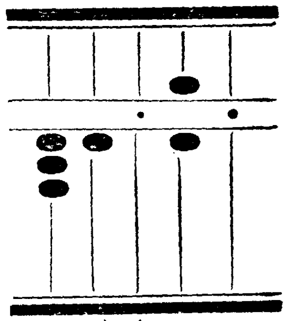


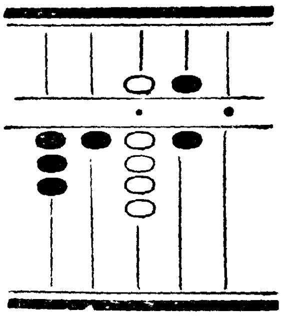
例 4　大荔县石槽公社张家庄大队郑腊香务棉小组，1974 年战胜了自然灾害夺得了亩产皮棉 320 斤的高产记录。问小组的 53 亩棉花可产皮棉多少斤？

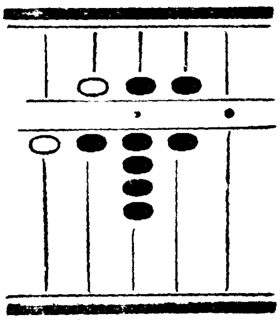
$320\times53=16,960$







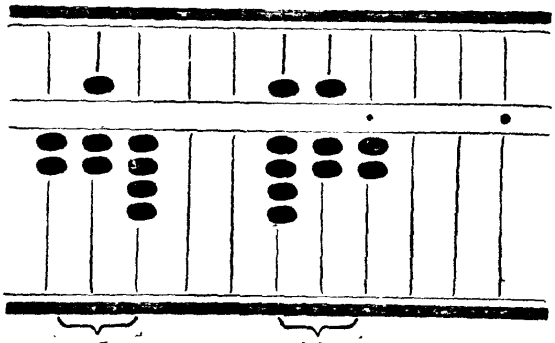




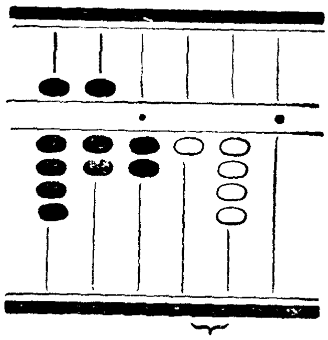
3. 多位数乘法

乘数是三位及三位以上的乘法叫多位数乘法。方法与二位数乘法类似：是先用乘数第二位去乘被乘数的末位，再用第三位、第四位、……去乘被乘数的末位，最后用第一位去乘被乘数的末位。然后以上法去乘被乘数的后二位、后三位、后四位……。应当注意，乘数是几位时，其积的末位就在被乘数末位右边的第几档。

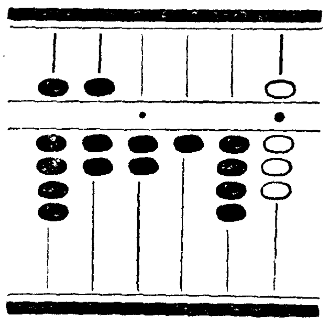
例 5　972×274＝266,328



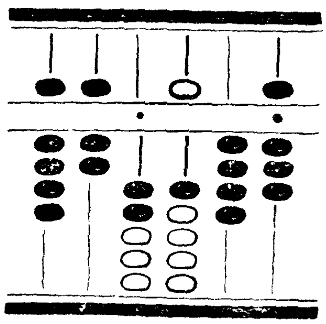
乘数　被乘数



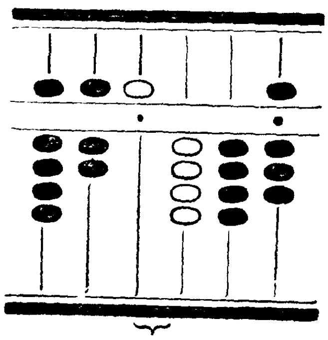
二七一十四



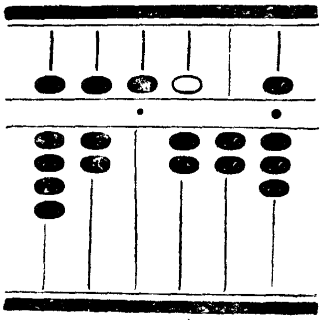
二四隔位八



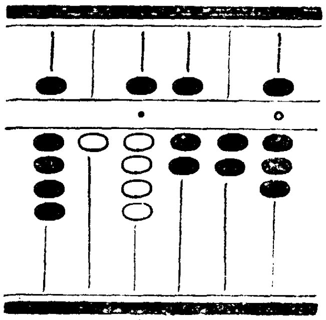
二二退位四



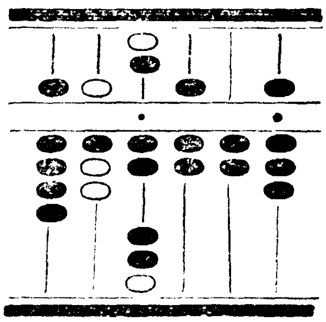
七七四十九



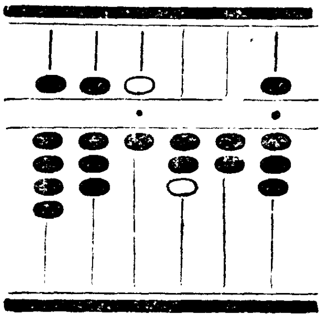
四七二十八



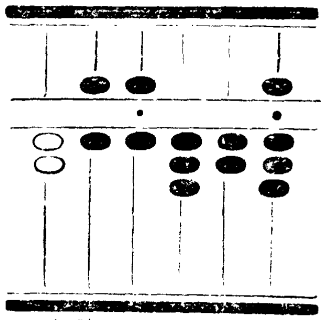
二七一十四



七九六十三



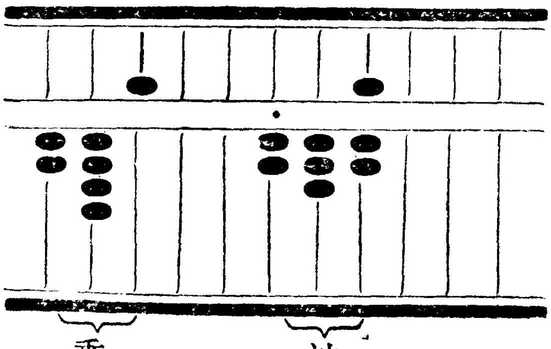
四九三十六



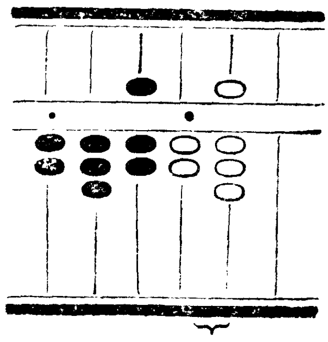
二九一十八

例 6　商店收购某种药材 245 斤，每斤 2.37 元，共付多少元？

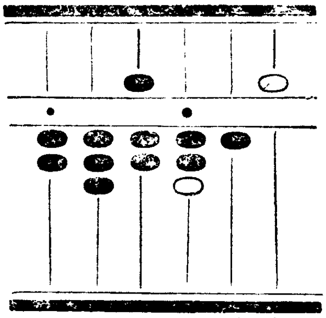
$$2.37\times245=580.65(\text{元})$$



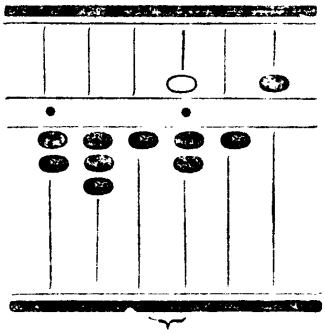
乘数　被乘数



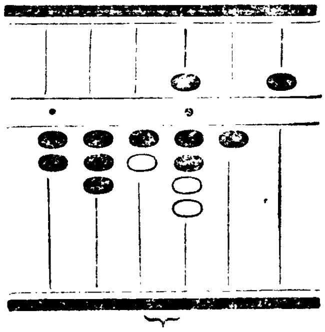
四七二十八



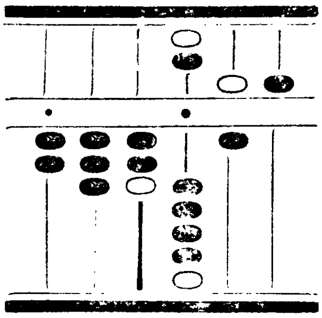
五七三十五



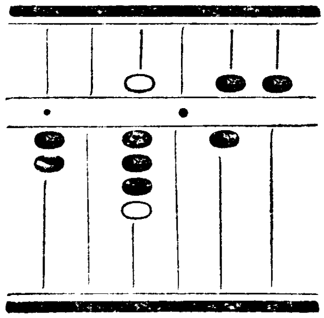
二七一十四



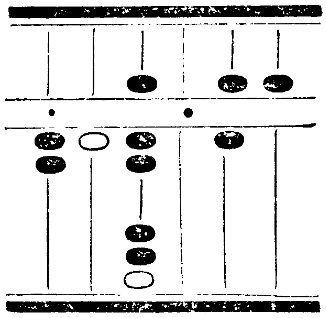
三四一十二



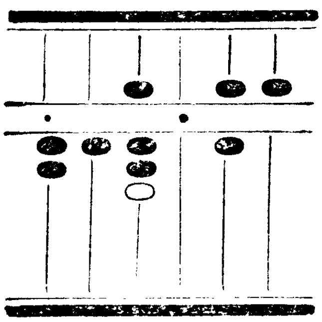
三五一十五



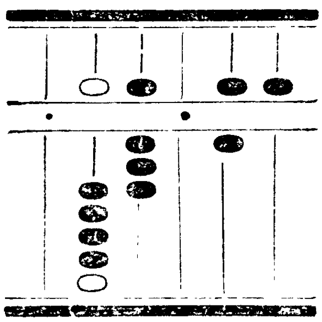
二三退位六



二四隔位八



二五一十



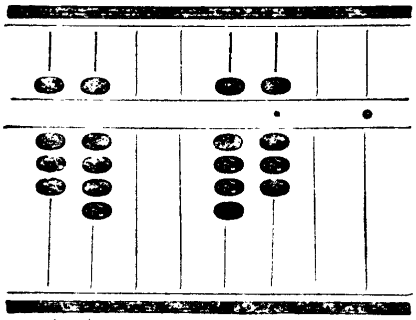
二二退位四

小数乘法的打法与整数乘法相同，只是定位不同，积的小

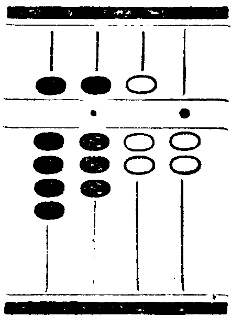
数位数是乘数和被乘数小数位数的和。

4.顶珠、底珠和悬珠的应用

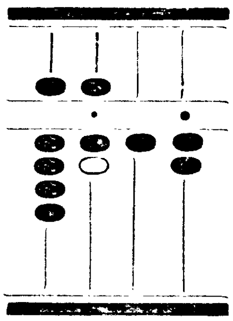
例 7　98×89＝8,722



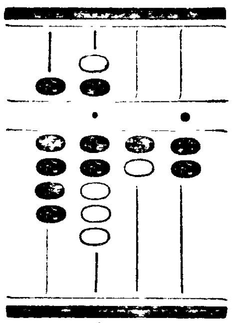
乘数　　被乘数



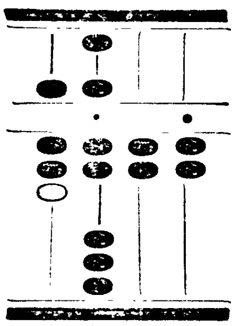
八九七十二



八八六十四

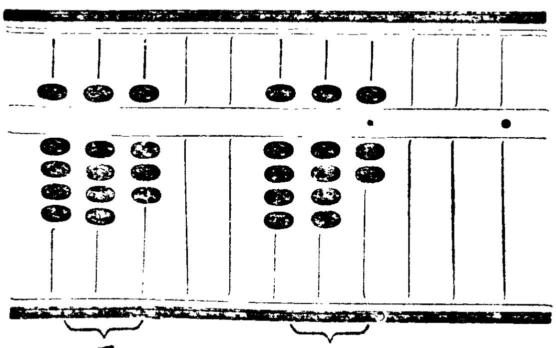


九九八十一

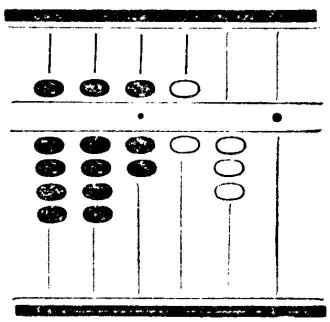


八九七十二

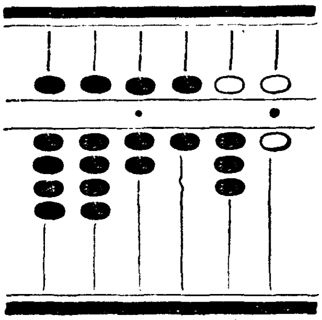
例 8　997×998＝995,006



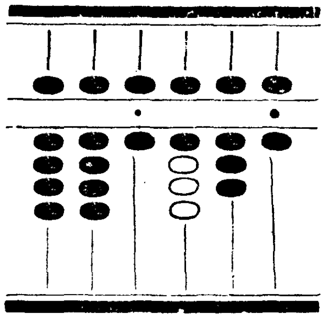
乘数　　被乘数



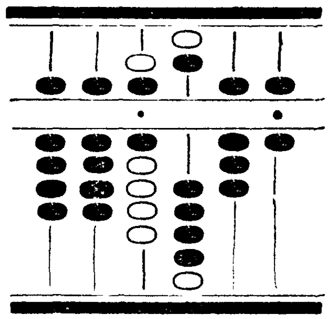
七九六十三



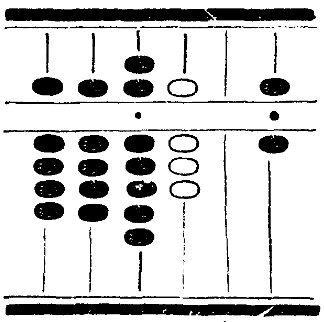
七八五十六



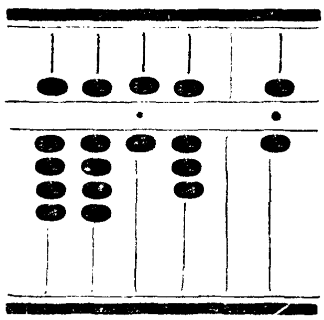
七九六十三



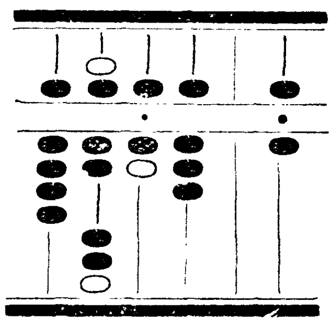
九九八十一



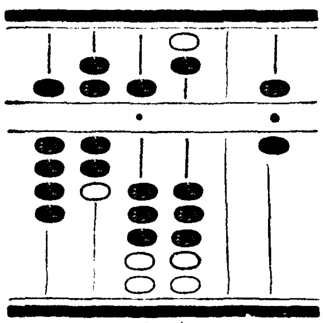
八九七十二



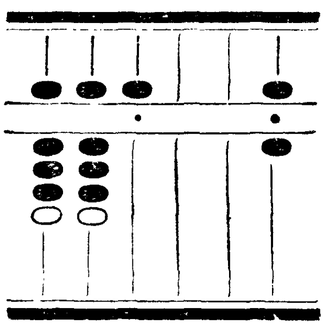
九九八十一



九九八十一



八九七十二



九九八十一

从上二例可以看出，当被乘数的某一位还没有和乘数的

第一位乘过，而在它的右边一档已满“十”或超过“十”，就要用到顶珠、底珠或悬珠（即将上边一珠当十用）。

练 习 二

1.计 算：

（1）617,283,945×2　　（2）41,152,264×3

（3）205,761,315×6　　（4）17,636,640×7

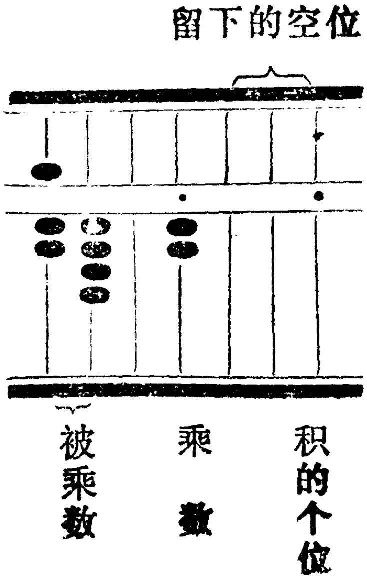
（5）2,038×38　　（6）39×96

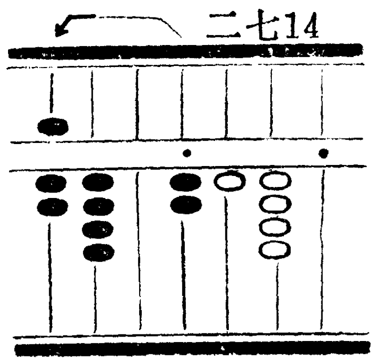
2.红光公社前进一队小麦亩产678斤，共479亩，收麦多少斤？每斤0.138元，共合多少元？

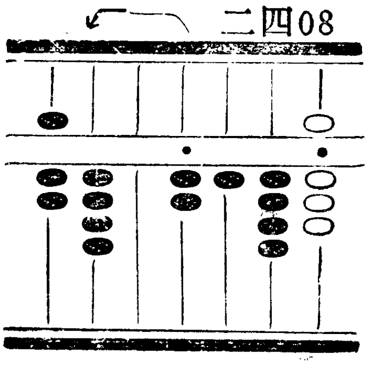
（二）不留头乘法

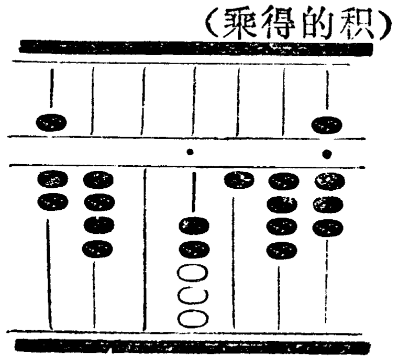
例1　74×2＝148

首先把被乘数拨在算盘的左边，乘数拨在右边，并在乘数的右边留下适当的空位。留下的空位要比乘数的位数多一位。积的个位就定在所留空位的最末一位上。具体拨珠过程如下：





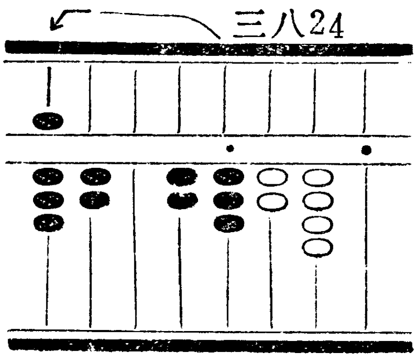


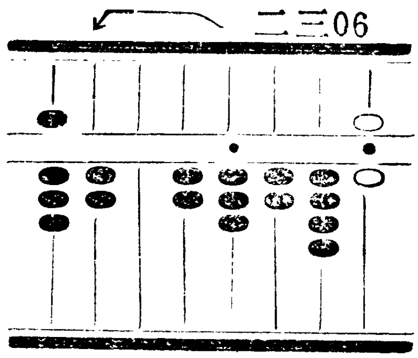


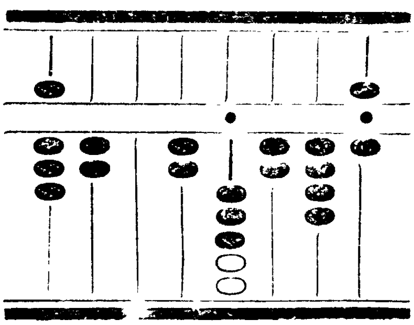
拨去2

积的个位

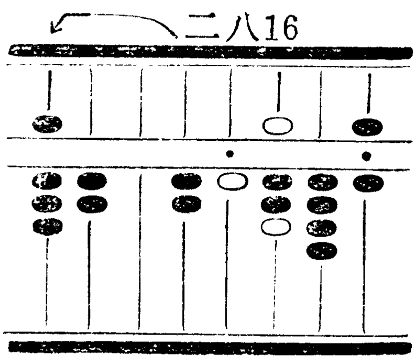
例 2　82×23=1,886

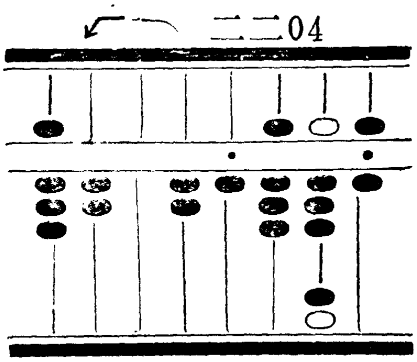


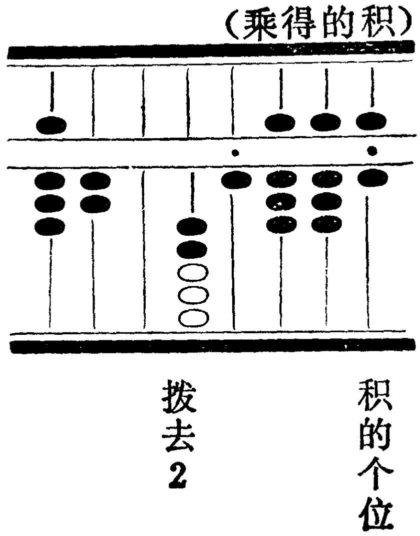




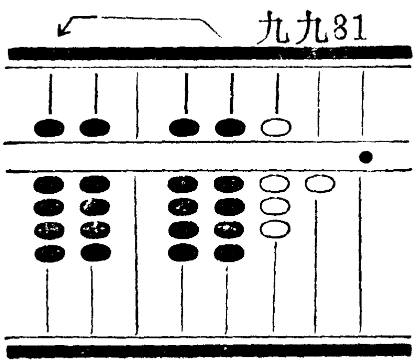
拨去3

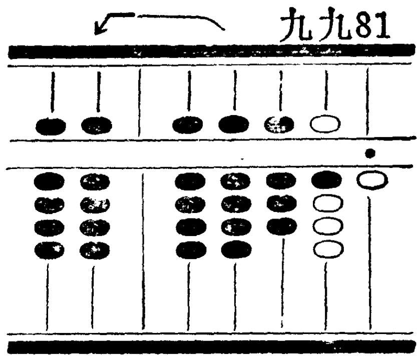


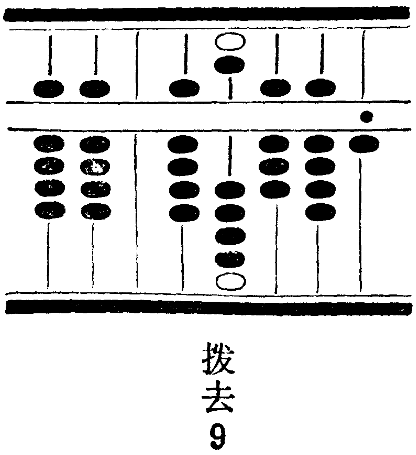


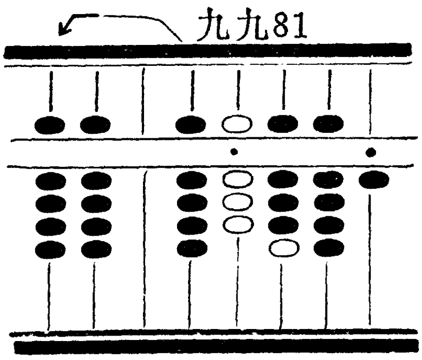


例 3　$99 \times 99 = 9,801$

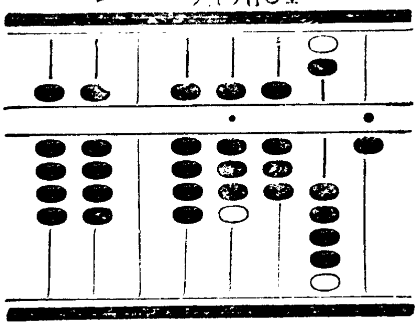




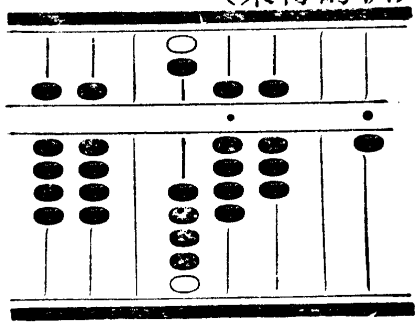




九九81



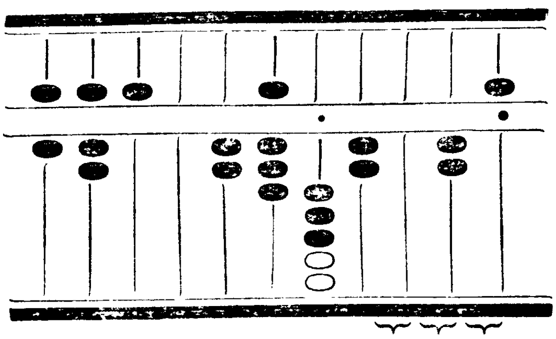
(乘得的积)



拨去9

积的个位

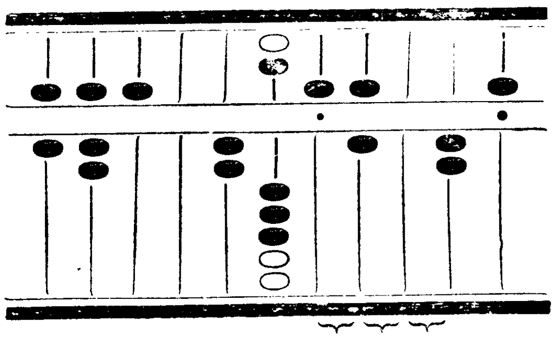
例 4 $675\times283=191,025$



675×3

拨去3

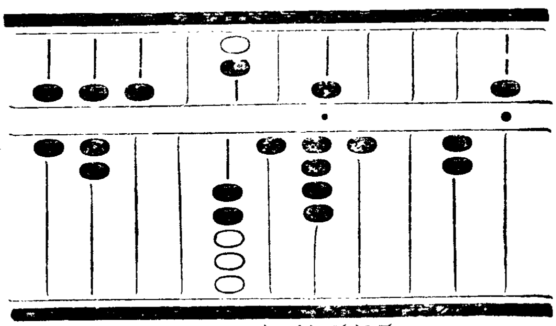
三六一十八 三七二十一 三五一十五



675×80

拨去8

六八四十八 七八五十六 五八四十



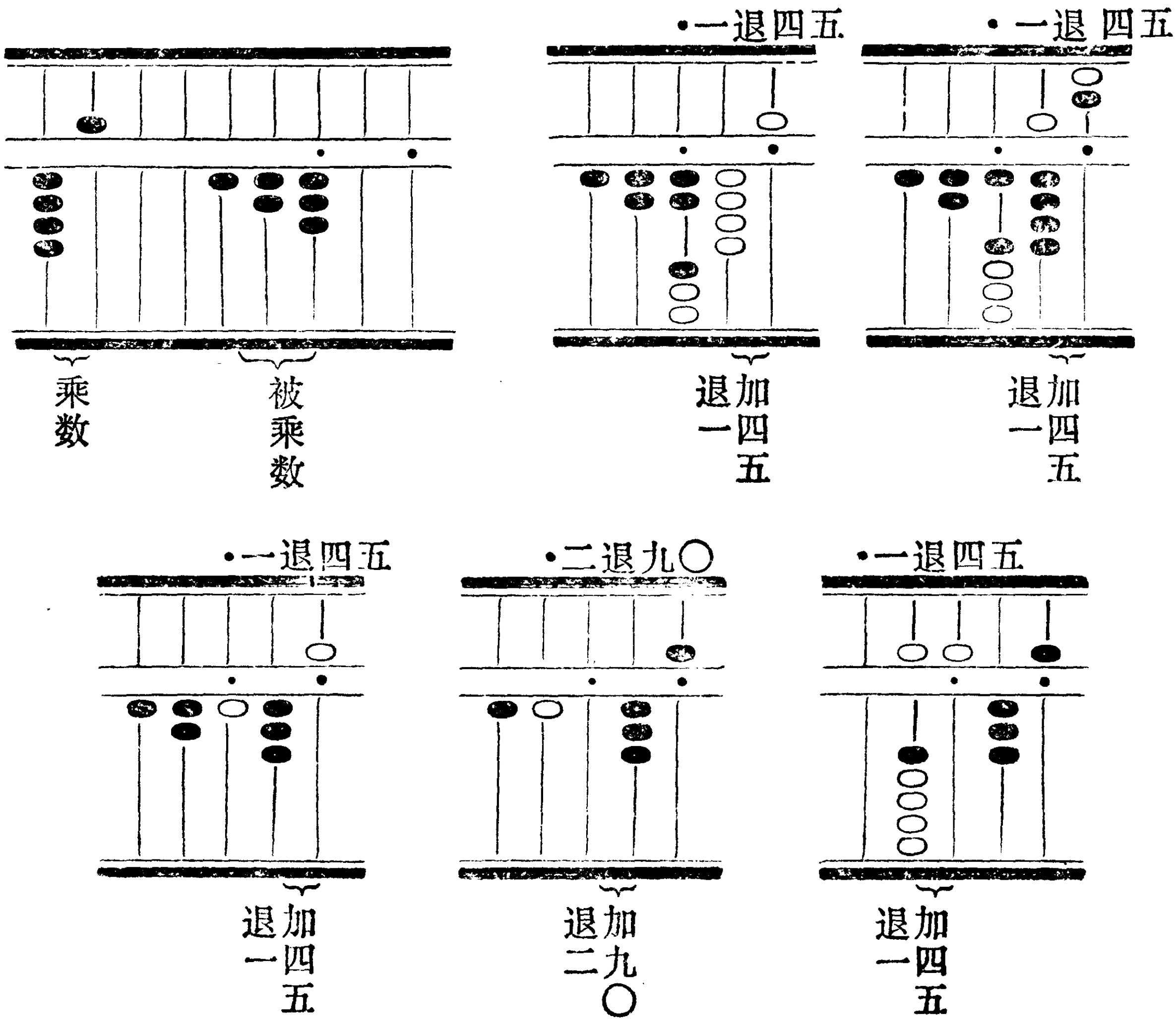
675×200

拨去2

二六一十二 二七一十四 二五一十

（三）退位乘法

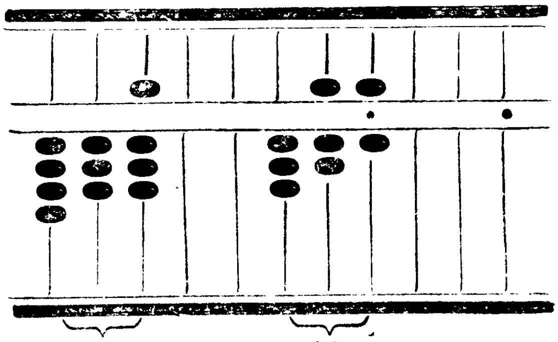
例 1　$123\times45=5,535$

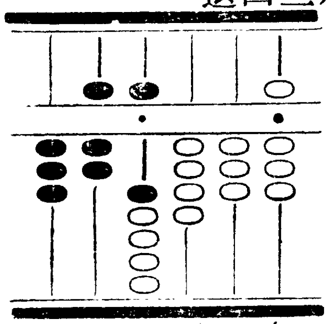


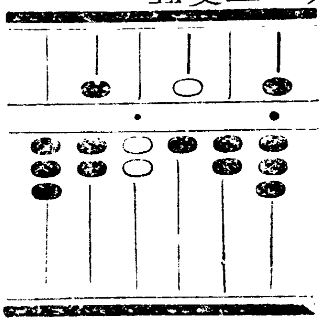
这种从被乘数里退一而在右方相加乘数的方法，叫退位乘法。它的定位方法和留头乘法相同。

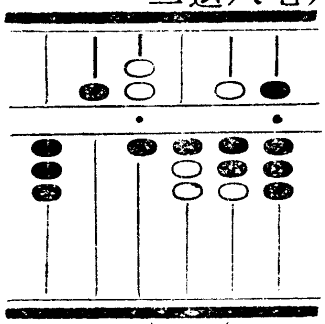
上面这个例子，仅就被乘数是1、2、3的情况而言，那么有4、5、6、7、8、9等又怎样呢？这时我们不一一退位相加，而且这种方法有时也不可能。在这种情况下，当被乘数是5时，可拨去5加乘数的半数，而把4、6与7分别当作5－1、5＋1和5＋2来处理，把8、9一律当作10看，然后减去多加的2倍乘数、1倍乘数。

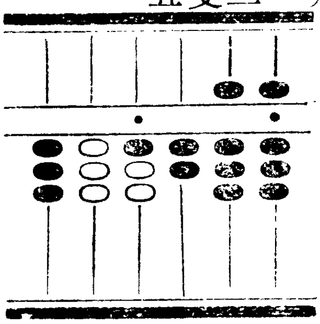
例 2　$376\times438=164,688$

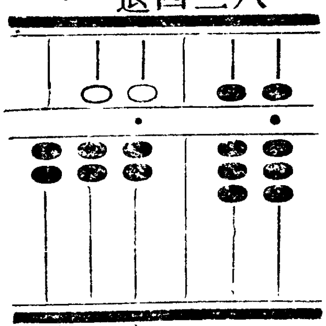


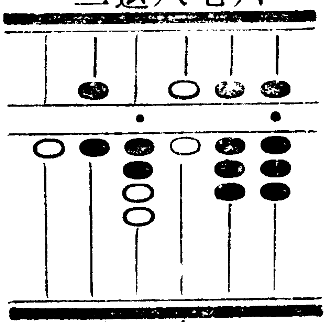




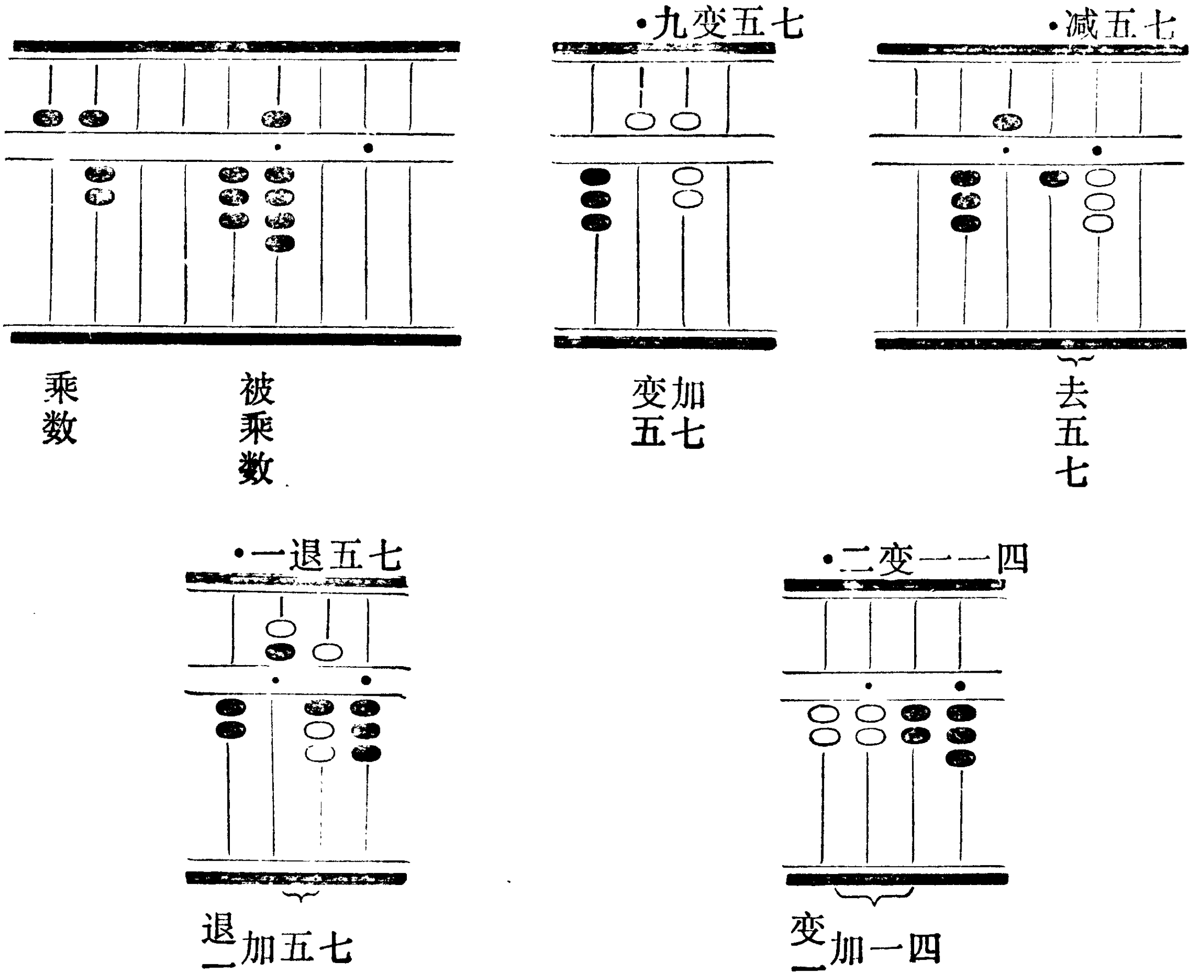








例 3　$39 \times 57 = 2,223$



练　习　三

用不留头乘法和退位乘法计算下列各题：

1. $43 \times 238 = 10,234$　　2. $543 \times 96 = 52,128$

3. $2,098 \times 473 = 992,354$　　4. $5,208 \times 991 = 5,161,128$

5. $48 \times 176 = 8,448$　　6. $998 \times 993 = 991,014$

7. $781,250 \times 128 = 100,000,000$

第四节　除　　法

珠算除法的方法很多，下面我们比较详细地介绍归除法，

并简单地介绍商除法及剥皮除法，读者可选学其中一种即可。

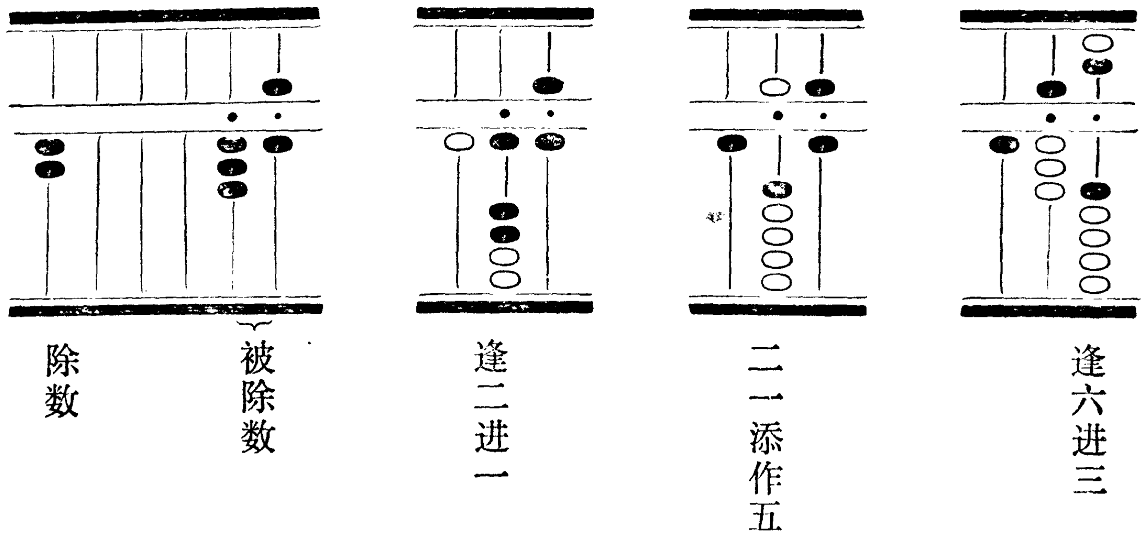
（一）归除法

1.除数是一位数的除法

例 1　$36\div 2=18$

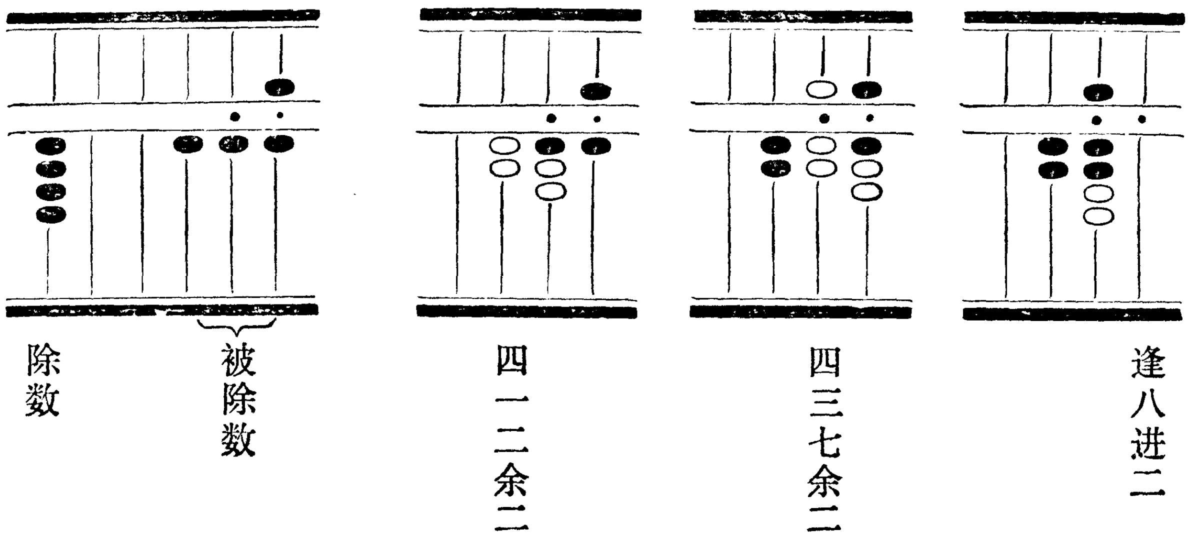
在算盘上先拨好被除数36和除数2，而后使用口诀逢二进一，二一添作五，逢六进三，即得商数18（如图）。其原理是：

$$36\div 2=(20+10+6)\div 2=20\div 2+10\div 2+6\div 2$$
$$=10+5+3=18$$

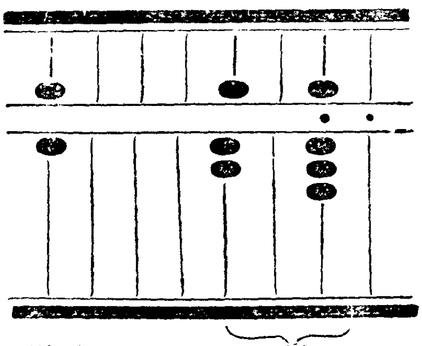


这种打法所得商的个位比原被除数的个位移左一档。

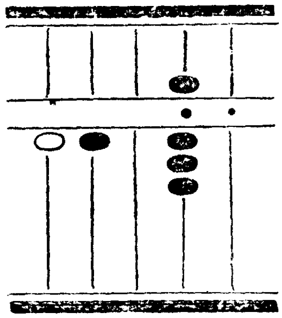
例 2　$116\div 4=29$



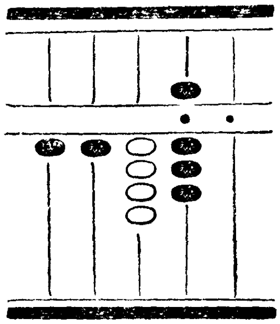
例 3　7,080 ÷ 6 = 1,180



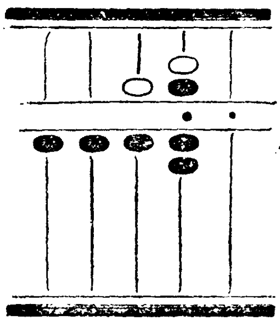
除数　　被除数



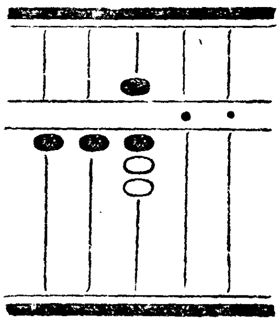
逢六进一



六一下加四

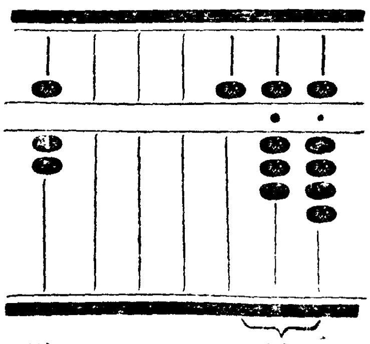


六四六余四

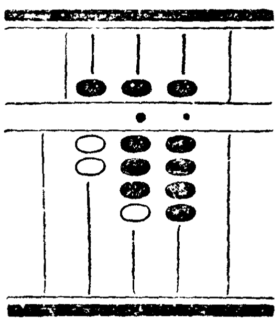


逢双六进二

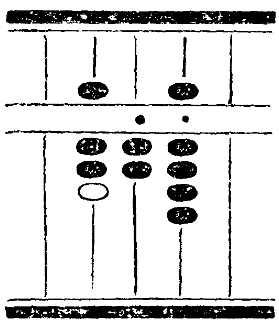
例 4　589 ÷ 7 = 84…1



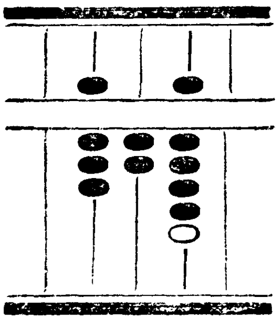
除数　　被除数



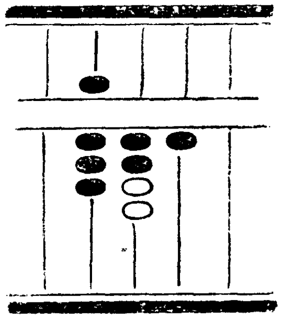
七五七余一



逢七进一



七二下加六



逢双七进二

一位数除法称归法。用几除就是几归。口诀一般包括除数、被除数、商数、余数。如“三一三余一”的第一个“三”字是除数，第二个字“一”是被除数，“三余一”的三是商数，最后一个字便是余数。“逢八进二”，八是被除数，二是商数。“五一倍作二”，五是除数，一是被除数，二是商数。“六三添作五”，六是除数，三是被除数，五是商数。“七一下加三”，七是除数，一是被除数也是商数，三是余数。

除法口诀归纳如下表：

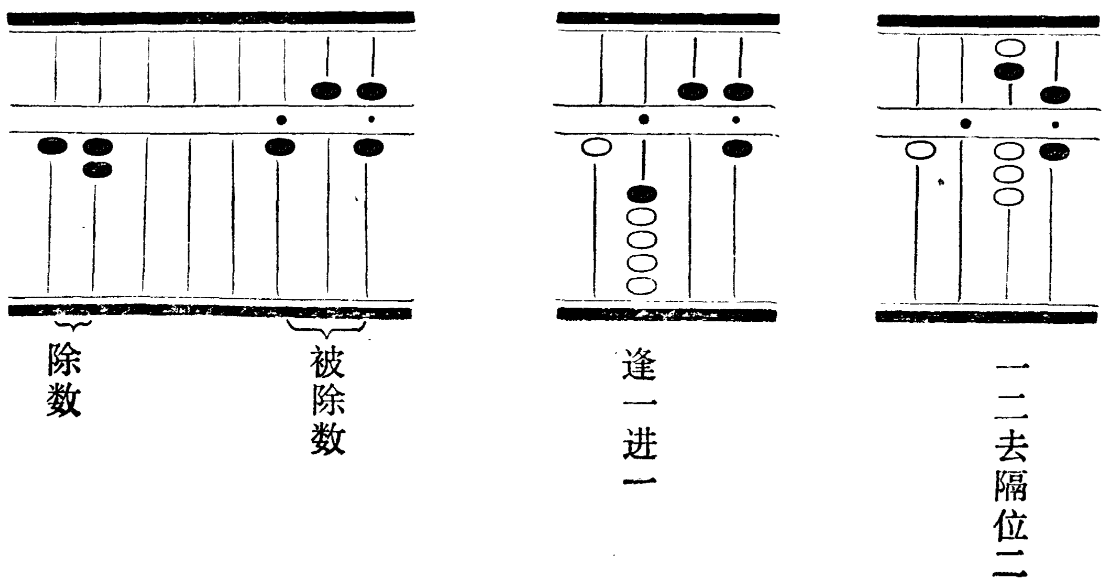
几　归	口　　　诀
一　归	逢一进一　逢二进二　逢三进三　逢四进四　逢五进五　逢六进六　逢七进七　逢八进八　逢九进九
二　归	二一添作五　逢二进一　逢四进二　逢六进三　逢八进四
三　归	三一三余一　三二六余二　逢三进一　逢六进二　逢九进三
四　归	四一二余二　四二添作五　四三七余二　逢四进一　逢八进二
五　归	五一倍作二　五二倍作四　五三倍作六　五四倍作八　逢五进一

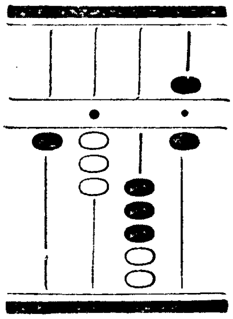
续 表

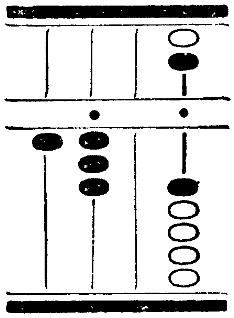
几 归	口		诀	
六 归	六一下加四	六二三余二	六三添作五	六四六余四
	六五八余二	逢六进一	逢双六进二	
七 归	七一下加三	七二下加六	七三四余二	七四五余五
	七五七余一	七六八余四	逢七进一	逢双七进二
八 归	八一下加二	八二下加四	八三下加六	八四添作五
	八五六余二	八六七余四	八七八余六	逢八进一
九 归	九一下加一	九二下加二	九三下加三	九四下加四
	九五下加五	九六下加六	九七下加七	九八下加八
	逢九进一			

2. 除数是两位数的除法

例 1　$156 \div 12 = 13$

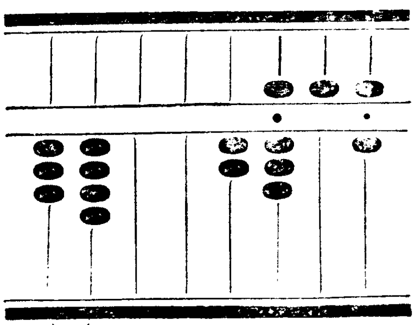


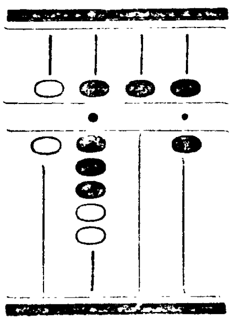


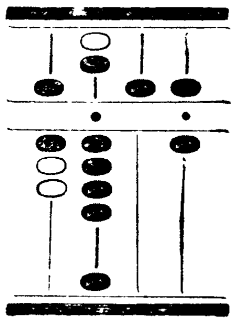


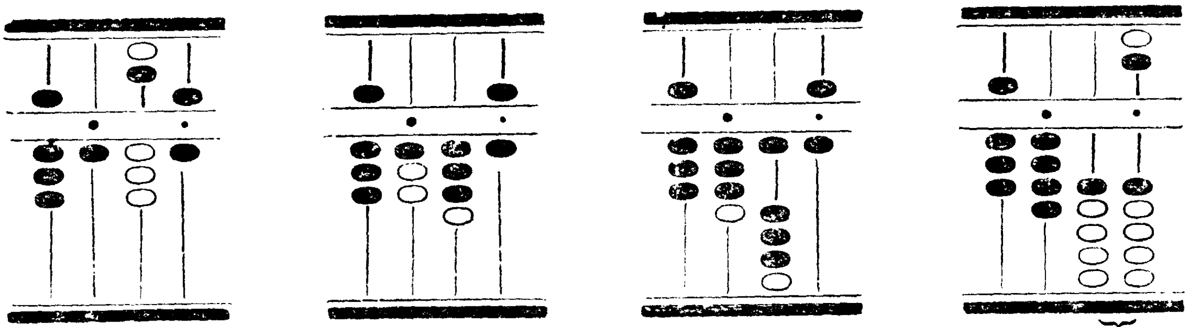
这种打法是先用除数的第一位按一位数除法求出商的第一位，再从被除数里减去这一商数和除数第二位相乘的积，若积不满“十”在商数右边第二档减去，满“十”则在商数右边第一档和第二档减去。用同样办法依次去除被除数里余下的数，就可以求出商的第二位、第三位……。而商数的个位已比原来被除数的个位移左二档。

例 2　2,856 ÷ 34 = 84







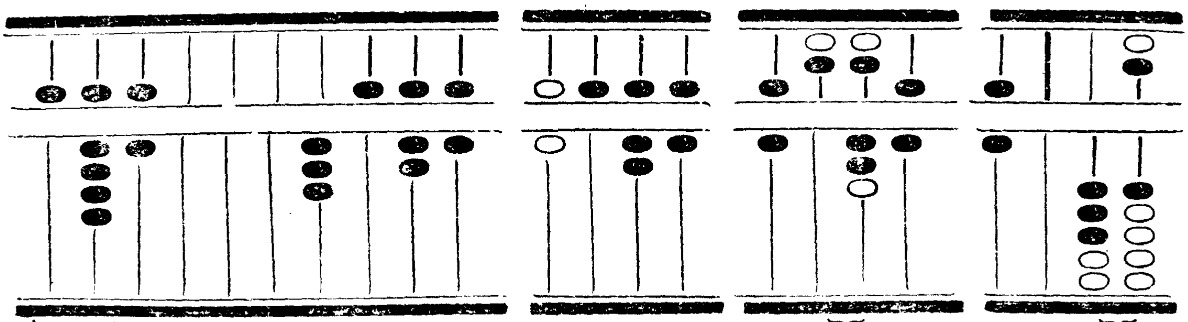


四八去三十二　三一三余一　逢三进一　四四去一十六

3. 除数是多位数的除法

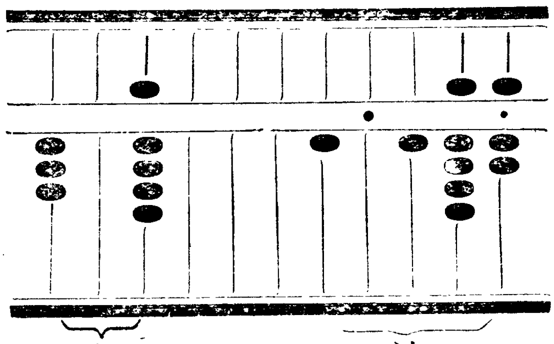
多位数除法与两位数除法类似。

例 1　3,576 ÷ 596 = 6

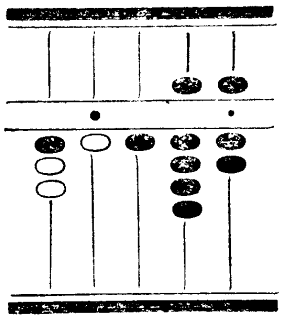


除数　被除数　五三倍作六　六九去五十四　六六去三十六

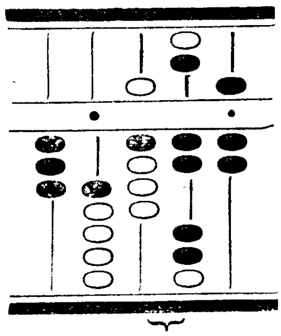
例 2　10,197 ÷ 309 = 33



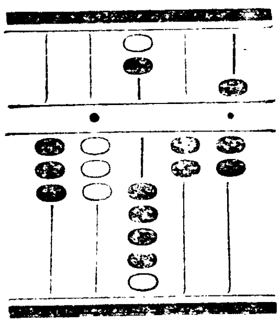
除数　被除数



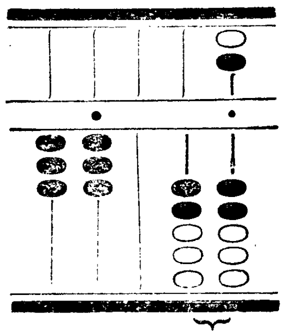
三一三余一



三九去二十七

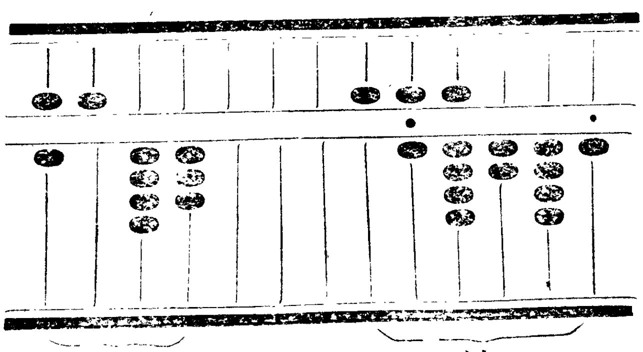


逢九进三

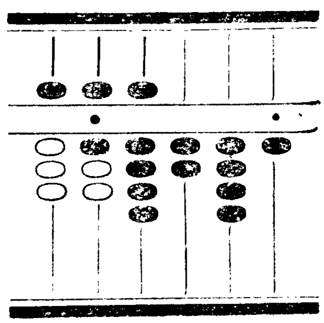


三九去二十七

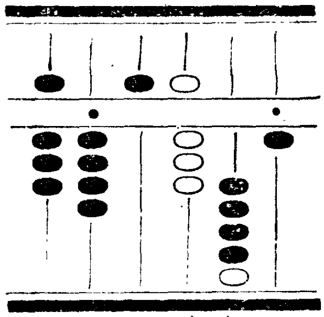
例 3　569,241 ÷ 6,543 = 87



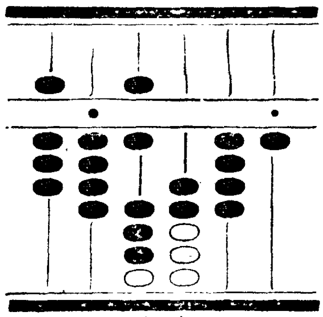
除数　被除数



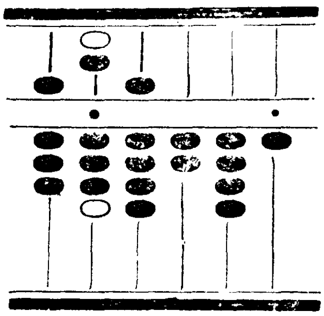
六五八余二



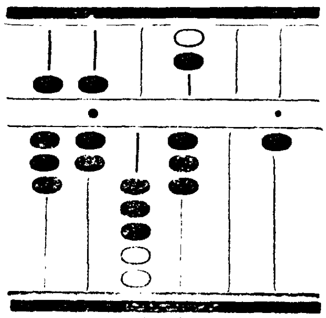
三八去二十四



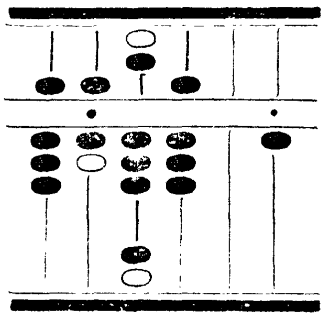
四八去三十二



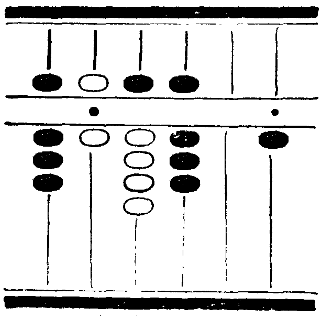
五八去四十



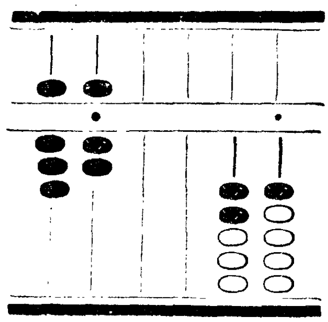
五七去三十五



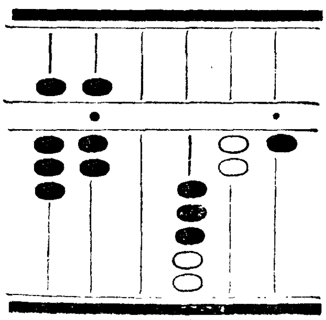
逢六进一



六四六余四



三七去二十一

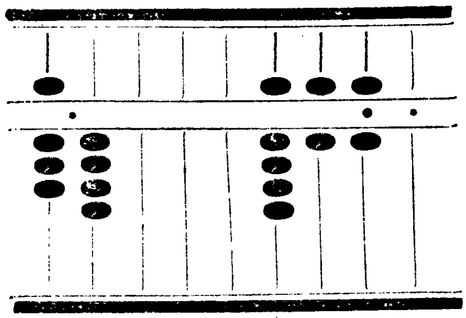


四七去二十八

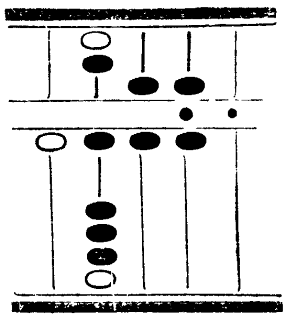
归除法商的定位是：除数是几位数，商的个位就在被除数个位左边的第几档。

4.小数除法

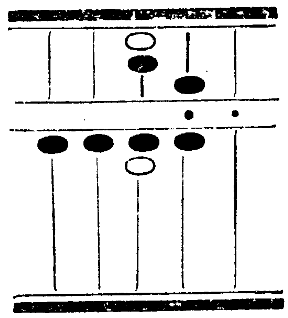
例 1　9,660÷8.4＝1,150



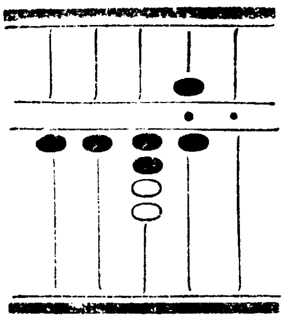
除数　被除数



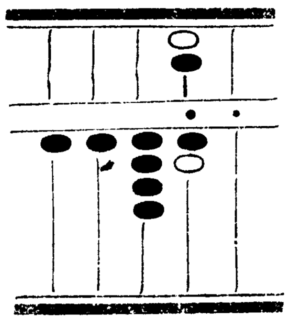
逢八进一



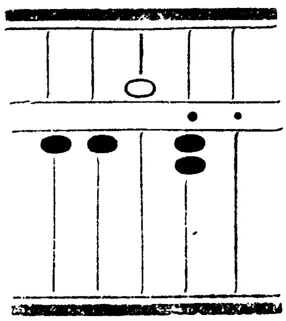
一位四四去隔



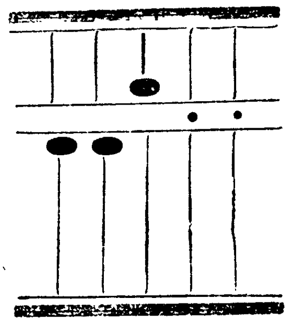
八一下加二



一四四去隔位

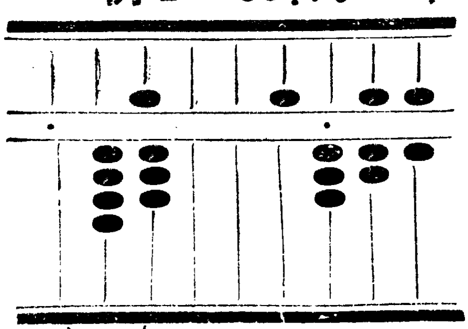


八四添作五

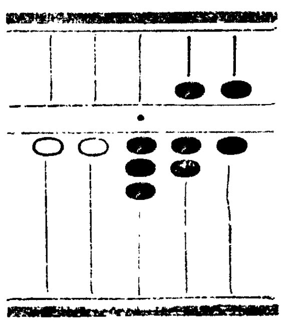


五四去二十

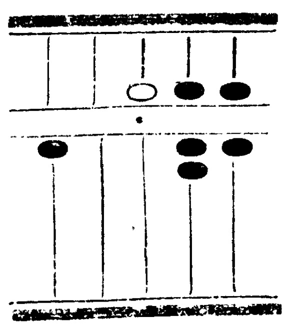
例 2　53.76÷0.48＝112



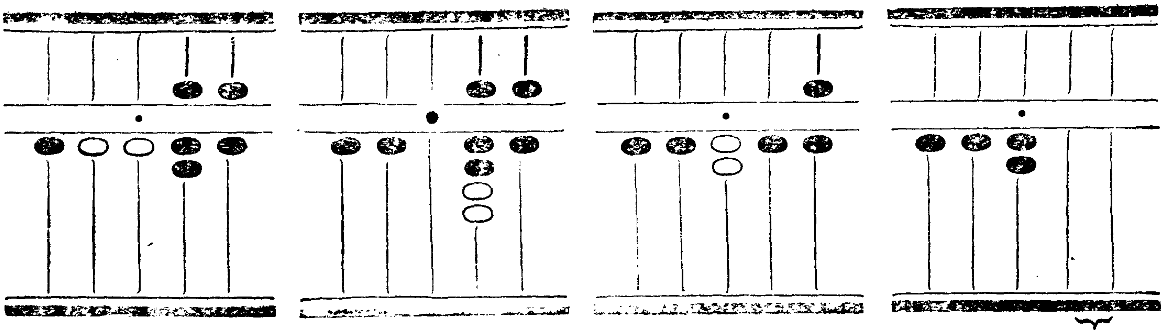
除数　被除数



逢四进一



一位八八去隔



例 3　53.76 ÷ 0.048 = 1,120

打法同上，只是定位不同。

从以上例子可以看出，小数除法的打法和整数除法相同，只是商的定位不同，小数除法商的定位：

（1）除数是带小数时，不论小数有几位，只按除数的整数位，用整数除法的定位法来定位。

（2）除数为纯小数：如果除数的小数点后面没有“0”，商数的个位就是被除数的个位；如果小数点后面有一个“0”，商数的个位就在被除数个位右边第一档；有两个“0”，商数的个位就在被除数个位右边第二档；……。

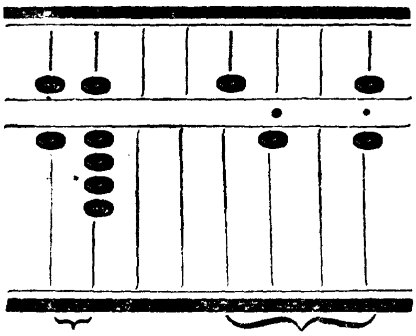
5.退商和撞归

（1）退　商

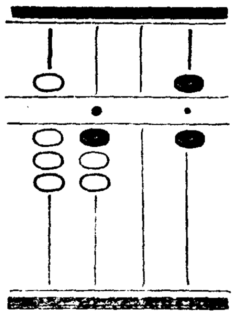
例 1　5,106 ÷ 69 = 74

在算盘上记被除数和除数后，用“六五八余二”得商的首位 8，继续用口诀“八九去七十二”，要用 30 减去 72 不够，可见商的首位 8 太大。这时要从商数里减去 1，而在余数首位加上六，口诀为“无除退一下还六，得商的首位 7，接着

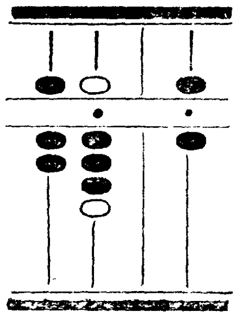
用口诀“七九去六十三”，还余 276，最后用口诀“六二三余二”，“逢六进一”，“四九去三十六”除尽，得所求的商 74。



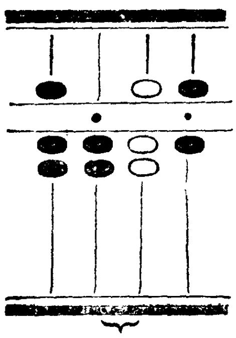
除数 被除数



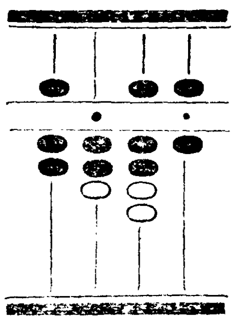
六五八余二



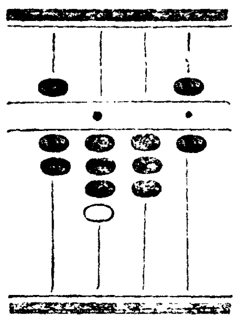
无除退一下还六



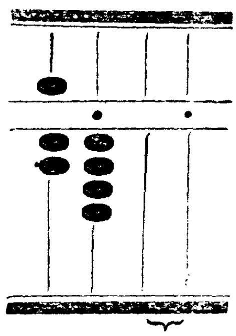
七九去六十三



六二三余二



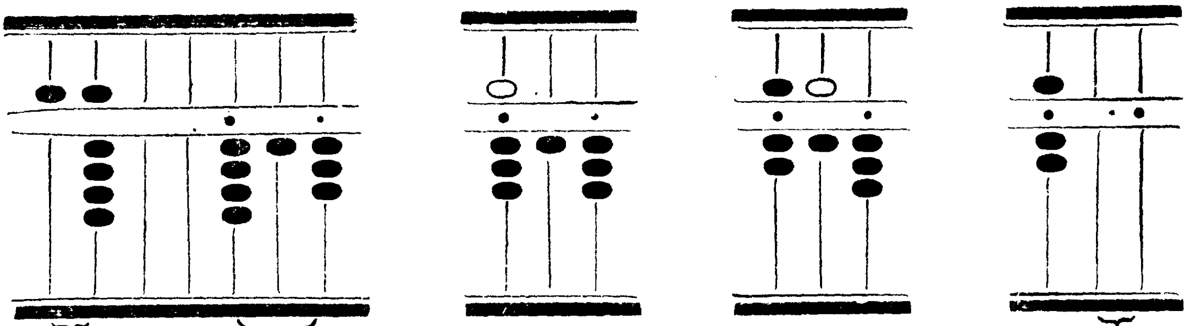
逢六进一



四九去三十六

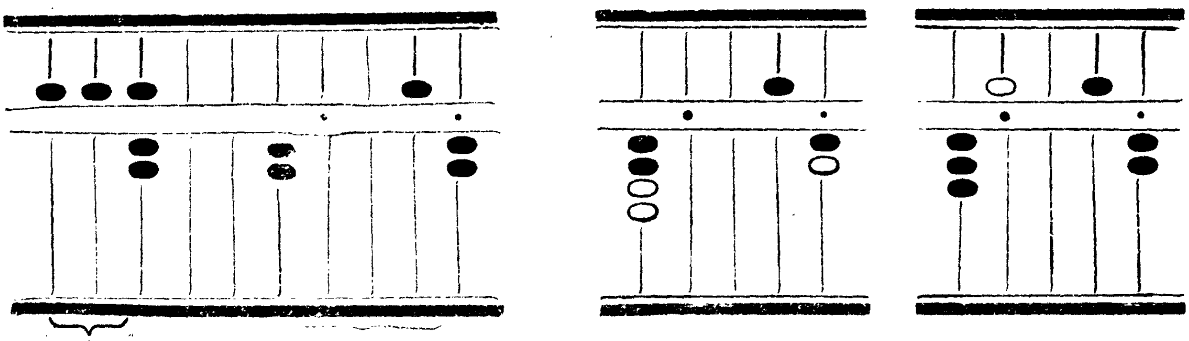
通过此例可知，如果初商过大，这时必须把商数退去一，使商数减小，同时把除数第一位加在右档，这种方法叫退商。若退一后仍不能减，可以连续退几次，到够减时为止。所用口诀是“无除退一下还几。”

例 2　$413 \div 59 = 7$

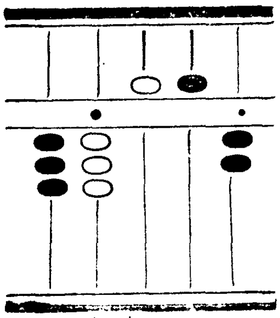


除数　被除数　五四倍作八　无除退一下还五　七九去六十三

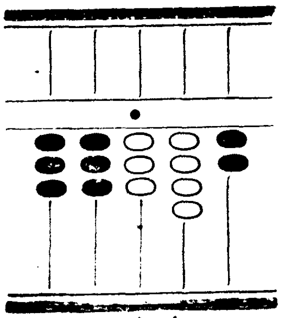
例 3　$20,052 \div 557 = 36$



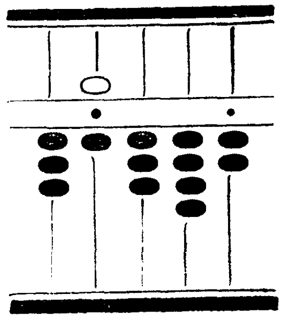
除数　被除数　五二倍作四　无除退一下还五



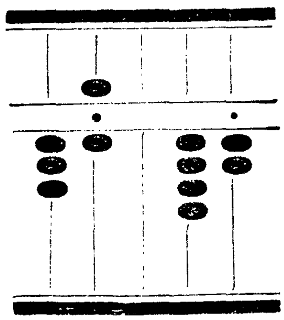
三五去一十五



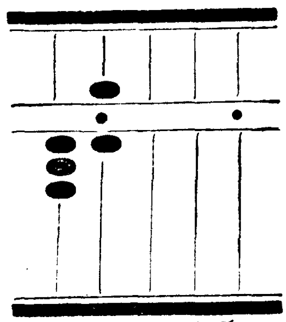
三七去二十一



五三倍作六



五六去三十

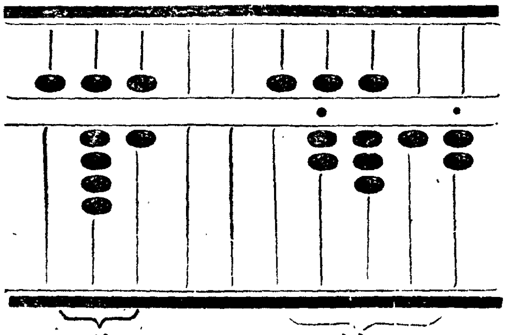


六七去四十二

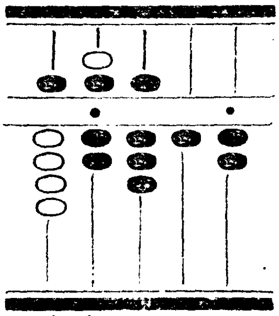
（2）撞　归

遇到被除数和除数第一位数字相同，而被除数右档小于除数的右档时，我们可改本档的数为商数9，再将未改前的原数加在本档的右一档，这一种方法叫做撞归。

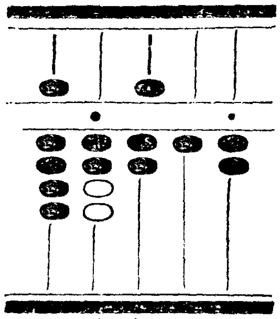
例 4　57,812÷596＝97



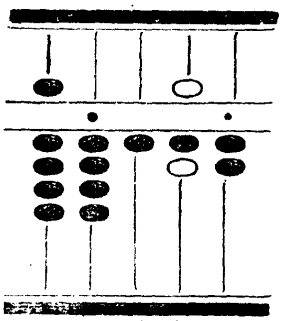
除数　被除数



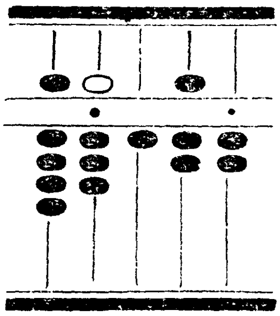
见五无除作九五



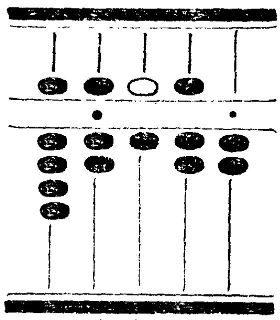
九九去八十一



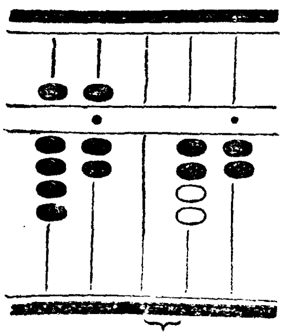
六九去五十四



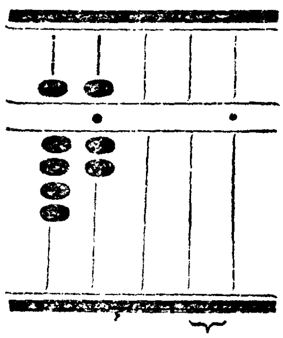
五四倍作八



无除退一下还五

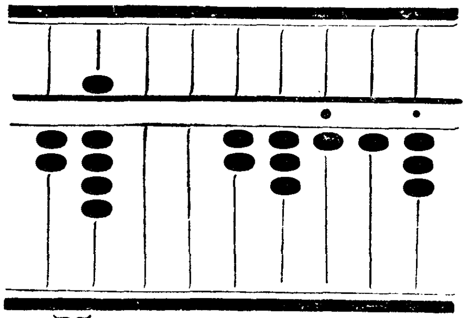


七九去六十三

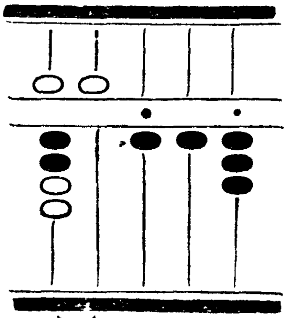


六七去四十二

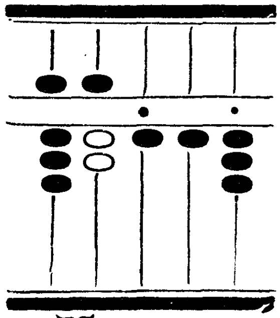
例 5　$23,113 \div 29 = 797$



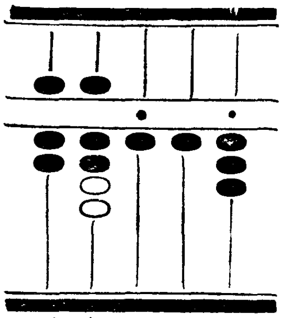
除数　被除数



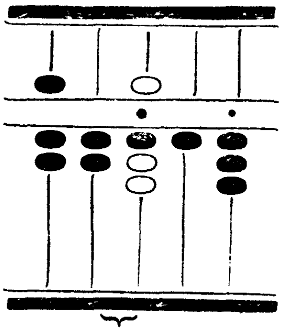
二下五去三
见二无除作九二



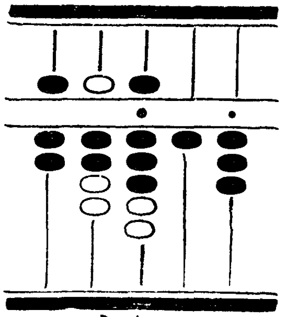
无除退一下还二



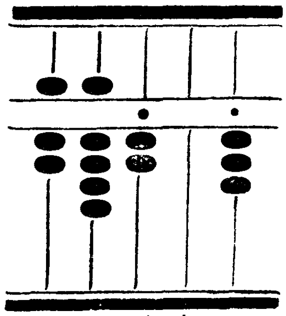
无除退一下还二



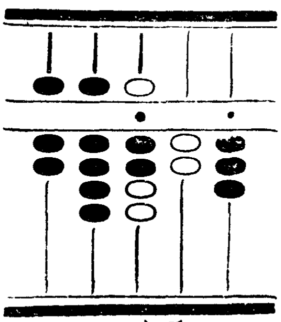
七九去六十三



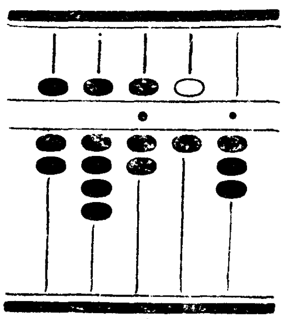
见二无除作九二



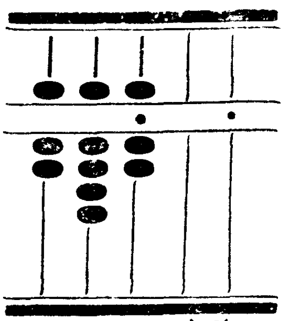
九九去八十一



见二无除
作九二



无除退二
下还四



七九去六十三

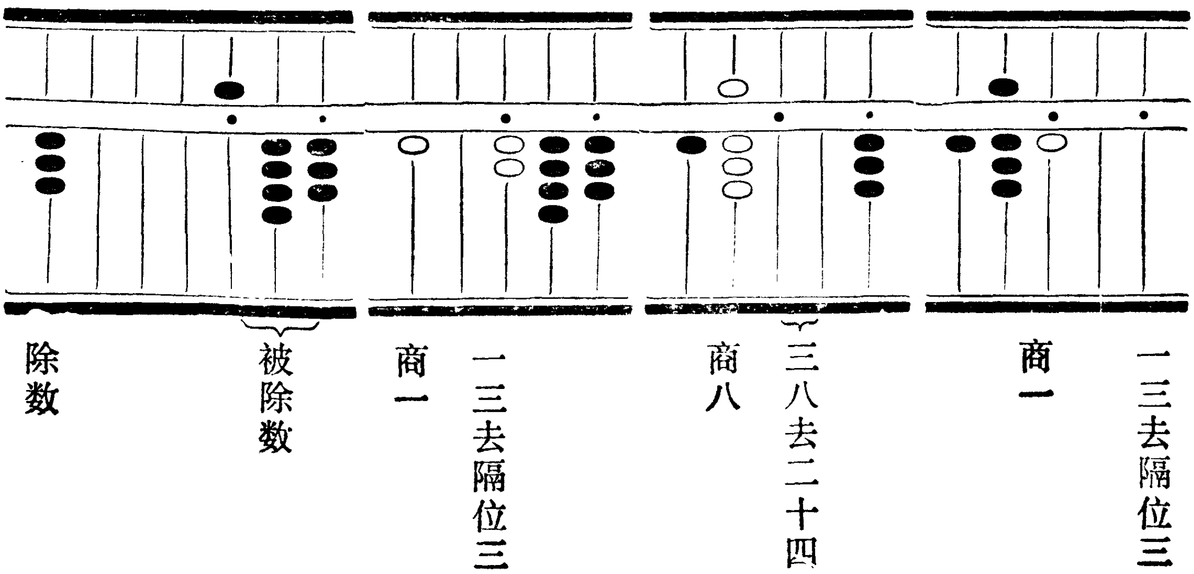
退商和撞归的口诀表

几　归	退　商　口　诀	撞　归　口　诀
一　归	无除退一还一	见一无除作九一
二　归	无除退一还二	见二无除作九二
三　归	无除退一还三	见三无除作九三
四　归	无除退一还四	见四无除作九四
五　归	无除退一还五	见五无除作九五
六　归	无除退一还六	见六无除作九六
七　归	无除退一还七	见七无除作九七
八　归	无除退一还八	见八无除作九八
九　归	无除退一还九	见九无除作九九

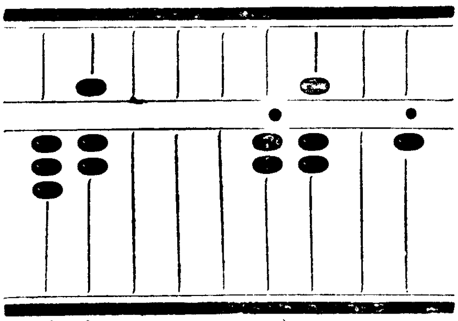
（二）商除法

商除法是采用心算试商的办法计算的除法，适用于多位数除法。

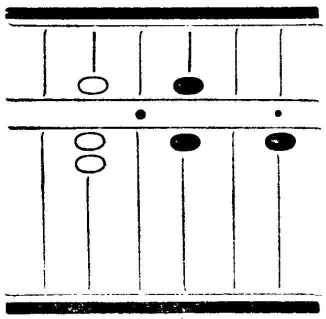
例 1　$543 \div 3 = 181$



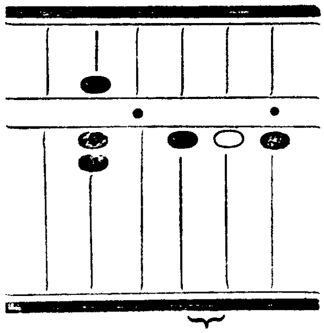
例 2 $2,701 \div 37 = 73$



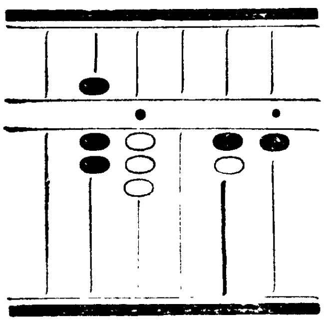
除数　被除数



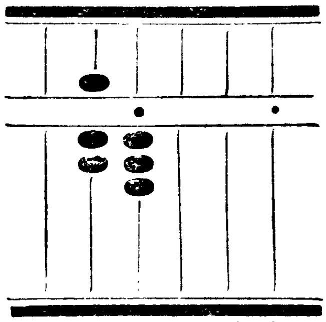
商七　三七去二十一



七七去四十九



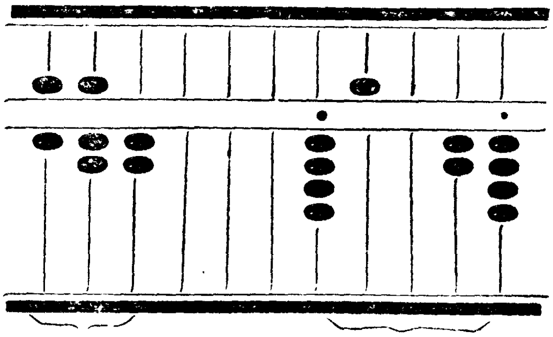
商三　三三去隔位九



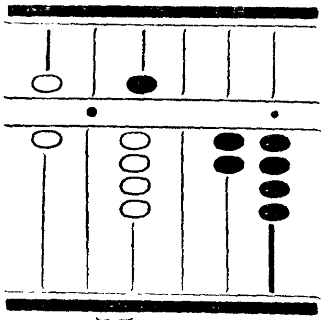
三七去二十一

商除法的原则是："够除商隔位，不够商挨位。"除数是一位数时，商的个位在被除数个位左方第二档；除数是二位数时，商的个位在被除数个位左方第三档；……。也就是说商的定位比归除法移左一档。

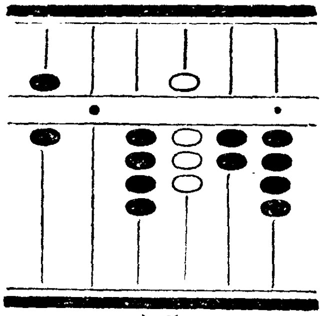
例 3　45,024 ÷ 672 = 67



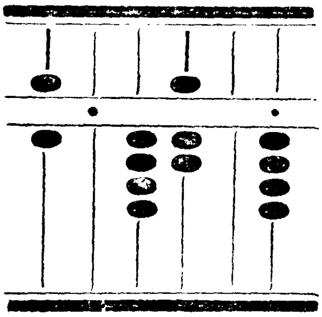
除数　被除数



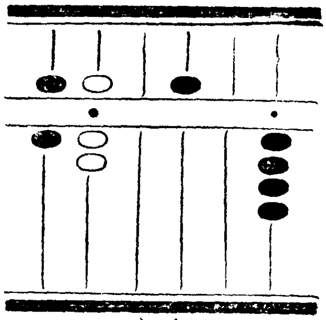
商六　六六去三十六



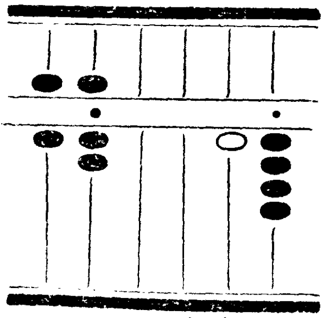
六七去四十二



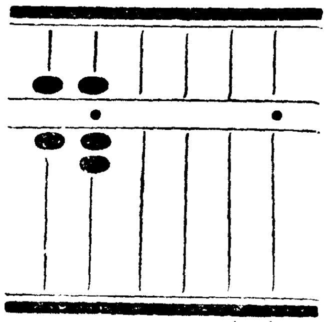
二六去一十二



商七　六七去四十二

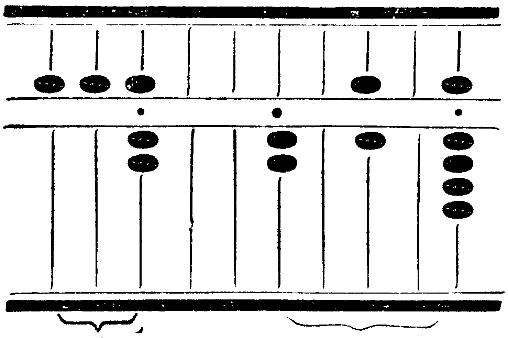


七七去四十九



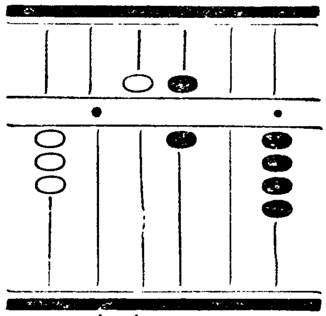
二七去一十四

例 4 20,609÷557=37



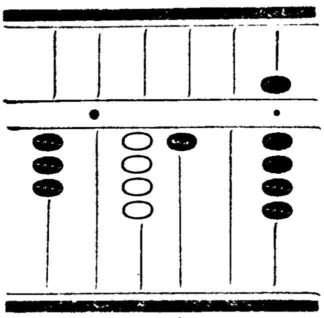
除数

被除数

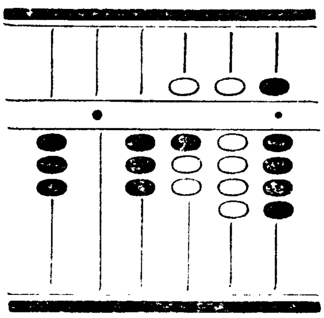


商三

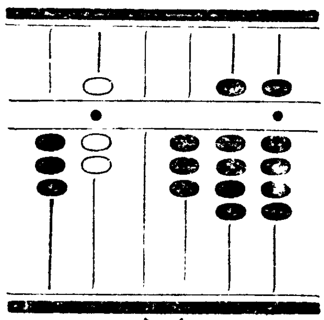
三五去一十五



三五去一十五

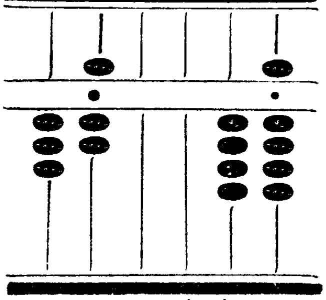


三七去二十一

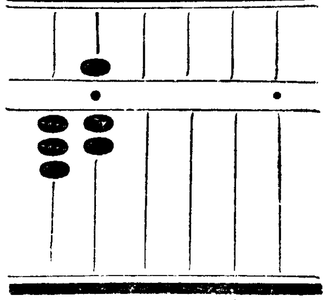


商七

五七去三十五

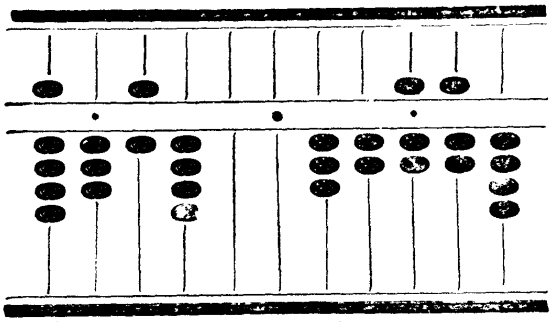


五七去三十五

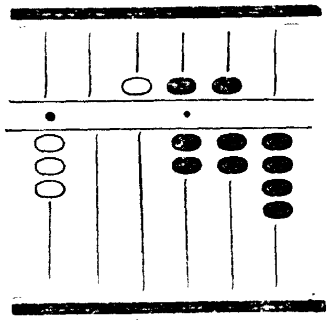


七七去四十九

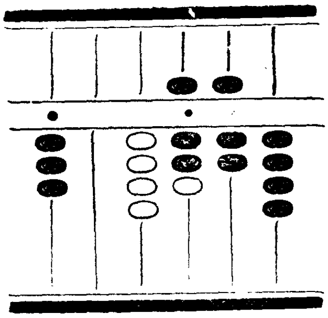
例 5　$327.74 \div 93.64 = 3.5$



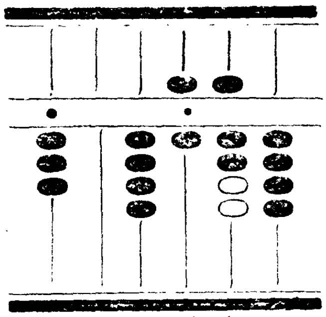
除数　被除数



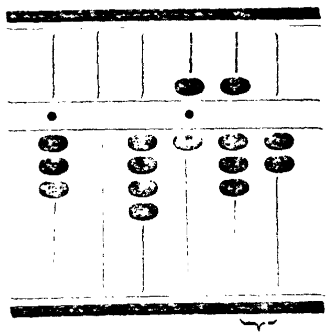
商三　三九去二十七



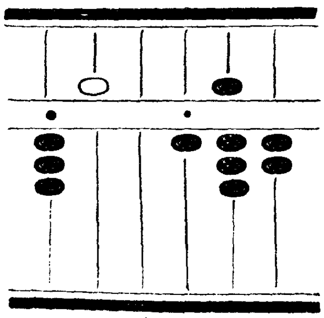
三三去隔位九



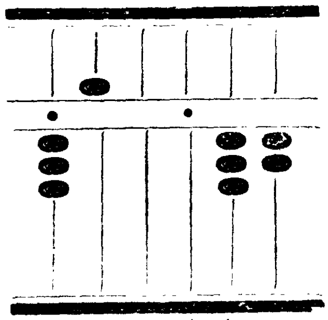
三六去一十八



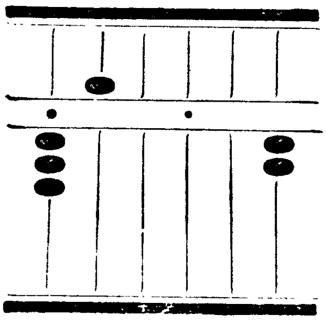
三四去一十二



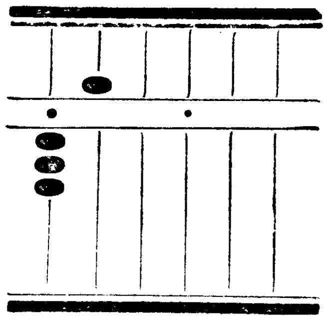
商五　五九去四十五



三五去一十五



五六去三十



四五去二十

（三）剥皮除法

剥皮除法又称“层减法”。剥皮除法的定位方法和商除法相同。打法可用三句话，概括为：

大数空加一，隔位减除数；

半数随进五，挨位减半除；

小数随进一，隔位减除数。

这里所指的大数、半数、小数是这样确定的，除数有几位数字，就用被除数里前几位数字和除数比较（如被除数位数少于除数位数时，可用零补足），如被除数前几位比除数大或相同，就称大数。如被除数小而大于等于除数的一半，就称半数。如被除数前几位数字小于除数一半，就称小数。

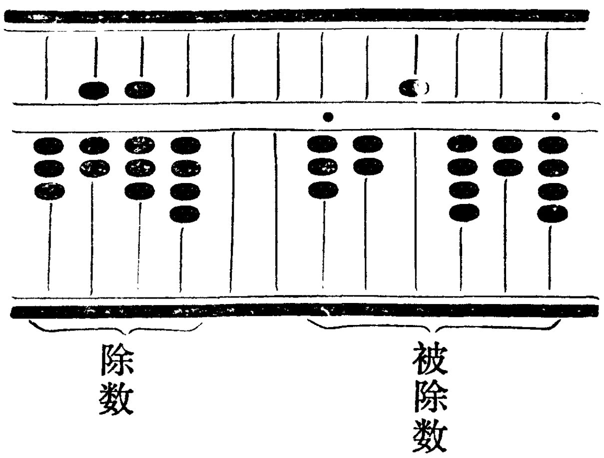
（1）大数空加一，隔位减除数：被除数前几位数字大于除数，在被除数的前面隔一档拨1，就是大数空加一，也是商1。接着在商数1的后面隔一档减去除数(即1与除数的积)，就是隔位减除数。

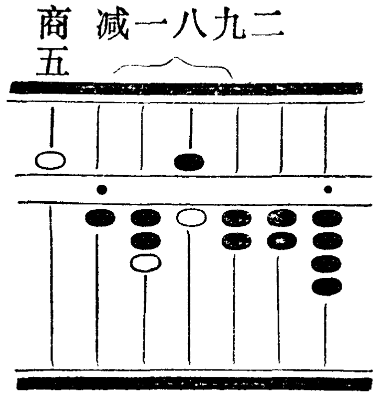
（2）半数随进五，挨位减半除：被除数前几位数字小于除数而大于或等于除数的一半，在被除数的前一档商5，这就是半数随进五。接着在商数5后面（不隔档）从被除数

里减去除数的一半，这就是挨位减半除。

（3）小数随进一，隔位减除数：被除数前几位小于除数的一半，在被除数前一档（不隔位）商1，这就是小数随进一，然后在商后面隔档减去除数。

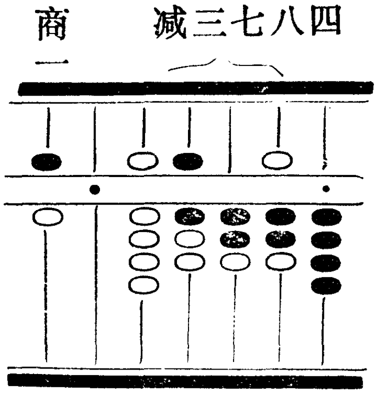
例1　325，424÷3，784＝86



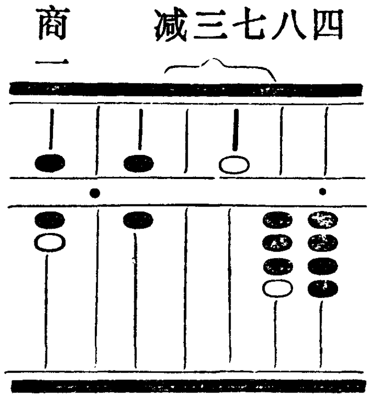


半数随进五，

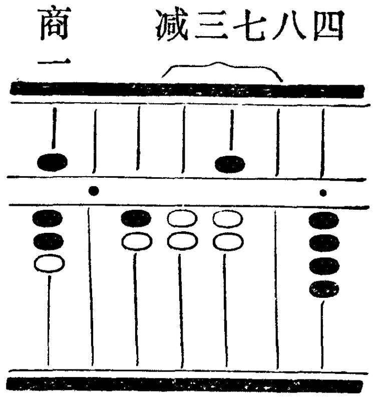
挨位减半除。



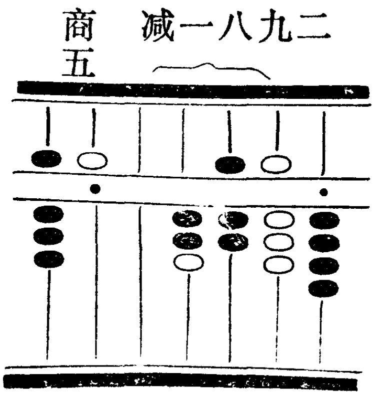
小数随进一，
隔位减除数。



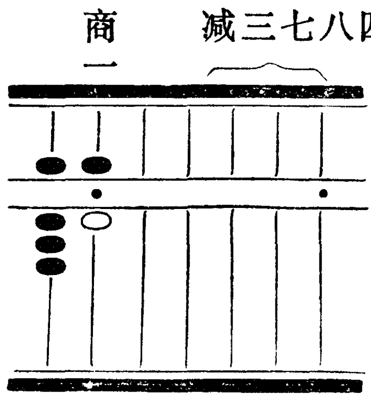
大数空加一，
隔位减除数。



大数空加一，
隔位减除数。

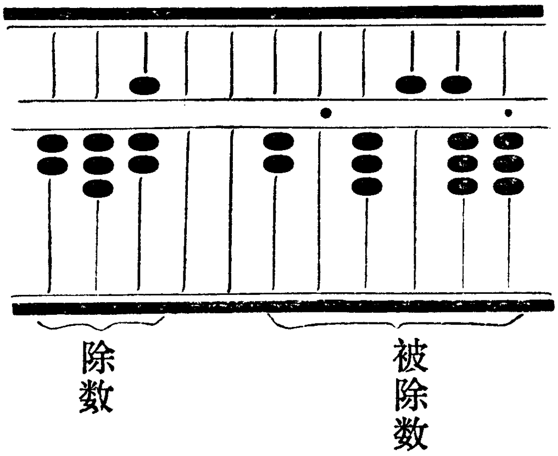


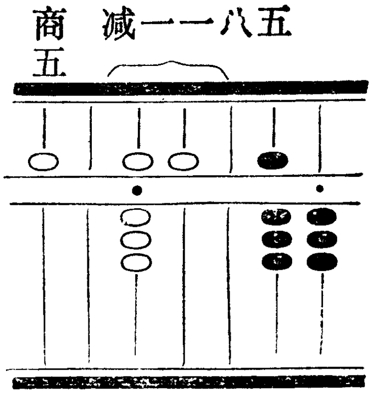
半数随进五，
挨位减半除。



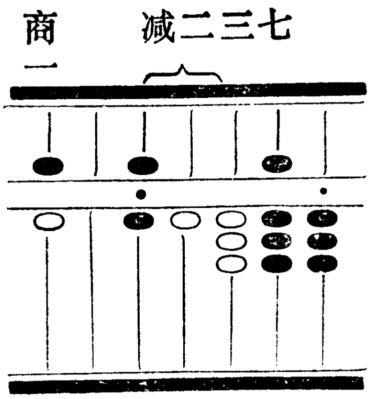
大数空加一，
隔位减除数。

例 2　203,583 ÷ 237 = 859

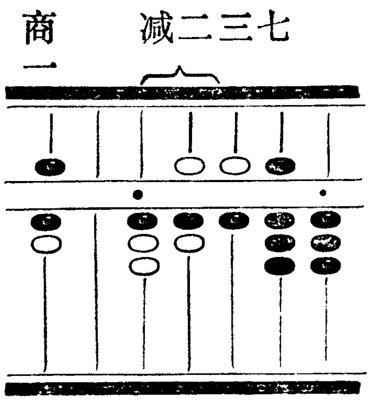




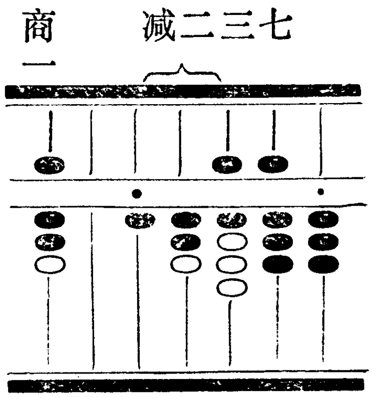
半数随进五，
挨位减半除。



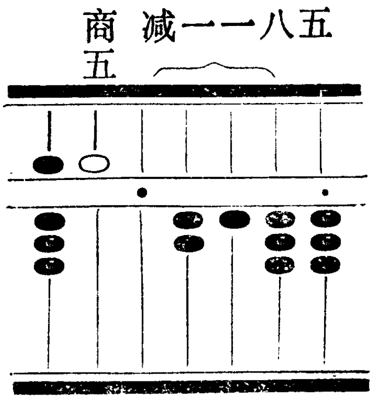
大数空加一，
隔位减除数。



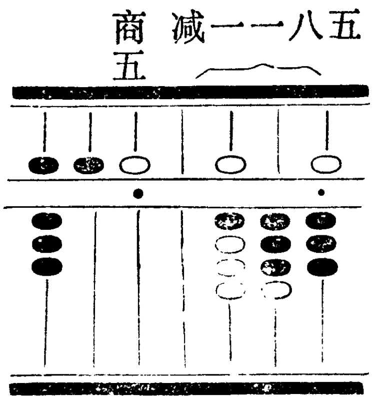
大数空加一，
隔位减除数。



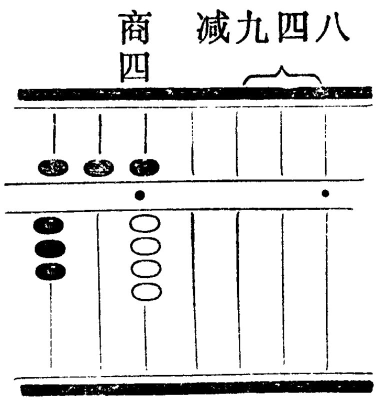
大数空加一，
隔位减除数。



半数随进五，
挨位减半除。



半数随进五，
挨位减半除。



大数空加一，
隔位减除数。
（连减四次）

练 习 四

一、一位数除法：

1.经常练习用2、3、4、5、6、7、8、9分别去除123456789，并用乘法验算。

2.9个人，五小时打稻谷7,425斤，平均每人每小时打稻谷多少斤？

3.（1）7,015÷5　　（2）23,454÷9

（3）2,007÷3　　（4）1,232÷8

二、多位数除法：

1.（1）20,070÷30　　（2）532,800÷600

2.王庄生产队要筑一条长1,800米的河堤，河堤的横截面是梯形，上底3米，下底5米，高1米，如果每天可以完成400立方米，几天可以筑完？

3.用8、80、800分别去除223,200，商各是多少？

4.（1）4,644÷54　　（2）1,694÷14

（3）53,250÷75　　（4）20,130÷66

5.计算下面表内三块早稻田的平均产量：

亩 数	总 产 量（斤）	平均亩产量（斤）
13	7,880	
67	63,005	
54	46,656	

6.（1）1,465÷293　　（2）37,672÷554

（3）37,842÷106　　（4）53,250÷750

7.（1）3,486÷42　　（2）2,322÷43
（3）3,745÷35　　（4）57,408÷92
（5）3,654÷406　　（6）27,445÷609

8.（1）5,104÷88　　（2）12,110÷24
（3）3,654÷1,218　　（4）10,020÷470

9.（1）3,240÷36　　（2）7,154÷73
（3）34,848÷396　　（4）80,851÷459

10.（1）1,000,000,000÷512　　（2）541,125÷975
（3）148÷37　　（4）7,128÷264

11.大荔县石槽公社张家庄大队的妇女植棉组创造了棉花大面积高产的记录，1973年在五十二亩五分地里共收皮棉17062.5斤，问平均亩产是多少斤？

12.以清脆、皮薄、香甜、多汁著称的安徽省砀山梨1974年又获得丰收，全县梨的总产量达3.500万斤，比丰收的1973年增长了20%，1973年梨产量是多少斤？

13.广东省花生主要产地之一电白县，今年春植花生获得丰收，全县总产量达到2790万斤，比1973年增长61.2%，问1973年花生产量是多少斤？

第二章　对数计算尺

对数计算尺是一种轻便而实用的计算工具。工农业生产中遇到的许多数值计算问题，都能用计算尺迅速计算出来。它和其它计算工具比较起来，具有方法简单、便于掌握；使用方便、计算迅速等特点。虽然它是一种近似计算工具，但

在一般计算中，对准确度要求在3——4位有效数字的计算，已经是足够了。除了一般常用的对数计算尺外，为了适应一些部门的特殊需要，还制有机械、电工、测量等专业计算尺。其构造、原理和使用方法，基本上都是一致的。

本章主要介绍对数计算尺的构造、原理和使用方法。

第一节　对数计算尺的构造

（一）构　造

对数计算尺主要是由三条有刻度的尺子构成的。中间一条可动的尺子叫滑尺，一般有单面和双面两个类型，它的各部位名称如图8—3。

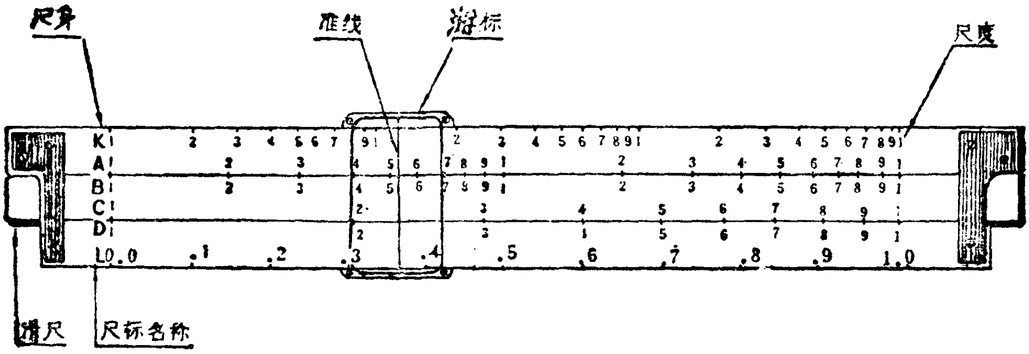


图8—3

计算尺的长度一般有12.5cm、25cm、50cm等多种，一般常用的为25cm。有些为了携带方便和提高精度，制成折尺或在滑标上附有放大设备。有些还将尺度刻在一个圆盘上，再附以适当的游标，就可以制成计算盘了，它的优点是携带方便，但制造较难，应用不广。

（二）尺标名称

名称	简称	作　　用
对数尺标	L 尺	与D尺配合，求对数与反对数
主尺标	C 尺 D 尺	作乘除法运算
平方尺标	A尺 B 尺	与D尺配合，作平方与开平方运算，A 尺 B 尺配合也可作乘除运算
立方尺标	K尺	与D尺配合，作立方和开立方运算
倒数尺标	CI 尺 DI 尺	与C 尺 D 尺配合求倒数，作乘除混合运算
折尺标	CF尺DF尺	与C尺 D 尺配合作乘除运算（特别是含π的乘除）
正弦尺标	S 尺	与D尺配合，求正弦余弦
正切尺标	T 尺	与D尺配合，求正切余切
正弦正切尺标	ST 尺	与D 尺配合，求 34′——5°44′ 的正弦正切值，求 84°16′——89°34′ 的余弦余切值
双曲正弦尺标	Sh尺	与D尺配合，求双曲正弦、余弦
双曲正切尺标	Th 尺	与D尺配合，求双曲正切、余切
重对数尺标	LL 尺	与D尺配合，求自然对数与任意幂

（三）尺标的刻度、数的定位法及读法

刻度多分为三级：

1.一级刻度用数码 1 、2 、……10（一般尺上终点 10 常刻作 1 ）标出，相当于三位数的第一位数字。

2.在数码 1 、 2 、……10 标出的那些刻度之间又用较

短的线分为 10 格，这些刻度叫二级刻度。相当于三位数的第二位数字。

3.在二级刻度之间又用更短的线分为10格或5格、2格，这些刻度叫三级刻度。相当于三位数的第三位数字。

例如在 25cm 长的计算尺上，主尺标C尺从 1 到 2 之间每小格为 0.01；从 2 到 4 之间每小格为 0.02；从 4 到 10 之间每小格为 0.05。一般计算尺的尺度多是三级刻度。

数的定位法：我们规定大于 1 的数的位数等于它整数部分数码的个数；小于 1 的数的位数用零和负数来表示，它的位数的绝对值等于小数点后面第一个非零数字前面零的个数。

如下表：

数	283	94.5	7.65	0.83	0.019	0.003	0.000
数的位数	3	2	1	0	－1	－2	－3

在计算尺上读的数字，都是其数值部分，如将 94.5 读作 9－4－5，其计算出的数需要进行定位，然后得出答案。

（四）计算尺的简语和简图

1 置于　把滑尺上的数 a 对准尺身上的数 b，叫做“置 a 于b”。

2 对读　已知尺度上的数 c，需要在另一尺度上读出正对的数 d，叫做“对 c 读 d”。

3 简语　置 C_a 于 D_b，对 C_c 读 D_d。

4 简图

C	置 a	对 c
D	于 b	读 d

例如　置 $C1$ 于 $D2$，对 $C3$ 读 $D6$。

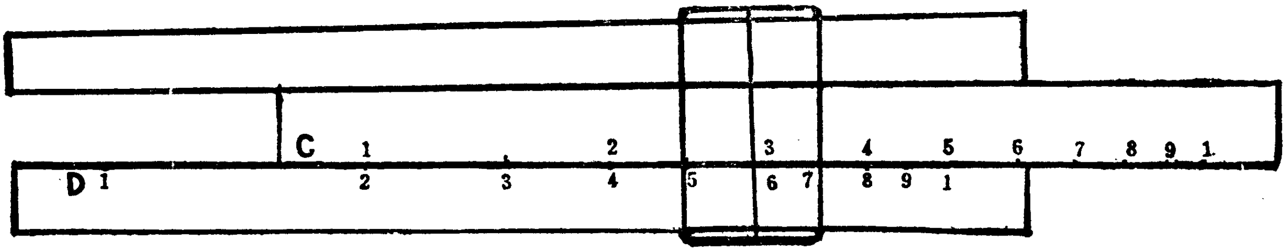


图 8 — 4

C	置 1	对 3
D	于 2	读 6

第二节　计算尺的使用及其原理

(一) 常用对数

对数的计算用 L尺 和 D尺（或 C尺）。

例 1　求 $lg3$

根据对数法则，先确定首数为 1 − 1 = 0 。再在 D 尺上找出 3，并使游标准线与它对齐，在 L 尺上所对应的数 0.477 就是 $lg3$ 的尾数。这句话可以用简语表示成对 $D3$ 读 $L0.477$。如图 8 — 5 。

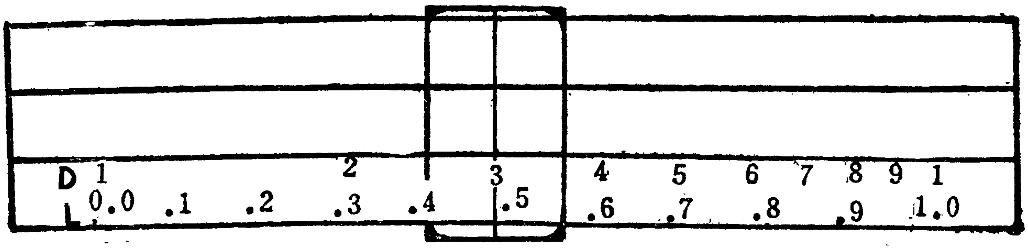


图 8 — 5

这个图用简图可表示成：

D	对 3
L	读0.477

故 $\qquad lg3 = 0.477$

上面所讲的求常用对数尾数的方法可概括为对 Dn 读 $Llgn$的尾数，即

D	对n
L	读lgn的尾数

为什么这样能够求对数呢？只要我们看看 L尺和 D尺的刻度就明白其中的道理了。

L 尺上的刻度与通常的尺子一样，是等分的，其整个长度作为一个单位，如图 8 — 6 。

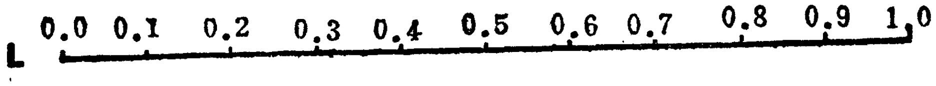


图 8 — 6

D 尺上的刻度是以 L 尺为基础，用函数关系 $L = lgD$ 来刻的，它们有如下表中的对应关系：

D	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
L	0	0.301	0.477	0.602	0.699	0.778	0.845	0.903	0.945	1

例 2 求 $lg3.85$

先确定首数为 1 − 1 = 0，然后

D	对385
L	读0.586

如图 8 — 7 。

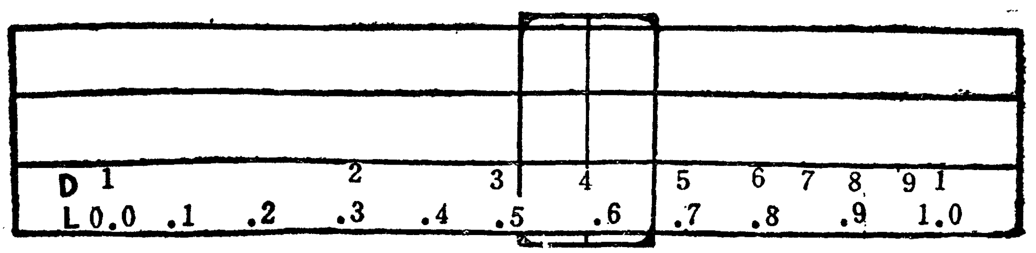


图 8 — 7

所以 $lg3.85=(1-1)+0.586=0.586$

例 3 求 $lg105,100$

首数为 $6-1=5$

尾数为

D	对1051
L	读0.022

所以 $lg105,100=(6-1)+0.022=5.022$

例 4 求 $lg0.00778$

首数为-3

尾数为

D	对778
L	读0.891

所以 $lg0.00778=\overline{3}.891$

例 5 求 $\overline{2}.777$ 的反对数

根据反对数的定位法则可知，首数是 $\overline{2}$ 时，这个反对数的有效数字前面有两个零（包括小数点前面的一个零）。

有效数字的求法是：

D	读598
L	对0.777

所以 $lg^{-1}\overline{2}.777=0.0598$

遇到以任意数 b 为底的对数时，可用换底公式：

$Log_bN=LgN/Lg_b$ 计算。

练 习 一

1. $lg2670$ (3.473)

2. $lg0.492$ ($\overline{1}.692$)

3. $lg0.0000982$ ($\overline{5}.992$)

4. $lg? = 0.204$ (1.60)

5. $lg? = 2.979$ (953)

6. $lg? = \overline{2}.847$ (0.0703)

（二）乘除法

1. 乘法

作乘法运算，通常应用C尺和D尺。

例 1 计算 2×3

C	置左 1	对 3
D	于 2	读 6

如图 8 — 8 。

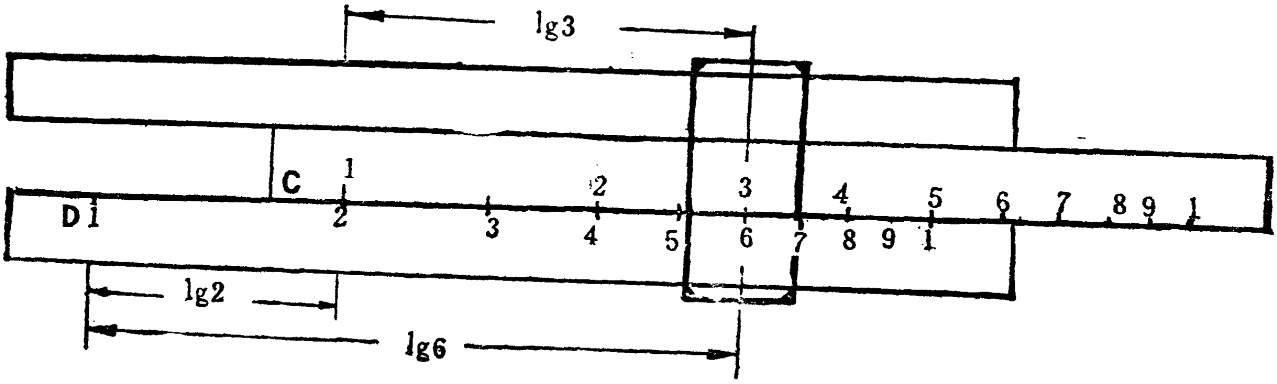


图 8 — 8

即得 $2\times3=6$

原理如图所示。

例 2 求5×8

若用例 1 的办法，置 C 左 1 于 $D5$ 时，$C8$ 在 D 尺上对空，在这种情况下，我们就用下述办法（去拉尺）：

C	置右 1	对 5
D	于 8	读 4

如图 8 — 9

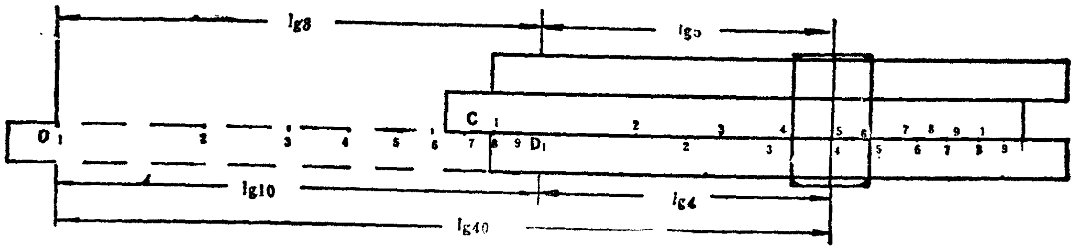


图 8 — 9

所以　　　$5 \times 8 = 40$

原理如图所示。在图上将 D 尺向左延长了一个单位，这时 C 左 1 正对着延长出来的 D 尺上的 8，这是因为 C 尺始点与 D 尺始点的距离等于 C 尺终点与 D 尺终点的距离。这时可把延长后的 D 左 1 看作 1，而把原来的 D 左 1 看作 10，把原来的 4 看作 40。

例 3　146×48

方法是：

C	置左 1	对48
D	于146	读701

这里只计算出了它的数值部分，究竟这是个几位数呢？下面我们介绍两种定位方法。

（1）比较定位法：我们用四舍五入的方法，把乘数和被乘数变成两个整十、整百的数字，然后用这两个整数乘积的位数来确定原来乘积的位数。

如例 3 中，146≈100　　48≈50

因为 100×50＝5,000　　所以146×48＝7,010

（2）公式定位法：

右拉：积的位数＝乘数位数＋被乘数位数－1

左拉：积的位数＝乘数位数＋被乘数位数（公式定位法的证明略去）。

如例 3 中积的位数为 3＋2－1＝4　故 146×48＝7,010

上面介绍的两种方法，前者易于掌握和理解，后者应用方便，读者可根据需要使用之。

例 4　0.0215×32.2

方法是：

C	置左1	对322
D	于215	读692

定位：－1＋2－1＝0

所以　　　0.0215×32.2＝0.692

练　习　二

1．4,370×115　　(503,000)

2．16.75×2.83　　(47.4)

3．0.1876×9,260　　(1,737)

4．0.0314×564　　(17.71)

5．30.6×0.0644　　(0.232)

2.除法

除法是乘法的逆运算，我们只要把乘法步骤倒过来，便可作除法运算。

例 5　6÷3

已知 2×3=6 的计算如下图中箭头所示方向。

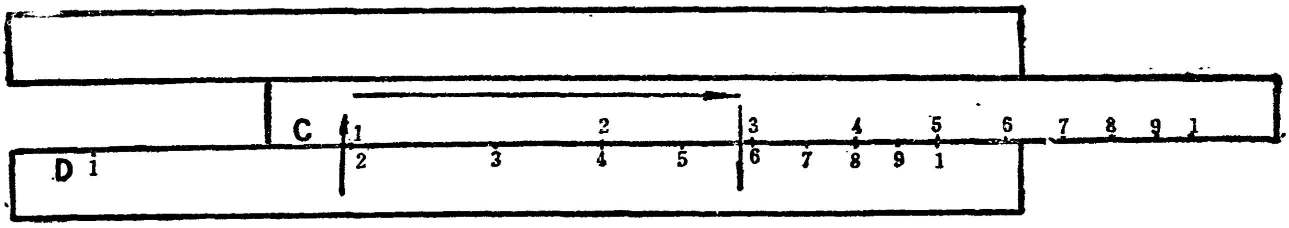


图 8—10

若按乘法的反向（即下图中箭头方向）运算时（置 $C3$ 于 $D6$，对 C 左 1 读 $D2$），可作除法运算，即 6÷3=2。

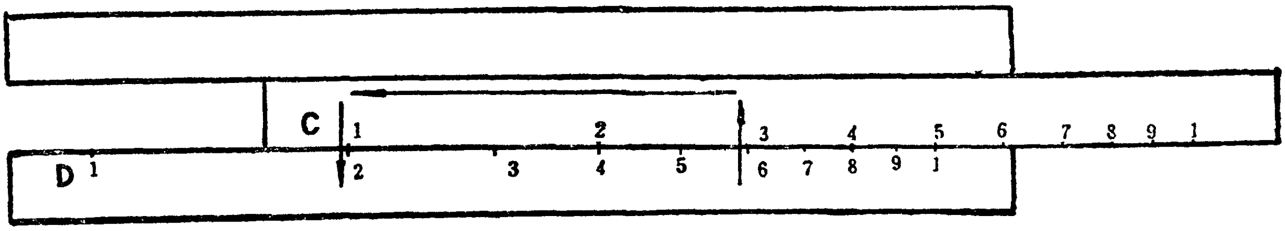


图 8—11

例 6　40÷5

C	置 5	对右 1
D	于 4	读 8

若按例 5 的方法置 $C5$ 于 $D4$ 时，C左 1 对空，应对 C 右 1 读 $D8$，即 40÷5=8。如图8—12。

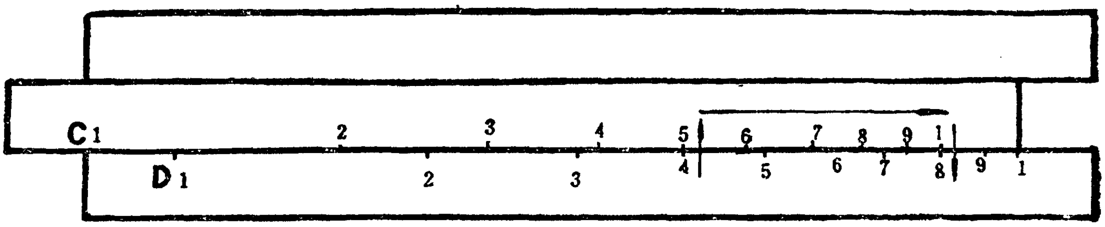


图 8—12

把上边的除法，概括为一般方法时可为：

C	置（除数）b	对左 1（或右 1）
D	于（被除数）a	读商a/b

例 7　$876 \div 20.4$

方法是：

C	置204	对左 1
D	于876	读429

上图中的 429 如何定位呢？我们仍和乘法一样，采用比较法和公式法。

（1）．比较法　$876 \approx 800$　$20.4 \approx 20$

$800 \div 20 = 40$　（两位整数）

$876 \div 20.4 = 42.9$。

（2）公式法

右拉、商的位数 = 被除数位数 − 除数位数 + 1

左拉：商的位数 = 被除数位数 − 除数位数

如例 7 中为 $3 - 2 + 1 = 2$

故　　$876 + 20.4 = 42.9$

例 8　$0.00377 \div 5.21$

方法是：

C	置521	对右 1
D	于377	读724

定位：$-2 - 1 = -3$

故　$0.00377 \div 5.21 = 0.000724$

练　习　三

1．$630 \div 7$　　(90)

2．$144 \div 12$　　(12)

3. $0.036 \div 0.9$　　(0.04)

4. $19.2 \div 3.52$　　(5.46)

5. $37.5 \div 0.0227$　　(1,650)

3.乘除混合运算

在实际工作中，我们常遇到许多乘除混合运算的问题，这类问题用计算尺解决，尤为方便。

例 9　$\dfrac{0.215 \times 17.5}{0.019}$

这个例子若按箭头所指次序运算，只须拉一次尺子，就可得出结果来。

方法是：

C	置19	对175
D	于215	读198

定位：因为 $0.2 \div 0.02 \times 20 = 200$。可知其结果是一个三位数。故

$$\frac{0.215 \times 17.5}{0.019} = 198$$

例10　$\dfrac{54.2 \times 0.42}{0.0154}$

若按上例方法，置 C154 于 D542 后，C42 对空，这时需左调尺，就是先置准线于 C 左1，再把滑尺向左拉，置 C 右 1 于准线，对 C42 读 D148。

方法是：

C	置154	左调尺	对42
D	于542		读148

定位：$2-(-1)+1+0=4$。

故 $$\frac{54.2\times0.42}{0.0154}=1,480.$$

例11 $$\frac{0.486\times0.007\times26.4}{0.124\times2.5}$$

方法是：

C	置124	左调尺	对 7	置25	对264
D	于486		读(a)	于(a)	读29

（简图中 a 的数在拉尺过程中无须读出）。

定位：$0-0+1+(-2)-1+2=0$。

故 $$\frac{0.486\times0.007\times26.4}{0.124\times2.5}=0.29.$$

用计算尺作乘除混合运算，既简便又迅速，但须注意以下几点：

（1）乘除应交叉进行，并使有效数字相近者相除，这样可使滑尺移动次数减少，并提高精度。

（2）不必读出中间的积或商，只须记在游标准线下，以便进行下一步运算。这样可减小由于置数和读数所引起的误差。

（3）定位方法同前。

练　习　四

1. $\dfrac{0.025\times64\times746}{3.14\times5220}$ （0.0729）

2. $\dfrac{8.9\times174\times6300}{0.125\times32.2}$ (2,420,000)

3. $\dfrac{18\times45\times37}{28\times29}$ (4,419)

4. $\dfrac{1375\times0.0642}{76400}$ (0.00116)

5. $\dfrac{65.7\times0.835}{3.58}$ (15.32)

（三）乘方与开方

1.平方与开平方

应用 A 尺（或 B 尺）与 D 尺（或 C 尺）可以作平方与开方运算。A 尺和 B 尺是两条长度与刻度完全相同的尺度，它是以 D 尺为基础按函数关系 $lgD=\frac{1}{2}lgA$ 来刻的，这时，

$lgD^2=lgA$，$D^2=A$，即 $\sqrt{A}=D$

这里需要说明的是 A 尺上右半尺标出的数码 1—1 应看成 10—100。

求平方或开平方的运算很简单，它和查平方表或平方根表一样，下面用具体例子说明。

例 1 求 3^2

方法是：

A	读 9
D	对 3

如图 8—13

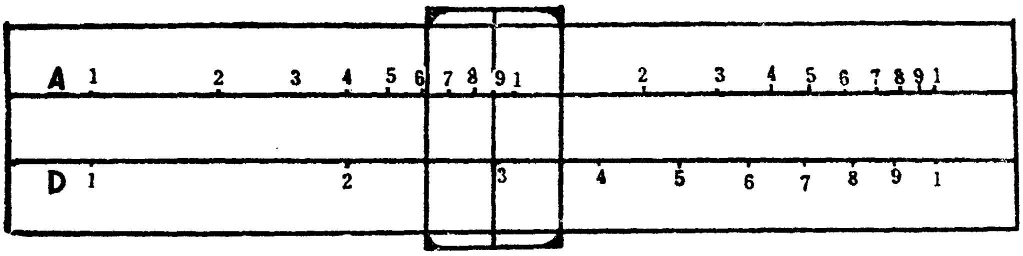


图 8 —13

所以 $3^2=9$

例 2 求 85^2

方法是：

A	读723
D	对85

如图 8 —14

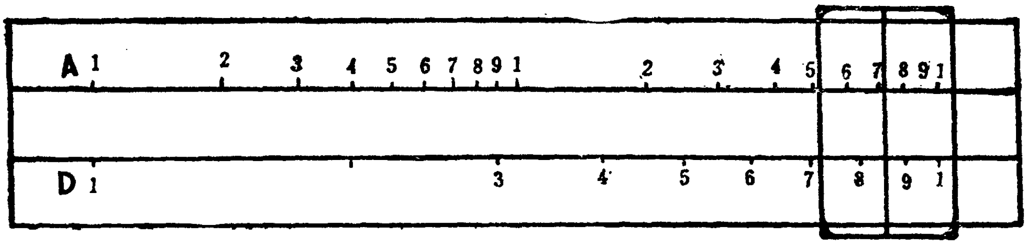


图 8 —14

这里得出的 723 只能确定其值，而究竟怎样确定它的位数呢？方法仍和乘法一样。

（1）比较法：$85\approx90$ $90^2=8100$

故 $85^2=7230$

（2）公式法：

在左半尺上：$2\times$底数位数-1

在右半尺上：$2\times$底数位数

因为 723 在右半尺上，则 $2\times2=4$

故 $85^2=7230$

例 3　求 3.14^2；268^2；0.0576^2

方法是：

A	读左985	读左718	读右332
D	对314	对268	对576

定位：比较法　$3^2=9$

$300^2=90,000$

$0.06^2=0.0036$

公式法：　$2\times1-1=1$

$2\times3-1=5$

$2\times(-1)=-2$

故　$3.14^2=9.85$

$268^2=71,800$

$0.0576^2=0.00332$

练　习　五

1. 12^2　(144)
2. 25^2　(625)
3. 1.75^2　(3.07)
4. 6.5^2　(42.3)
5. 9.53^2　(90.8)
6. 210^2　(44,100)

开平方是平方的逆运算。

例 4　求 9 的平方根

方法是：

A	对左 9
D	读 3

如图 8 —15

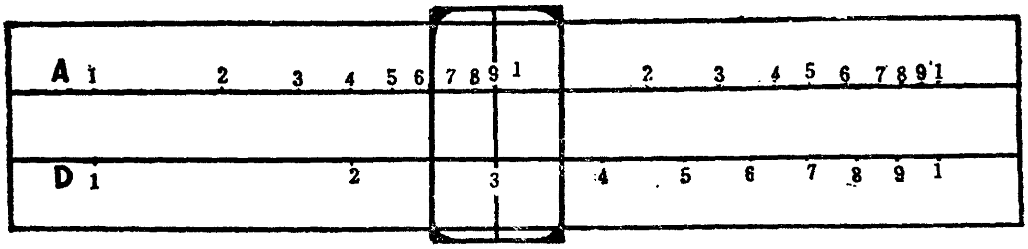


图 8 —15

所以 $\sqrt{9}=3$

例 5 求$\sqrt{4900}$；$\sqrt{0.000169}$

与笔算一样，先对被开方数分节，49′00 可分为两节，0.00′01′69 小数点后可分为三节，因为 49>10，故应用 A尺的右半尺，又因为 1.69<10，故应用 A 尺的左半尺。

方法是：

A	对右49	对左169
D	读 7	读13

定位与笔算相同，对于大于 1 的数，它的平方根整数部分数字的个数等于这个数整数部分的节数，如$\sqrt{4900}$为2位，即$\sqrt{4900}=70$。对于小于 1 的数，它的平方根小数点后面零的个数等于这个数小数点后全部由零组成的节数，如$\sqrt{0.00'01'69}$小数点后面应有一个零，即

$$\sqrt{0.00'01'69}=0.013。$$

所以 $\sqrt{4900}=70$

$$\sqrt{0.000169}=0.013$$

例 6 求$\sqrt{548}$；$\sqrt{7.25}$；$\sqrt{0.3}$；$\sqrt{0.00268}$

先分节：$\sqrt{5'48}$；$\sqrt{7.'25}$；$\sqrt{0.'30}$；$\sqrt{0.'00'26'80}$

而后

A	对左548	对左725	对右 3	对右268
D	读234	读269	读548	读518

所以

$$\sqrt{548}=23.4$$

$$\sqrt{7.25}=2.69$$

$$\sqrt{0.3}=0.548$$

$$\sqrt{0.00268}=0.0518$$

练　习　六

1. $\sqrt{4.71}$ (2.17)
2. $\sqrt{39.7}$ (6.30)
3. $\sqrt{89}$ (9.40)
4. $\sqrt{720}$ (26.9)
5. $\sqrt{8230}$ (90.7)

2.立方和开立方

作立方和开立方运算，主要用 K 尺和 D 尺。K 尺的刻度是以 D 尺为基础，按函数关系 $lgD=\frac{1}{3}lgK$ 刻的，即 $lgD^3=lgK$，$D^3=K$ 或$\sqrt[3]{K}=D$，K 尺分为左、中、右三段，即 1—01，10—100，100—1,000。

求立方与求平方相仿，定位方法如下：

已知数的位数	已知数立方的位数		
	在左尺	在中尺	在右尺
m	3m－2	3m－1	3m

例 7 求 1.68^3

方法是：

K	读左474
D	对 168

定位：$3\times1-2=1$

所以 $1.68^3=4.74$

例 8 求0.00384^3；62.4^3。

方法是：

K	读中565	读右243
D	对384	对624

定位： $3\times(-2)-1=-7$

$3\times2=6$

所以 $0.00384^3=0.0000000565$

$62.4^3=243,000$

练 习 七

1. 4.28^3 (78.4)
2. 21.7^3 (10,220)
3. 36.1^3 (47,200)
4. 78.9^3 (480,300)

求立方根和求平方根一样，先把被开方数从小数点起向左或向右每三位划分为节，如果最左第一个不完全为零的节是一位数，就用 K 尺的左尺，若是两位就用 K 尺的中尺，若是三位就用 K 尺的右尺，立方根的小数点，可按划分的小节确定。

例10 求$\sqrt[3]{1728}$

先分节：$\sqrt[3]{1'728}$

而后

K	对左1728
D	读 12

所以 $\sqrt[3]{1728}=12$

例11 求$\sqrt[3]{17.28}$；$\sqrt[3]{0.0001728}$

先分节：$\sqrt[3]{17.'280}$；$\sqrt[3]{0.'000'172'800}$

而后

K	对中1728	对右1728
D	读258	读557

所以 $\sqrt{17.28}=2.58$

$\sqrt{0.0001728}=0.0557$

练　习　八

1. $\sqrt[3]{65.4}$ (4.03)

2. $\sqrt[3]{0.000585}$ (0.0836)

3. $\sqrt[3]{425}$ (7·52)

4. $\sqrt[3]{9000}$ (20.8)

知识青年自学丛书

统一书号：16094·75

定　　价：1.05 元